Лекция 16-2017 г.

Термодинамические потоки.
Явление переноса в газах: диффузия, теплопроводность и вязкость.
Эффузия в разреженном газе.
Физический вакуум.

При отклонении параметров газа от равновесия возникают явления переноса (термодинамические потоки).

Основными явлениями являются внутреннее трение или вязкость, теплопроводность и диффузия.

Потоки:
Вещества – диффузия
Теловой энергии – теплопроводность
Импульса – внутреннее трение (вязкость)

ТД потоки восстанавливают равновесие.

Диффузия - процесс самопроизвольного выравнивания концентраций веществ в средах (в газах быстрее всего)

Интенсивность потока - J количество физической величины, переносимое за 1с через выбранную поверхность

$$J = \int_S \vec{j}\, d\vec{S}$$

$\vec{j}$ - **плотность потока** ТД величины

Общая формула для плотности потока: $$\boxed{\vec{j} = -\beta_G \operatorname{grad} G}$$

β_G - коэффициент переноса или кинематический коэффициент.

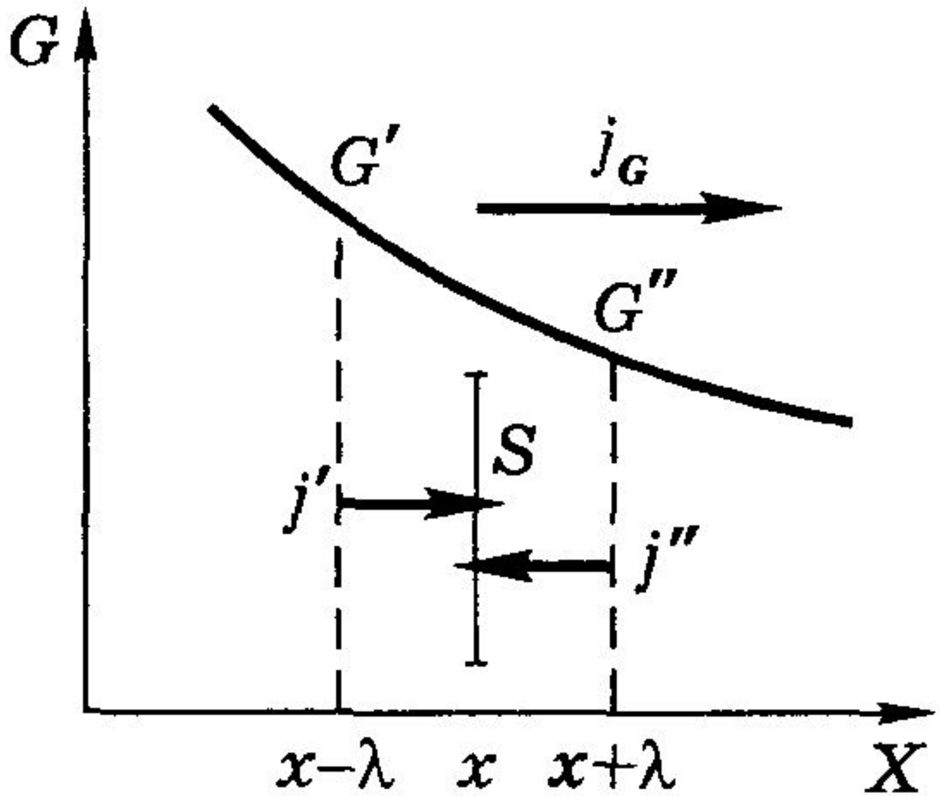
Знак минус говорит о том, что поток направлен в сторону уменьшения величины *G* по одному направлению:

Плотность потока $$\boxed{\vec{j}_G = -\beta_G \frac{\partial G}{\partial x}}$$

Поток: $$\boxed{J_G = -\beta_G S \frac{\partial G}{\partial x}}$$

Перемещение самих потоков - конвекция

Общее уравнение переноса



$$J'_G - J''_G = j_G S$$

Для частиц

$$\boxed{j = \frac{1}{6}\langle \upsilon \rangle \lambda n}$$

$$j_G = j'_{G(x-\lambda)} - j''_{G(x+\lambda)} = \frac{1}{6}\langle \upsilon \rangle n (G' - G'')$$

Так как: $\boxed{G(x \pm \lambda) = G(x) \pm \frac{\partial G}{\partial x}\lambda}$ то

$$G' - G'' = \left[G(x-\lambda) - G(x+\lambda)\right] = -2\lambda \frac{\partial G}{\partial x}$$

Плотность потока:

$$\boxed{j_G = j'_{G(x-\lambda)} - j''_{G(x+\lambda)} = -\frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle n\lambda \frac{\partial G}{\partial x}}$$

Поток: $\boxed{J_G = -\frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle n\lambda S \frac{\partial G}{\partial x}}$

