Функции $y = tgx$ и $y = ctgx$, их свойства и графики

10.02.2022г**.**

Задание высылать не позднее **16:00 10.02.2022**г в личном сообщении в вк или на почту SHPAK.IRINA.S@yandex.ru

Перед каждым заданием в тетради пишем ФИО, дата, тема урока

Определение

Тангенсом угла α называют число, равное отношению sin α к cos α, обозначают tg α, т. е.

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Тангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых косинус равен нулю

Для любого угла α ≠ π/2 + πk, kЄZ существует, и притом единственный tg α

Ось тангенсов

$$tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$tg\frac{\pi}{4} = 1$$

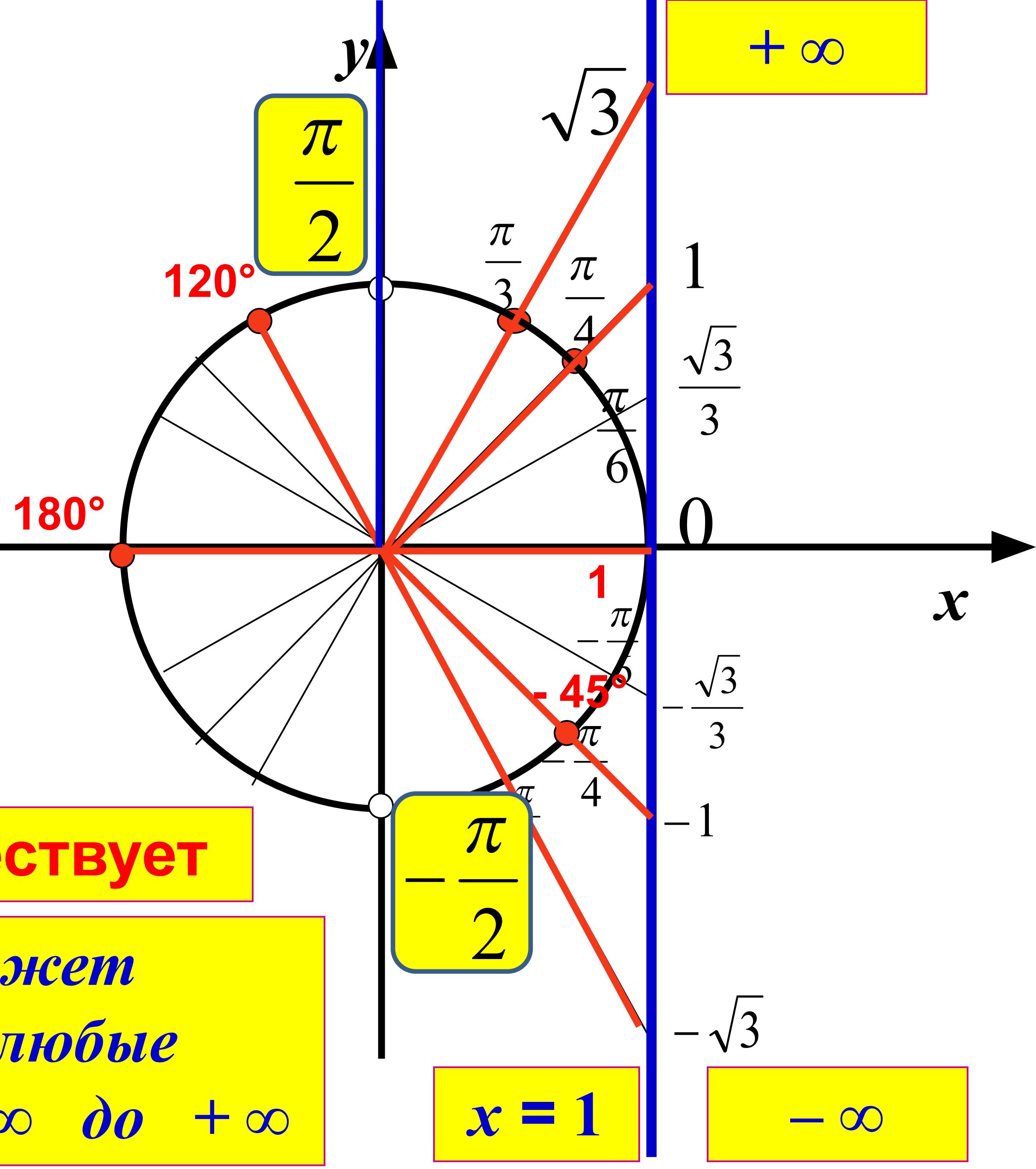
$$tg(-45°) = -1$$

$$tg120° = -\sqrt{3}$$

$$tg180° = 0$$

$tg90° =$ **не существует**

Тангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$



Определение

Котангенсом угла α называют число, равное отношению cos α к sin α, обозначают ctg α, т. е.

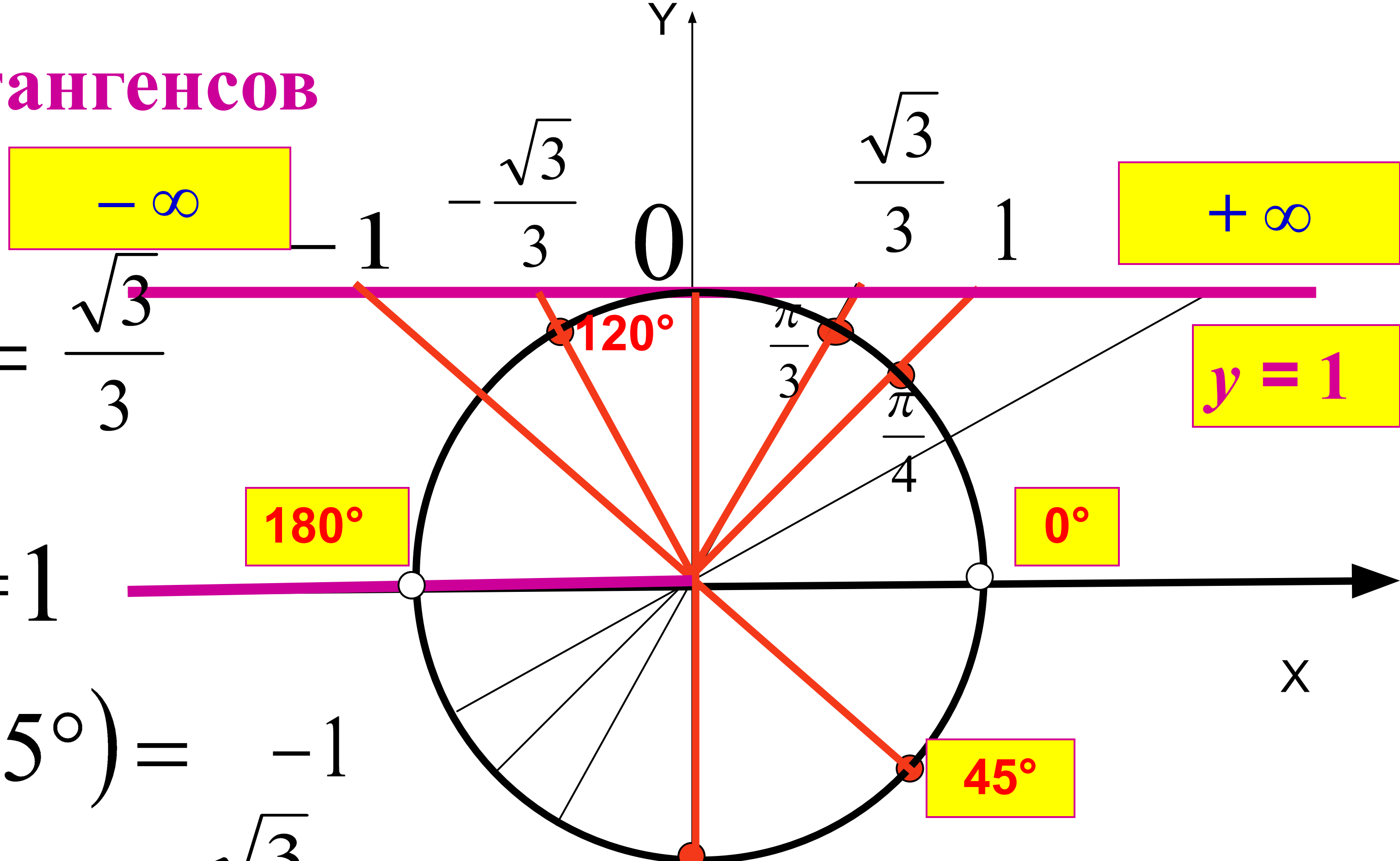
$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\alpha \neq \pi k, k \in Z$$

Котангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых синус равен нулю

Для любого угла α ≠ πk, kЄZ существует, и притом единственный ctg α

Ось котангенсов



$$ctg\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$ctg\frac{\pi}{4} = 1$$

$$ctg(-45°) = -1$$

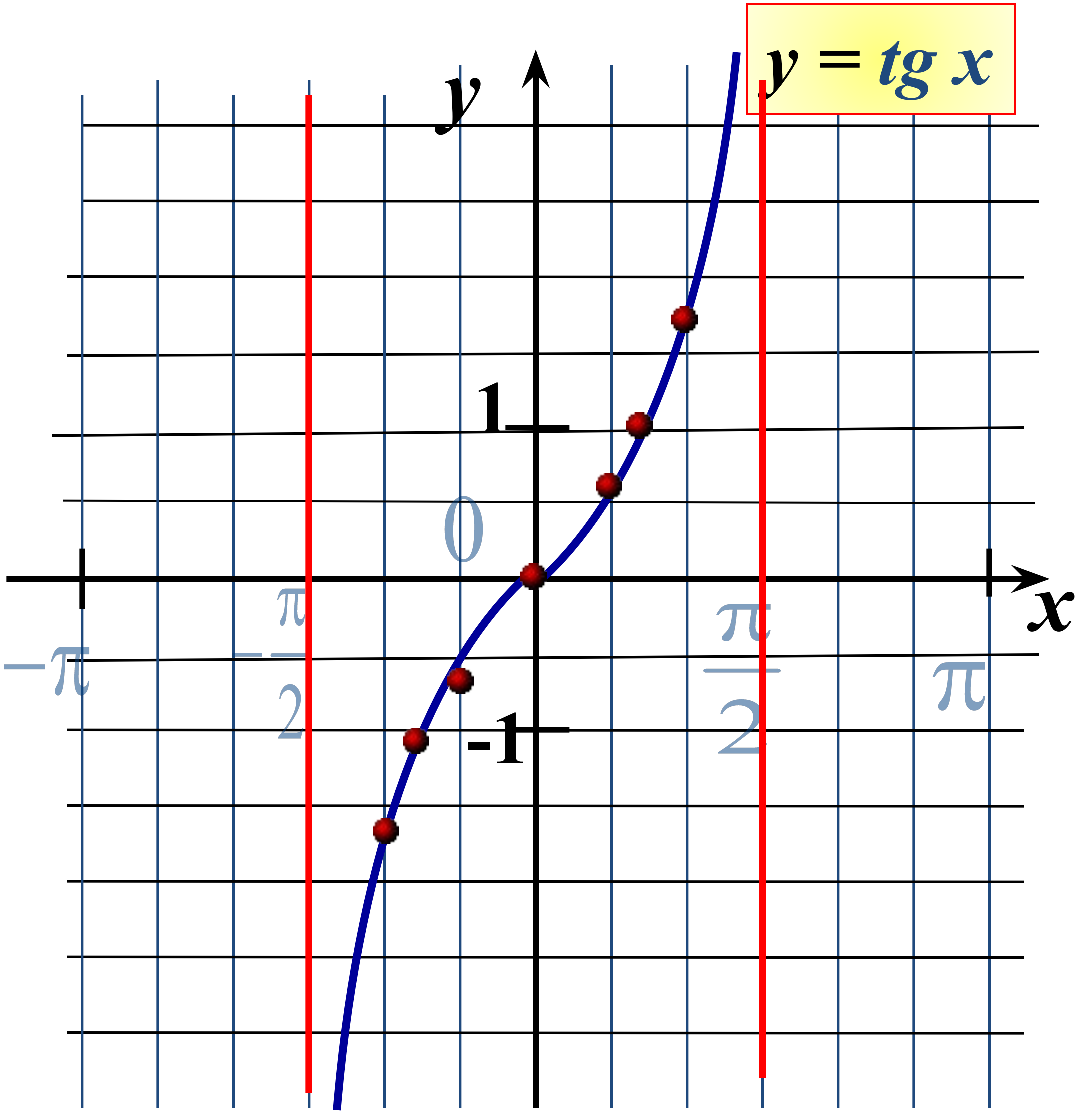
$$ctg120° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$ctg180° =$ **Не существует**

