

Таблицы истинности логических функций

Таблицей истинности логической функции принято называть *табличное представление логической операции*, в котором присутствуют все возможные сочетания значений входных переменных, и получаемые при этом значения выходных переменных (результатов логической операции).

Таблица истинности функции логического отрицания (инверсии):

X	$\overline{X}$
0	1
1	0

**Таблица истинности функции
логического сложения
(дизъюнкции):**

X	Y	$Z = X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Свойства дизъюнкции:

$$X \vee Y \equiv Y \vee X;$$

$$(X \vee Y) \vee Z \equiv X \vee (Y \vee Z);$$

$$X \vee 0 \equiv X,$$

где 0 – тождественно ложное высказывание;

$$X \vee \overline{X} \equiv 1;$$

$$X \vee 1 \equiv 1,$$

где 1 – тождественно истинное высказывание;

$$X \vee X \equiv X$$

Таблица истинности для функции логического умножения (конъюнкции):

X	Y	$Z = X \& Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Свойства конъюнкции:

$$X \& X \equiv X;$$

$$X \& Y \equiv Y \& X;$$

$$(X \& Y) \& Z \equiv X \& (Y \& Z);$$

$$X \& \overline{X} \equiv 0;$$

$$X \& 0 \equiv 0;$$

где 0 – тождественно ложное высказывание

$$X \& 1 \equiv X,$$

где 1 – тождественно истинное высказывание

Основные законы алгебры логики

Закон непротиворечия:

$$A \& \bar{A} = 0.$$

Закон исключенного третьего

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон двойного отрицания

$$A = \bar{\bar{A}}$$

Законы де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}, \quad \overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Закон коммутативности. *При операциях логического умножения и логического сложения логические переменные можно менять местами*

$$A \& B = B \& A, \quad A \vee B = B \vee A$$

Закон ассоциативности. *Если в логическом выражении используется только операция логического умножения или только операция логического сложения, то можно пренебречь скобками или расставить их произвольно*

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C), \quad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

Закон дистрибутивности. *За скобки можно выносить как общие множители, так и общие слагаемые*

$$(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C),$$

$$(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C).$$

Закон поглощения

$$A \vee (A \& B) = A, \quad A \& (A \vee B) = A$$

Закон исключения (склеивания)

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B) = A, \quad (A \vee B) \& (A \vee \neg B) = A$$

Кроме этого справедливы следующие законы

$$A \vee A = A, \quad A \& A = A, \quad A \vee 1 = 1,$$

$$A \vee 0 = A, \quad A \& 1 = A, \quad A \& 0 = 0.$$

Правила составления таблиц истинности для сложных логических функций

*Для любой логической функции можно
построить таблицу истинности,
которая определяет
ее истинность или ложность
при всех возможных комбинациях
значений аргументов
(логических переменных).*

При построении таблиц истинности целесообразно придерживаться следующего алгоритма действий:

1. Сначала определяют количество строк в таблице истинности. Количество строк будет равно 2^n , (где n – количество логических переменных) плюс строка заголовка.
2. Далее определяют количество столбцов в таблице истинности, оно равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.

3. Затем строится таблица истинности с указанным количеством строк и столбцов, столбцы подписываются, в таблицу вносятся всевозможные наборы значений исходных логических переменных.
4. И, наконец, выполняются необходимые логические операции, таблица истинности заполняется по столбцам.

Составление таблицы истинности для логической функции $Z = (A \vee E) \& (\bar{A} \vee \bar{E})$

1. Определим количество строк в нашей таблице истинности.

Мы имеем две логические переменные A и E , следовательно, *количество строк* будет равно $2^2 + 1 = 5$.

2. Выясним, какое количество столбцов необходимо.

У нас – две логические переменные, над которыми будет выполнено 5 логических операций - это $A \vee E$, $\bar{A}$, $\bar{E}$, $\bar{A} \vee \bar{E}$ и, наконец $(A \vee E) \& (\bar{A} \vee \bar{E})$. Значит, нам понадобится *7 столбцов*.

3. Построим таблицу, подпишем столбцы и заполним ее исходными значениями логических переменных.

В результате должна получиться следующая таблица:

$$Z = (A \vee E) \& (\bar{A} \vee \bar{E})$$

A	E	$A \vee E$	$\bar{A}$	$\bar{E}$	$\bar{A} \vee \bar{E}$	$(A \vee E) \& (\bar{A} \vee \bar{E}).$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

4.Теперь выполним необходимые операции и последовательно (слева направо) заполним все столбцы.

A	E	$A \vee \bar{E}$	$\bar{A}$	$\bar{E}$	$\bar{A} \vee \bar{E}$	$(A \vee E) \& (\bar{A} \vee \bar{E})$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0