Явление переноса	Поток J физической величины	Закон, описывающий явление переноса
Теплопроводность $G(x) = \frac{i}{2} kT(x)$	Теплота (Энергия) $J_Q = j_Q S = \frac{dQ}{dt}$	Закон Фурье $j_Q = -\chi \frac{\partial T}{\partial x}$
Диффузия $G(x) = n$ $\rho_m = mn$	Масса $J_m = j_m S = \frac{dm}{dt}$	Закон Фика $j_m = -D \frac{\partial \rho_m}{\partial x}$
Внутреннее трение (вязкость) $\vec{P} = m\vec{\upsilon}$	Импульс $J_P = j_P S = \frac{dP}{dt} = F$	Закон Ньютона $j_P = -\eta \frac{\partial \upsilon}{\partial x_\perp}$

$$\boxed{p = \eta \frac{\partial \upsilon}{\partial x_\perp}}$$

Коэффициенты χ, D и η	При подстановке значений λ, $\langle \upsilon \rangle$ и σ	Примечание
Коэфф. теплопроводности $\chi = \frac{1}{3} C_V \rho \langle \upsilon \rangle \lambda, \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\chi = \frac{C_V}{3\sigma}\sqrt{\frac{4m_0 kT}{\pi}} \sim \sqrt{T}$	$\langle z \rangle = \frac{\langle \upsilon \rangle}{\lambda} = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle$ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}; \ \langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ $\boxed{D = \frac{\eta}{\rho_m}}; \ \boxed{\frac{\chi}{\eta C_V} = 1}$ $\boxed{\chi = \rho_m D C_V}$
Коэф. дифф. (кинем. вязк.) $D = \frac{1}{3} \langle \upsilon \rangle \lambda, \quad \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$D = \frac{1}{3\sigma n}\sqrt{\frac{4kT}{\pi m_0}} \sim \frac{\sqrt{T}}{n}$	
Динамич. вязкость $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \lambda, \quad \text{Па} \cdot \text{с}$	$\eta = \frac{1}{3\sigma}\sqrt{\frac{4m_0 kT}{\pi}} \sim \sqrt{T}$	

Диффузия газов

Диффузия от латинского *diffusio* – распространение, растекание – взаимное проникновение соприкасающихся веществ друг в друга, вследствие теплового движения частиц вещества.

Диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации вещества и ведет к его равномерному распределению по занимаемому объему.

Диффузия - процесс выравнивания концентрации различных частиц

$$j = -\frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \lambda \frac{\partial n}{\partial x}$$

Градиент концентрации, в общем случае равен

$$\mathrm{grad}\, n = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}y}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z}\boldsymbol{k}$$

$$\mathrm{grad}\, n = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}.$$

в общем случае (в трёхмерной системе)

$$\boxed{J = -D\,\mathrm{grad}\,n}$$

уравнение Фика.

Из ***уравнения Фика*** видно, что ***диффузионный поток, направлен в сторону уменьшения концентрации***.

О физическом смысле коэффициента диффузии

Коэффициент диффузии ***D*** численно равен диффузионному потоку через единицу площади в единицу времени при $\mathrm{grad}\, n = 1$

Измеряется коэффициент диффузии ***D*** в м^2/с.

$$\boxed{\dim D = L^2 T^{-1}}$$

Коэффициент диффузии называют еще

кинематической вязкостью

Динамическая вязкость газов. Внутреннее трение.

За время Δt через поверхность S переходит в обоих направлениях одинаковое количество молекул, равное

$$\Delta N = \frac{1}{6} n \bar{v} S \Delta t$$

за время Δt импульс первого слоя

получает приращение, равное

$$\Delta K_1 = \Delta K_1'' - \Delta K_1' = \Delta N m (u_2 - u_1) = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_2 - u_1) S \Delta t.$$

импульс второго слоя получает при этом приращение

$$\Delta K_2 = -\Delta K_1.$$

можно утверждать, что движение слоев происходит таким образом, как если бы по поверхности S на первый слой действовала сила

$$f_1 = \frac{\Delta K_1}{\Delta t} = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_2 - u_1) S,$$

а на второй слой — сила

$$f_2 = -f_1 = \frac{1}{6} n \bar{v} m (u_1 - u_2) S.$$

Поскольку λ очень мала, эти скорости можно представить следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} u(z+\lambda) &= u(z) + \frac{du}{dz}\lambda, \\ u(z-\lambda) &= u(z) - \frac{du}{dz}\lambda, \end{aligned}\right\}$$