$$ctg(-90°) = 0$$

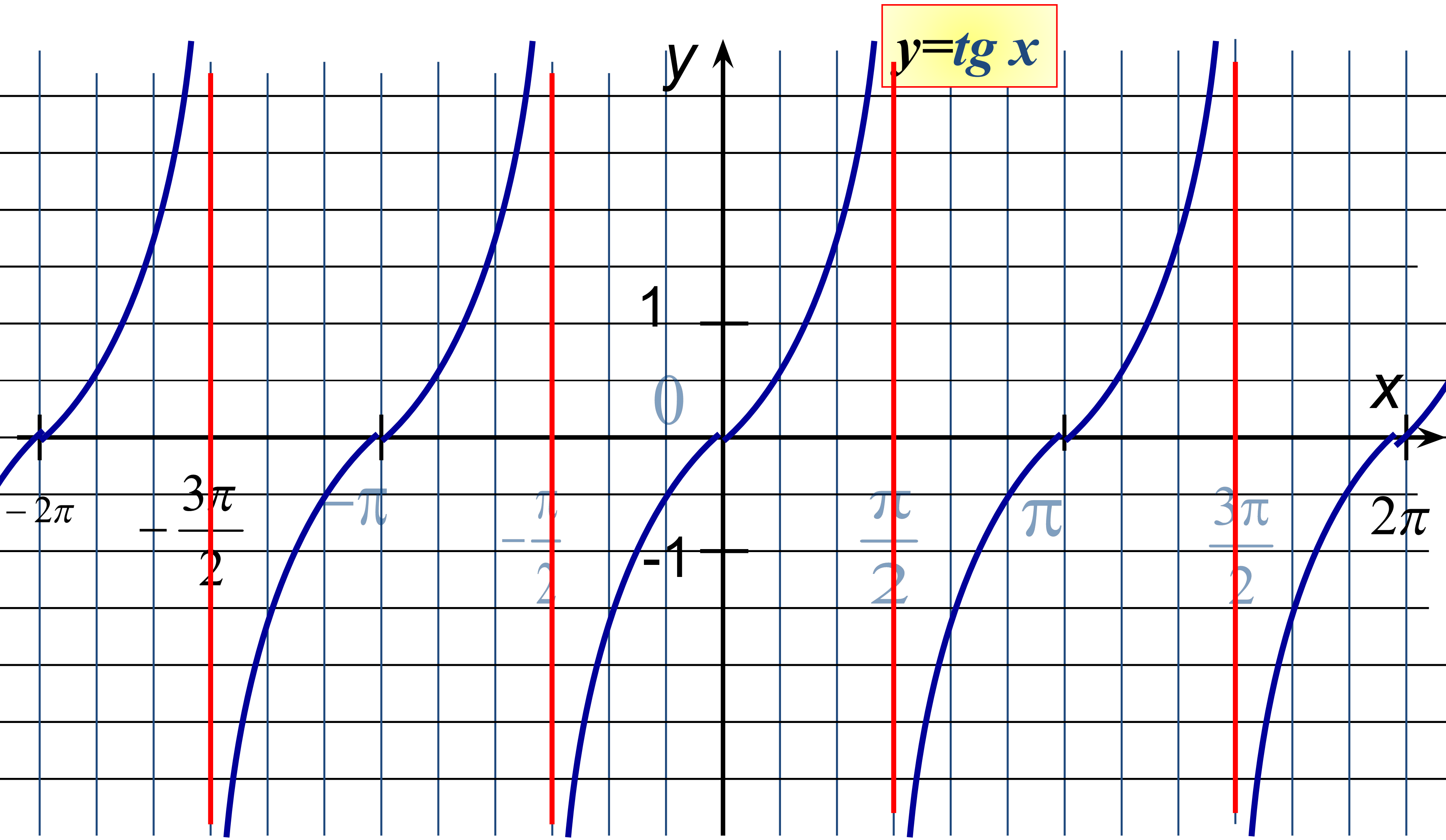
Котангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$