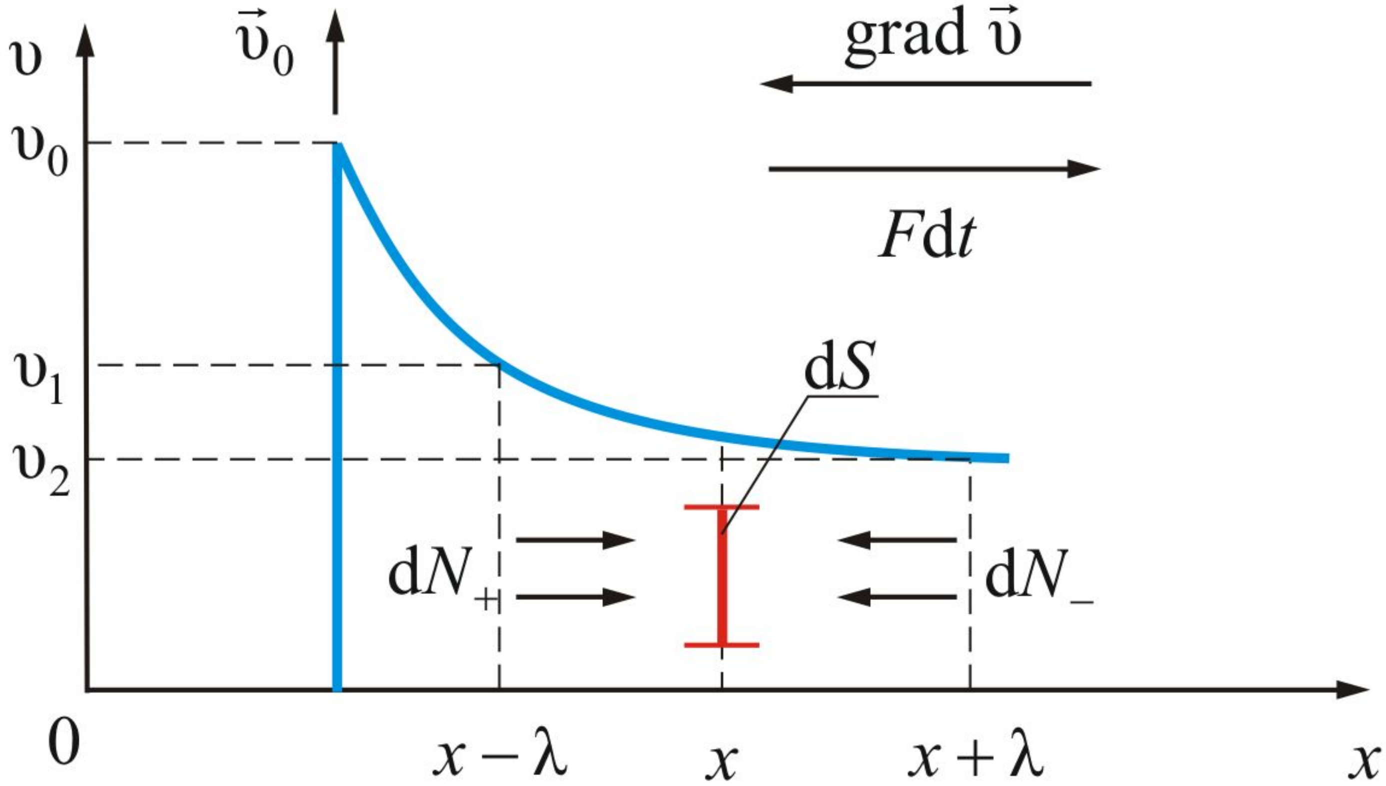
Тогда разность $f = \frac{1}{6} n\bar{v}m\left(\frac{du}{dz} 2\lambda\right) S.$

Учитывая, что nm равно плотности газа ρ, последнюю формулу можно написать в виде

$$f = \left(\frac{1}{3}\rho\bar{v}\lambda\right)\frac{du}{dz} S. \longrightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{3}\rho\bar{v}\lambda.}$$

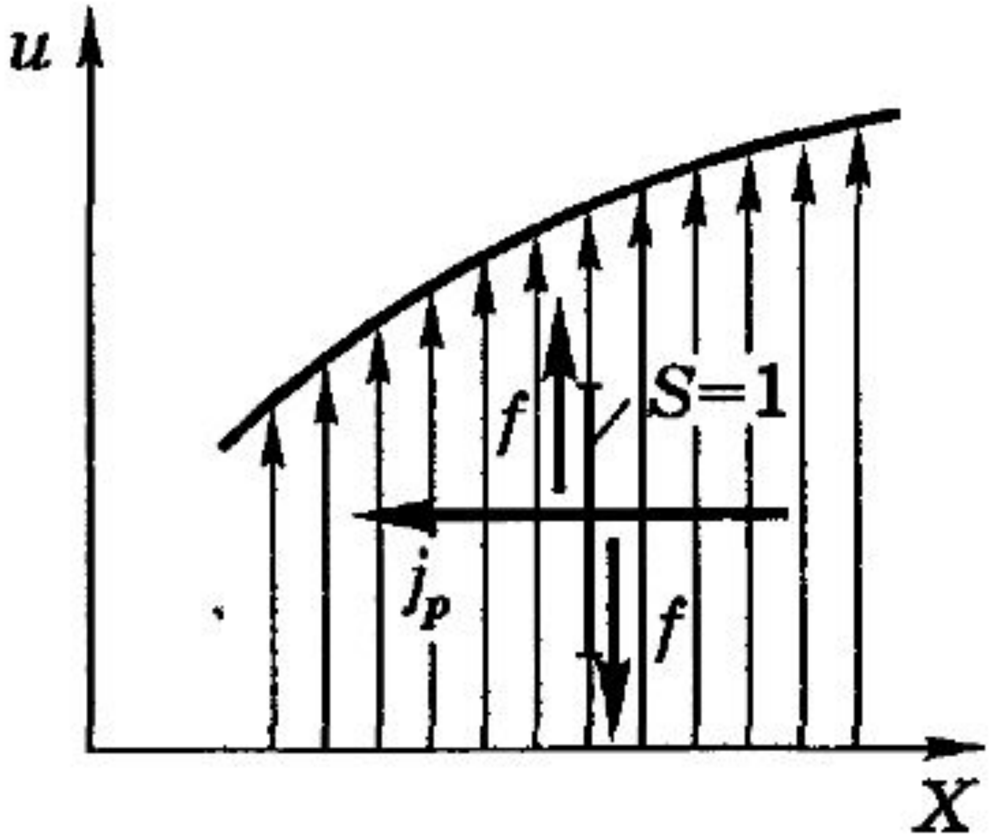
Закон вязкости был открыт И. Ньютоном в 1687 г.

Движение слоев вертикальное

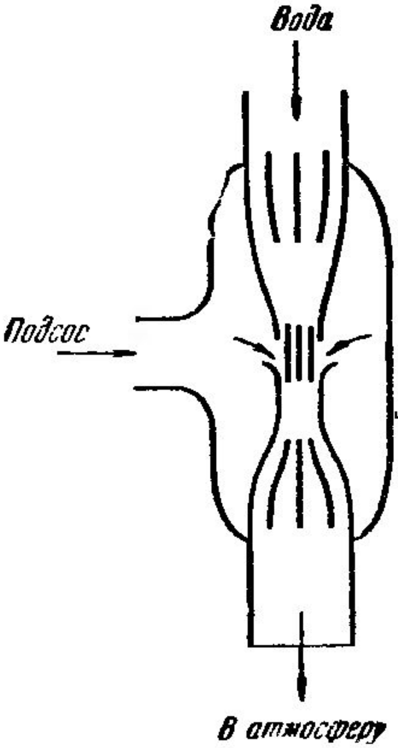


$$dN_+ = dN_- = \frac{1}{6} n < υ > dS dt.$$

Плотность потока импульса



$$j_p = -\eta \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \text{Н/м}^2$$



$$p = \eta \frac{\partial u}{\partial x_{\perp}}$$

Коэффициент диффузии D = *проницаемость*

$$\boxed{\frac{\rho u_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho u_2^2}{2} + p_2}$$

Уравнение Бернулли

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -\frac{\rho}{2}\left(u_2^2 - u_1^2\right)$$

$$\boxed{p = \eta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}}$$

$$\Delta p = \eta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = -\frac{\rho u^2}{2} \longrightarrow \frac{\mathrm{du}}{u^2} = -\frac{\rho}{2\eta}\mathrm{d}x$$

$$\frac{1}{u \cdot x} = \frac{\rho}{2\eta}$$

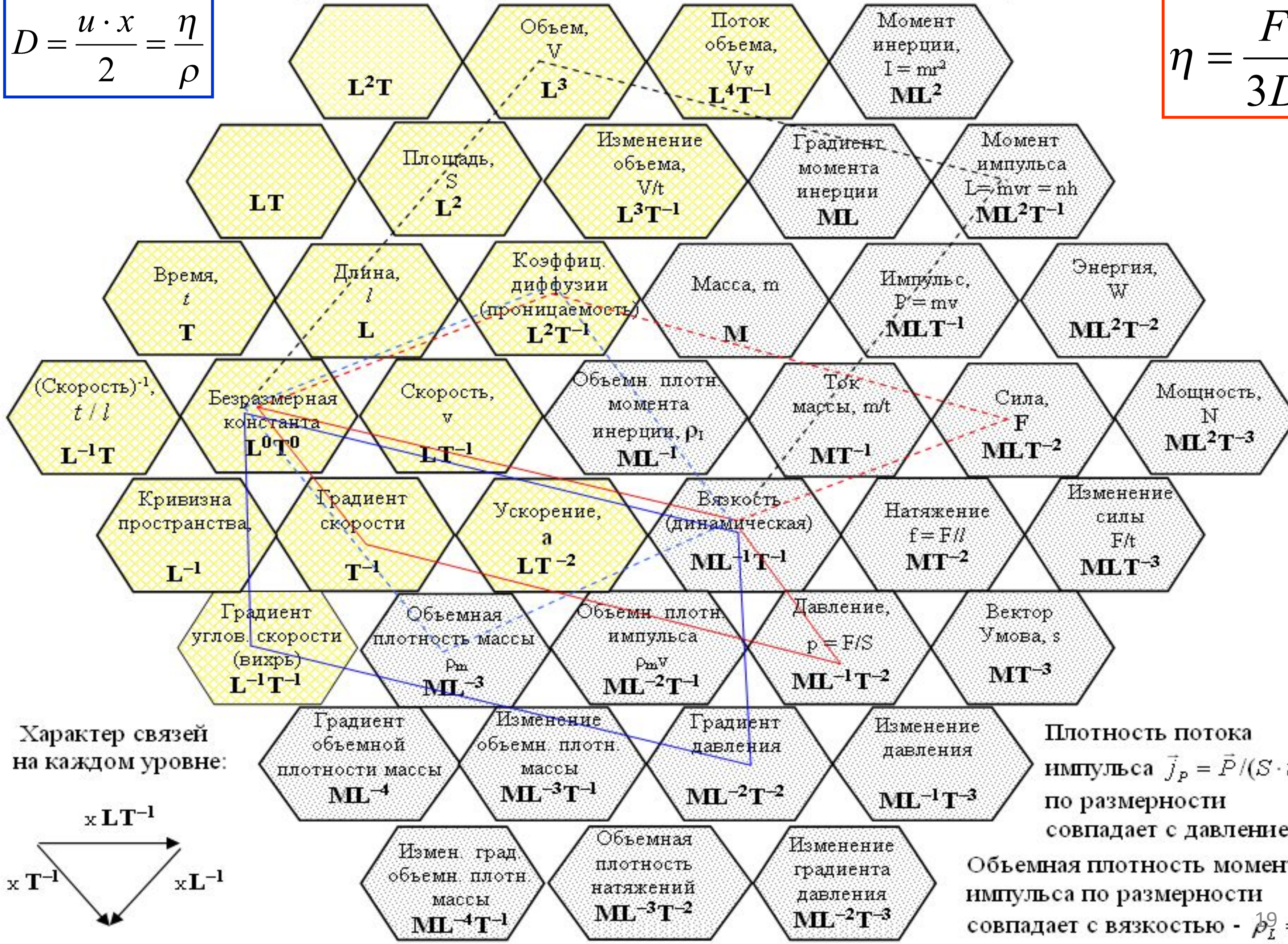
$$\boxed{D = \frac{u \cdot x}{2} = \frac{\eta}{\rho}}$$