Построение графика функции y = tg x, если x Є [− π ⁄2; π ⁄2]

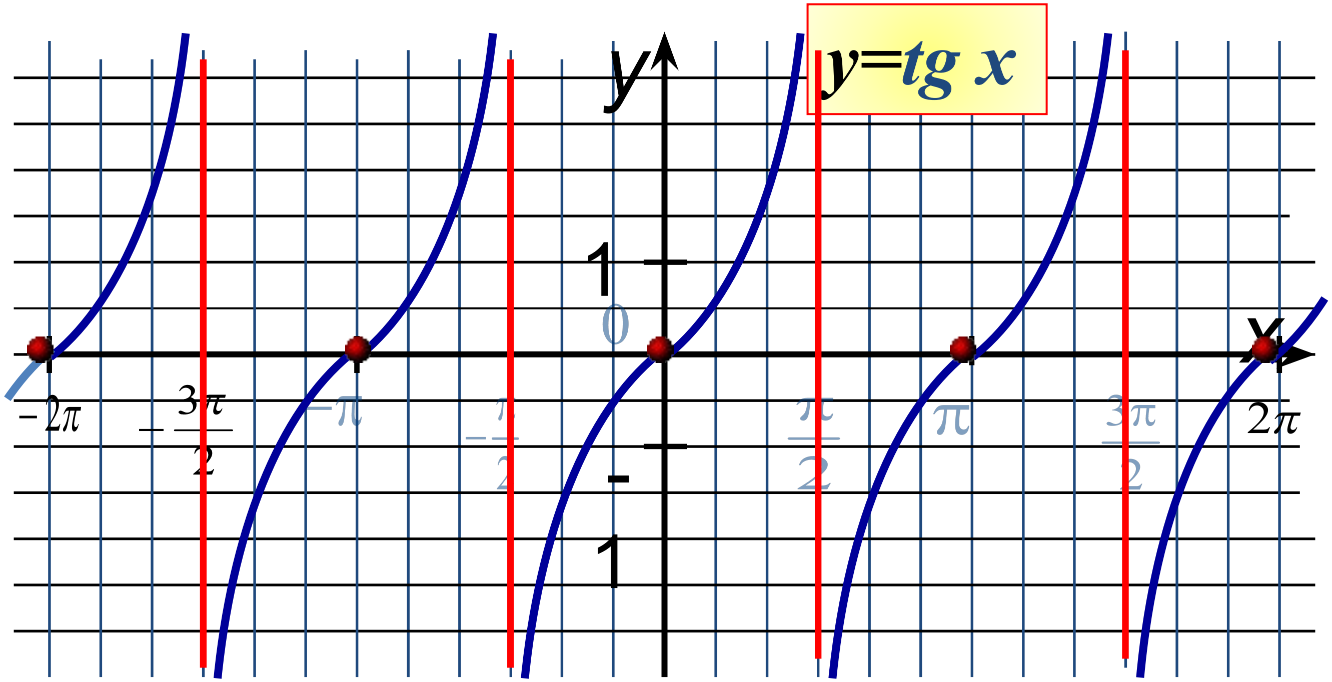


x	*y=tg x*
0	0
±π ⁄6	≈ ± 0,6
±π ⁄4	± 1
±π ⁄3	≈ ±1,7
±π ⁄2	Не существ.