СИСТЕМА МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

(Два системных уровня: кинематические и динамические ФВ)

$$\boxed{D = \frac{u \cdot x}{2} = \frac{\eta}{\rho}}$$

$$\boxed{\eta = \frac{F}{3D}}$$



Характер связей на каждом уровне:

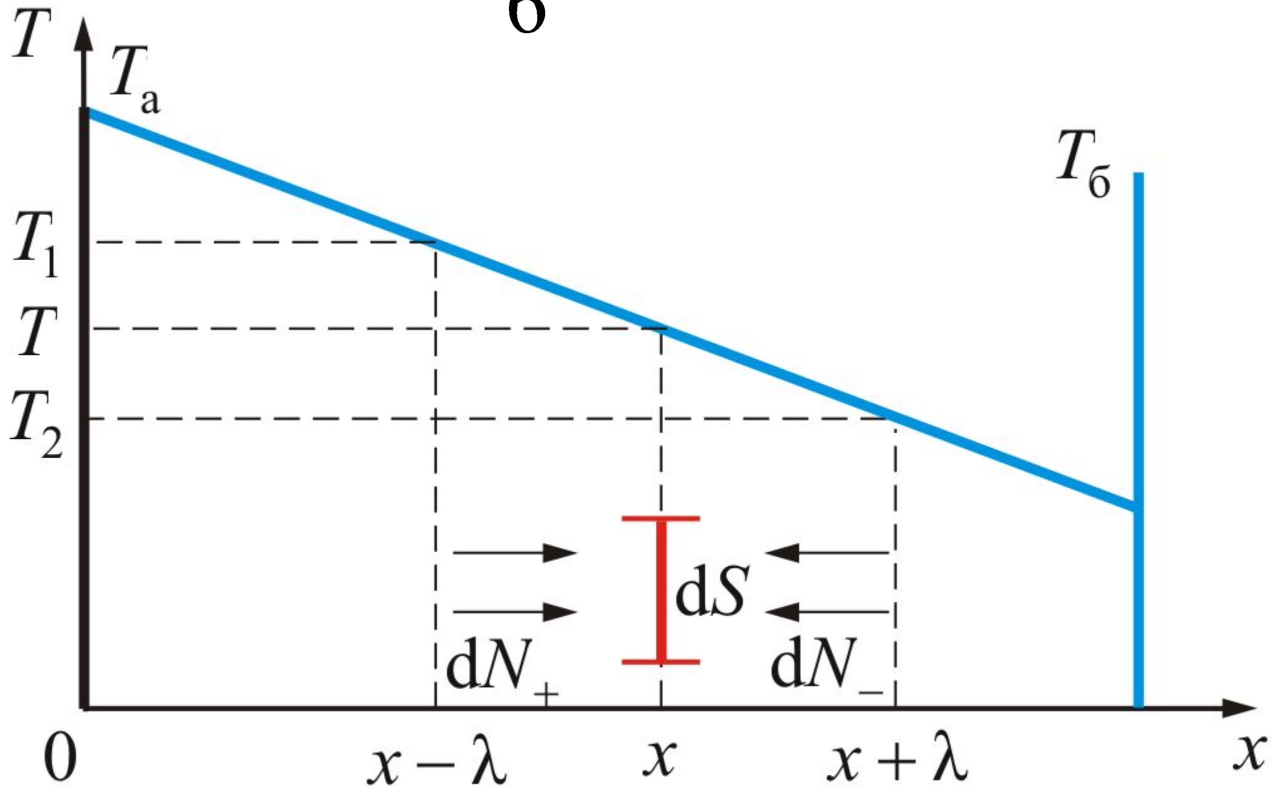
x LT^{-1}
x T^{-1}
x L^{-1}

Плотность потока импульса $\vec{j}_p = \vec{P}/(S \cdot t)$ по размерности совпадает с давлением – p.

Объемная плотность момента импульса по размерности совпадает с вязкостью - $\rho_L = \eta$

Теплопроводность газов

$$dN_+ = \frac{1}{6} < \upsilon_T > n\,dS\,dt$$



$$\boxed{Q = -\chi \operatorname{grad} T}$$

– Это ***уравнение теплопроводности*** ***Ж.Фурье***.

Здесь Q – ***тепловой поток***;

χ – ***коэффициент теплопроводности***, равный:

$$\chi = \frac{1}{3}\lambda < \upsilon_{\text{Т}} > n\frac{i}{2}k$$

$$\chi = \frac{1}{3}\lambda < \upsilon_{T} > \rho C_{V_{\text{уд}}}$$

$$\boxed{Q = -\chi \,\mathrm{grad} T}$$

или

$$\boxed{Q = -\chi \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}}$$

Уравнение Фурье для теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности:

$$\boxed{\chi = \frac{1}{3}\lambda < \upsilon_T > \rho C_{\text{уд}} = D\rho C_{\text{уд}}}$$

Зависимость коэффициентов переноса от давления P

Так как скорость теплового движения молекул $\upsilon_T \sim \sqrt{T}$ и не зависит от давления P, а коэффициент диффузии $D \sim \lambda$, то и зависимость D от P должна быть подобна зависимости $\lambda(P)$.

При обычных давлениях и в разряженных газах

$$D \sim \frac{1}{P}$$

в высоком вакууме D = const.

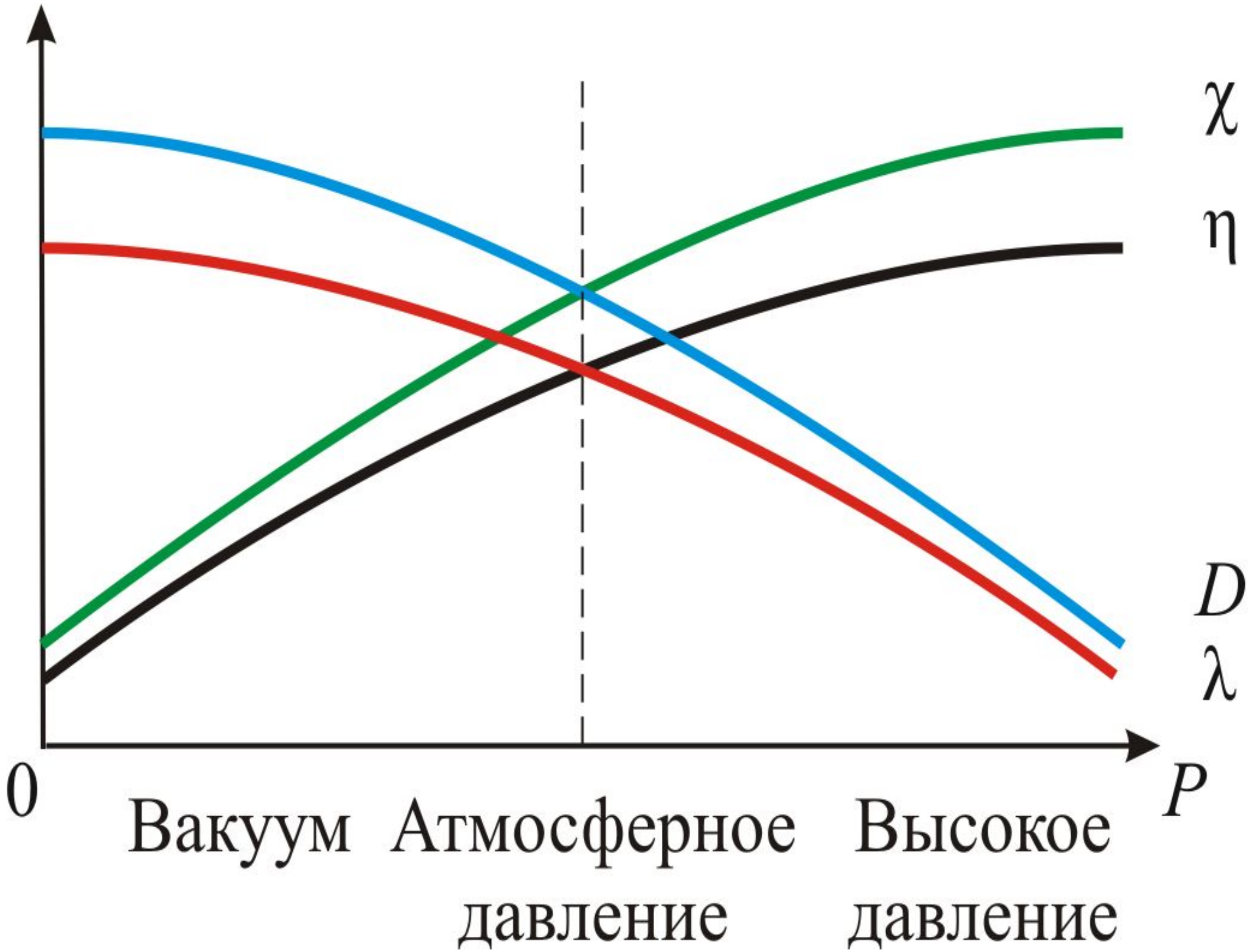
С ростом давления λ уменьшается и затрудняется диффузия ($D \to 0$).

В вакууме и при обычных давлениях $\rho \sim P$, отсюда $\eta \sim P$ и $\chi \sim P$.

С увеличением *P* и ρ, повышается число молекул переносящих импульс из слоя в слой, но зато уменьшается расстояние свободного пробега λ. Поэтому, вязкость η и теплопроводность *χ*, при высоких давлениях, не зависят от *P* (η и *χ* – const).

Все эти результаты подтверждены экспериментально (см. след. рис.).

На рисунке показаны зависимости коэффициентов переноса и λ от давления P. Эти зависимости широко используют в технике (например, при измерении вакуума).



Ультраразреженные газы

В случае, когда длина свободного пробега молекул превышает линейные размеры сосуда, говорят, что в сосуде достигнут вакуум. Газ в этом случае называют ультраразреженным. Хотя в буквальном смысле слова вакуум означает «пустоту», в ультраразреженном газе содержится в единице объема большое число молекул. Так, при давлении в 10^{-6} *мм* рт. ст. в 1 $м^3$ находится примерно 10^{16} молекул. Более того, в очень малых порах состояние, определяемое как вакуум, может быть достигнуто и при атмосферном давлении.

Молекулярное течение. Эффузия газов

Молекулярное течение – *течение газов в условиях высокого вакуума*, то есть когда молекулы почти не сталкиваются друг с другом. Изменения их скорости происходят из-за столкновений со стенкой сосуда.

Течение газа в условиях вакуума через отверстие (под действием разности давлений) называется ***эффузией газа***.