Построение графика функции y = tg *x*.



Свойства функции y=tg *x*.

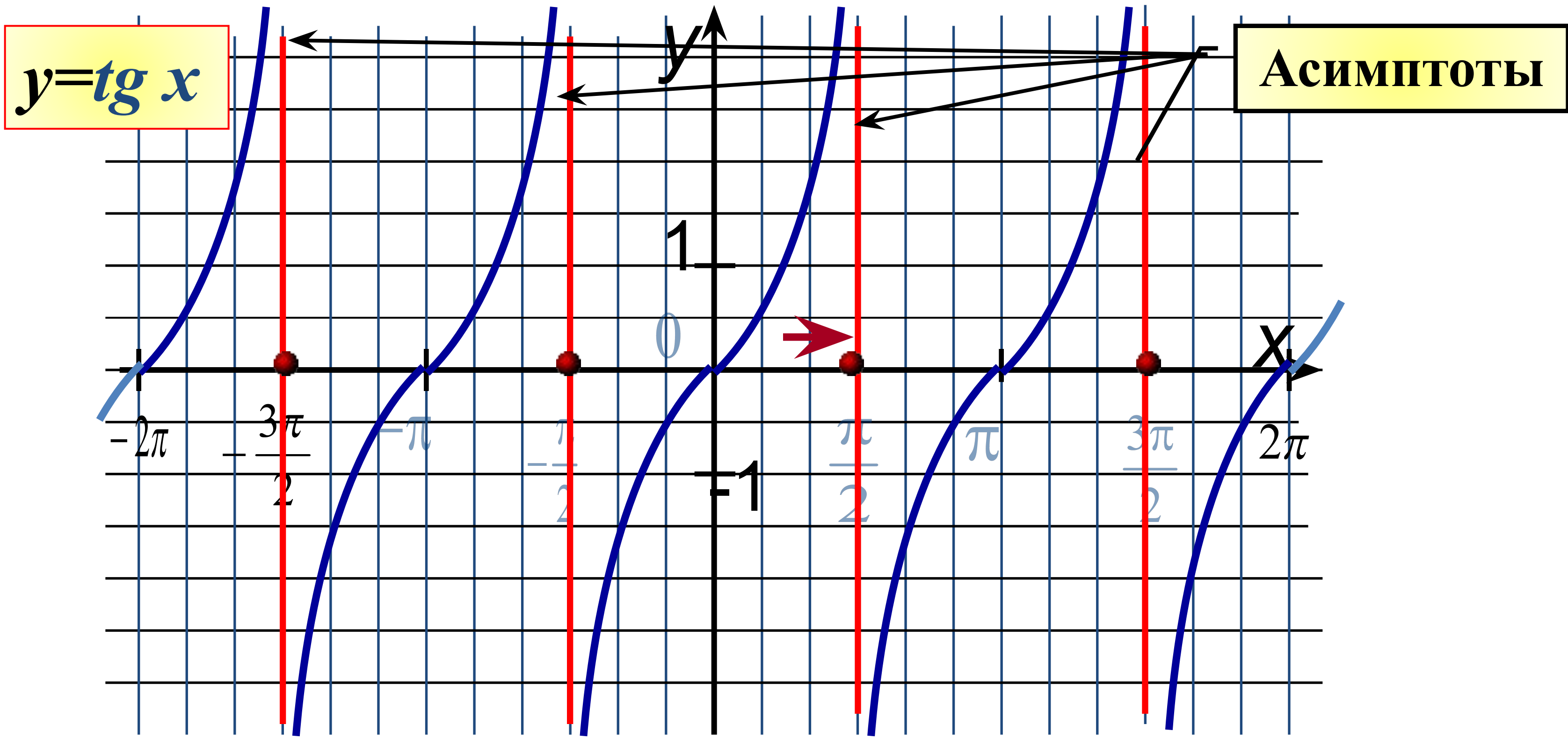


Нули функции: tg $x = 0$ при $x = \pi n$, n є Z

y>0 при xє (0; π/2) и при сдвиге на π*n*,*n*єZ.

y<0 при xє (-π/2; 0) и при сдвиге на π*n*, *n*єZ.