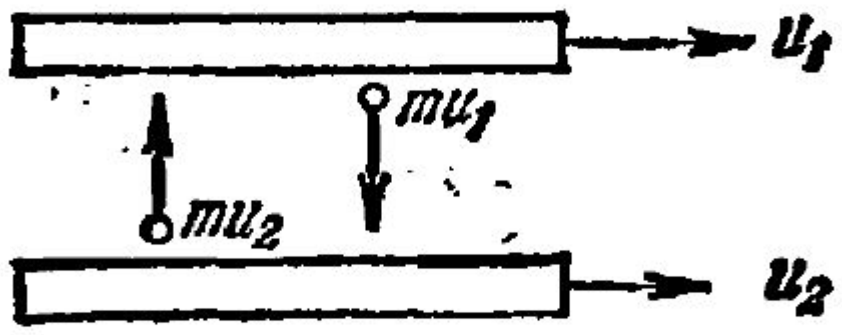
В вакууме происходит передача импульса непосредственно стенкам сосуда, то есть, происходит трение газа о стенки сосуда.

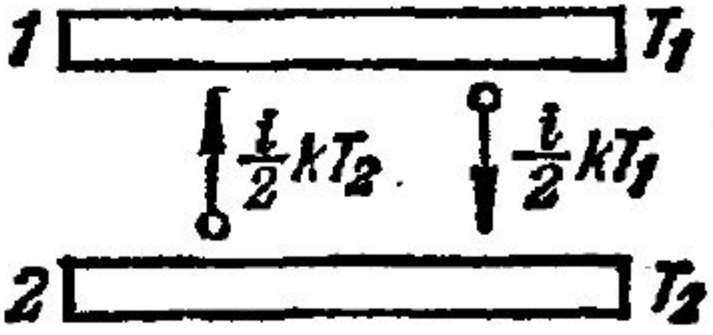
Трение перестаёт быть внутренним, и понятие вязкости теряет свой прежний смысл (как трение одного слоя газа о другой).

Стационарное состояние разряженного газа, находящегося в двух сосудах, соединенных узкой трубкой, возможно при *условии* равенства встречных потоков частиц, перемещающихся из одного сосуда в другой:

$\boxed{n_1 < \upsilon_1 > = n_2 < \upsilon_2 >}$ где n_1 и n_2 – число молекул в 1 м^3 в обоих сосудах; $< \upsilon_1 >$ и $< \upsilon_2 >$ – их средние арифметические скорости.

Когда стенки сосуда имеют разную температуру





Пояснение

Об единицу поверхности верхней пластинки будет ударяться в секунду $^1/_6 n\langle v\rangle$ молекул, имеющих составляющую скорости u_2, приобретенную при предшествующем ударе о нижнюю пластинку. Каждая из этих молекул несет составляющую импульса mu_2. Отразившись от верхней пластинки, молекулы имеют составляющую импульса, равную mu_1. Следовательно, удар каждой молекулы о верхнюю пластинку приводит к уменьшению ее импульса на величину $m(u_1-u_2)$. Изменение импульса в единицу времени, отнесенное к единице поверхности пластинки, составит

$$\frac{1}{6} n\langle v\rangle m(u_1-u_2).$$

Это изменение равно силе, действующей на единицу поверхности пластинки:

$$F=\frac{1}{6}\rho\langle v\rangle(u_1-u_2)$$

(мы заменили nm через ρ). Такая же по величине, но противоположно направленная сила действует на единицу поверхности нижней

Обратимся снова к рис. 133.2. Каждая из $^1/_6 n\langle v\rangle S$ молекул, ударяющихся в секунду о верхнюю пластинку, приносит с собой энергию $^i/_2 kT_2$ и уносит энергию, равную $^i/_2 kT_1$. Следовательно, каждый удар молекулы о пластинку приводит к потере пластинкой энергии $^i/_2 k(T_1-T_2)$. Такое же количество энергии получает при каждом ударе вторая пластинка. Таким образом, количество энергии, переносимое молекулами в секунду от пластинки к пластинке, будет равно

$$q=\frac{1}{6}n\langle v\rangle\frac{i}{2}k(T_1-T_2)S.$$

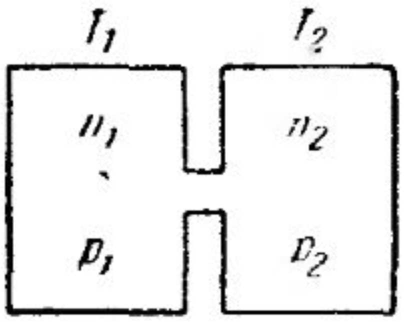
Умножив и разделив это выражение на mN_A, получим:

$$q=\frac{1}{6}\rho\langle v\rangle c_V(T_1-T_2)S.$$

Коэффициент теплопроводности, равный $^1/_6\rho\langle v\rangle c_V$, оказывается в ультраразреженном газе пропорциональным плотности газа. Следовательно, теплопередача от одной стенки к другой будет с понижением давления уменьшаться, в то время как теплопроводность газа при обычных условиях не зависит, как мы видели, от давления.