Свойства функции y=tg x.

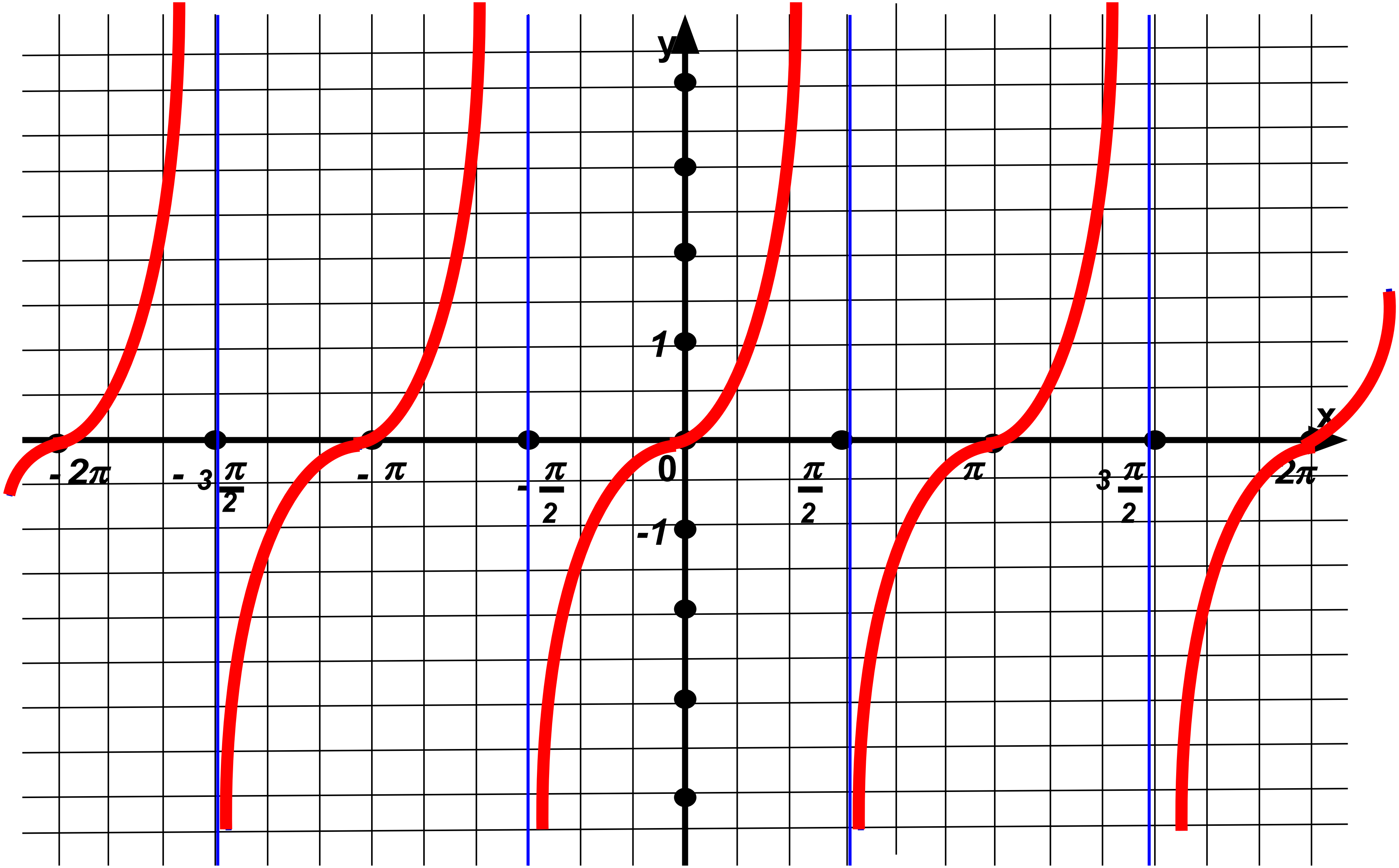


При $x = \pi / 2+\pi n$, $n \in Z$ - функция y=tg$x$ не определена.