Тривиальный вывод: в вакууме теплопроводность газа ниже - *термосы*

Два газа начинают смешиваться при разных температурах



Обычное состояние: плотности газов в обеих частях сосуда будут разные

$$p_1 = p_2$$

$$p = nkT$$

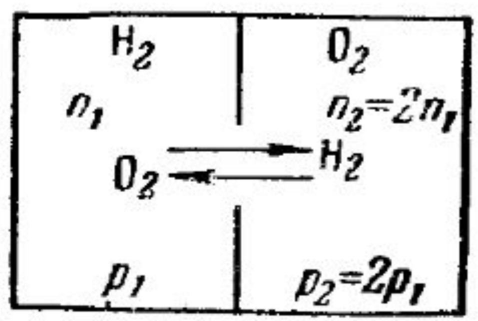
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Пояснение

Тепловая эффузия. Пусть стенки обеих частей сосуда поддерживаются при различных температурах T_1 и T_2 (рис. 134.2). Когда длина свободного пробега λ значительно меньше диаметра отверстия d ($\lambda \ll d$), условием равновесия газа, заполняющего сосуд, будет равенство давлений p_1 и p_2. Поскольку давление равно nkT, числа молекул в единице объема, а следовательно, и плотности газа в обеих частях сосуда будут в этом случае находиться в отношении, обратном отношению температур:

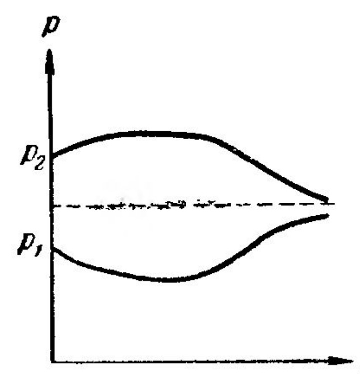
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Имеются два разных газа в разных частях сосуда с перегородкой. Температура одинаковая. Начальные давления разные. Открываем перегородку.
В условиях вакуума наблюдается изотермическая эффузия двух газов



Условие равновесия

$$n_1\bar{v}_1 = n_2\bar{v}_2.$$



$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

За счет больших скоростей у молекул водорода возникают первичные скачки давления.

В условиях вакуума давление больше там, где больше температура

Пояснение

Для ультраразреженного газа ($\lambda \gg d$) условия равновесия будут иными. Не изменяющееся со временем (стационарное) состояние установится в том случае, если число молекул, проходящих за секунду через отверстие из первой части сосуда во вторую, будет равно числу молекул, проходящих через отверстие в противоположном направлении. Так как число молекул, проходящих через отверстие, пропорционально $n\langle v\rangle$, условие равновесия имеет вид

$$n_1\langle v_1\rangle = n_2\langle v_2\rangle.$$

Средняя скорость $\langle v\rangle$ пропорциональна $\sqrt{T}$. Поэтому можно написать, что

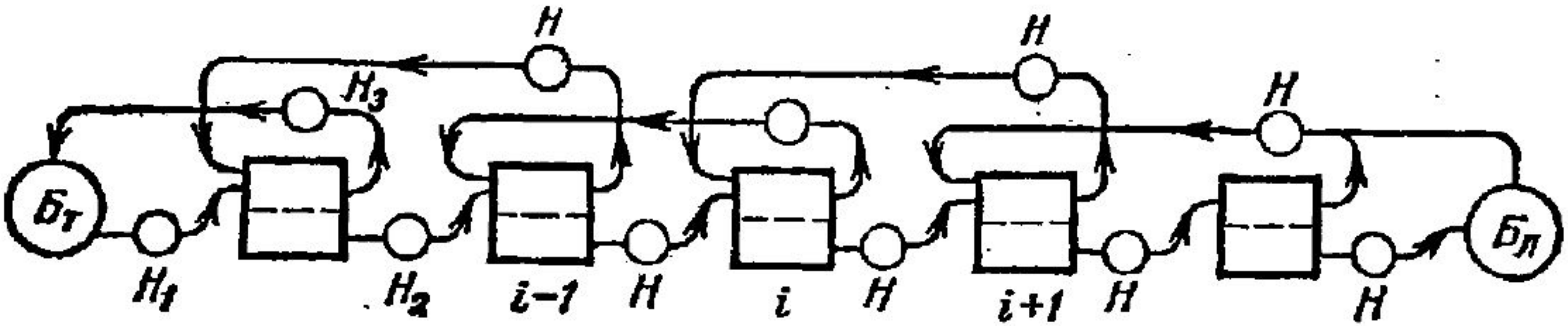
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Таким образом, отношение плотностей газа оказывается иным, чем при обычных условиях.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.$$

Диффузионный метод разделения изотопов

Поскольку молекулы с меньшей массой обладают большей средней скоростью теплового движения, поток, прошедший через перегородку, будет несколько обогащен легкими молекулами по сравнению с первоначальным потоком. Поток же, проходящий через насос H_3, будет несколько обогащен тяжелыми молекулами.



В последующих ступенях каскада процесс разделения поступающего в ступень газового потока на дополнительно обогащенную легкими молекулами и дополнительно обогащенную тяжелыми молекулами части повторяется. Из i-й ступени поток, обогащенный легкой компонентой, поступает на вход $(i+1)$-й ступени, а поток, обогащенный тяжелой компонентой, возвращается на вход $(i-1)$-й ступени.

Физический вакуум

Газ называется **разреженным**, если его плотность столь мала, что средняя длина свободного пробега молекул $< \lambda >$ может быть сравнима с линейными размерами l сосуда, в котором находится газ.

Такое состояние газа называется **вакуумом**.

Различают следующие **степени вакуума:**

сверхвысокий $(< \lambda > \;\gg\; l)$,

высокий $(< \lambda > \; > l)$,

средний $(< \lambda > \; \approx l)$ и низкий вакуум.

Конец лекции 16