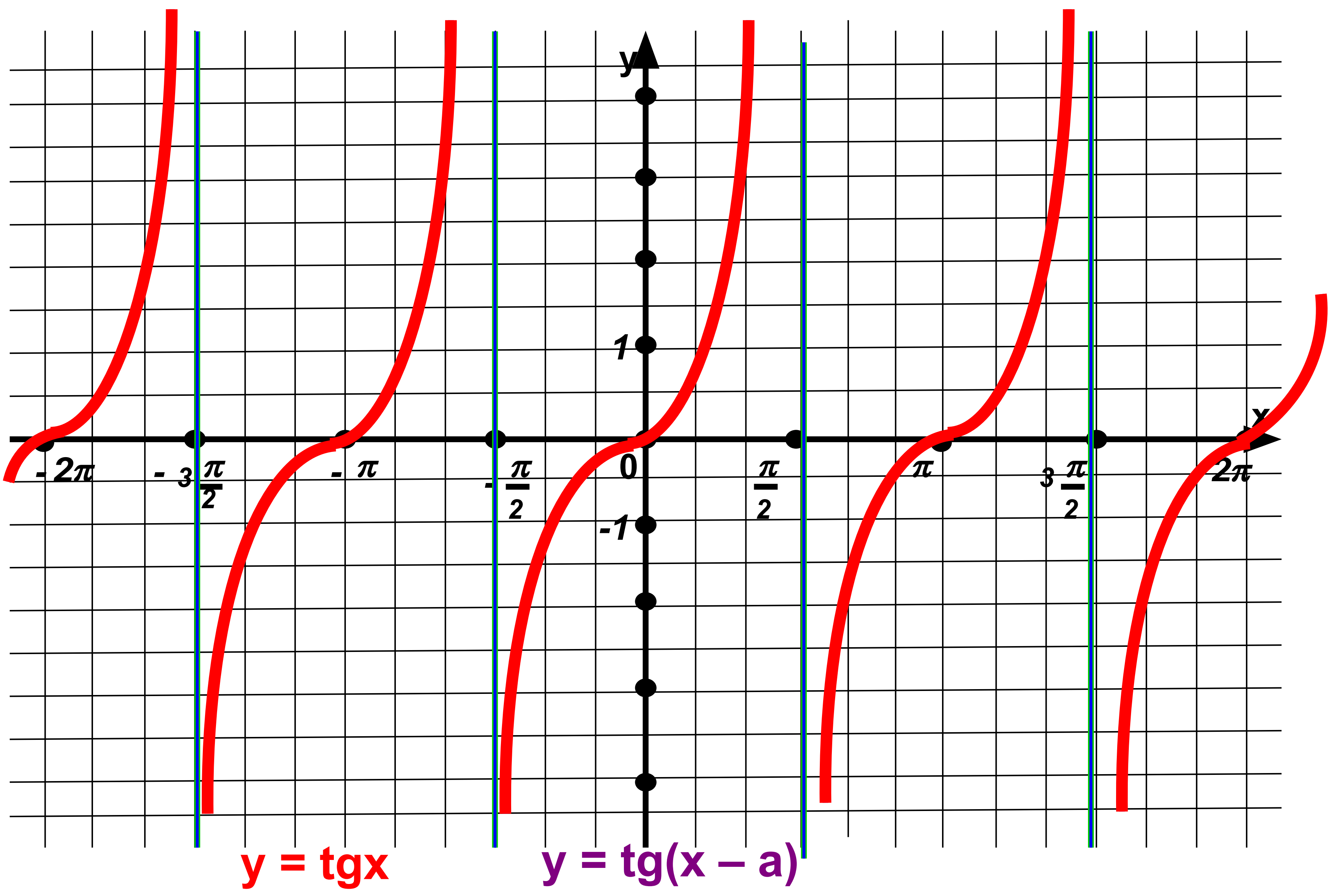
Точки $x = \pi / 2+\pi n$, $n \in Z$ – точки разрыва функции.

Запишите все свойства функции $y = \text{tg}\, x$.

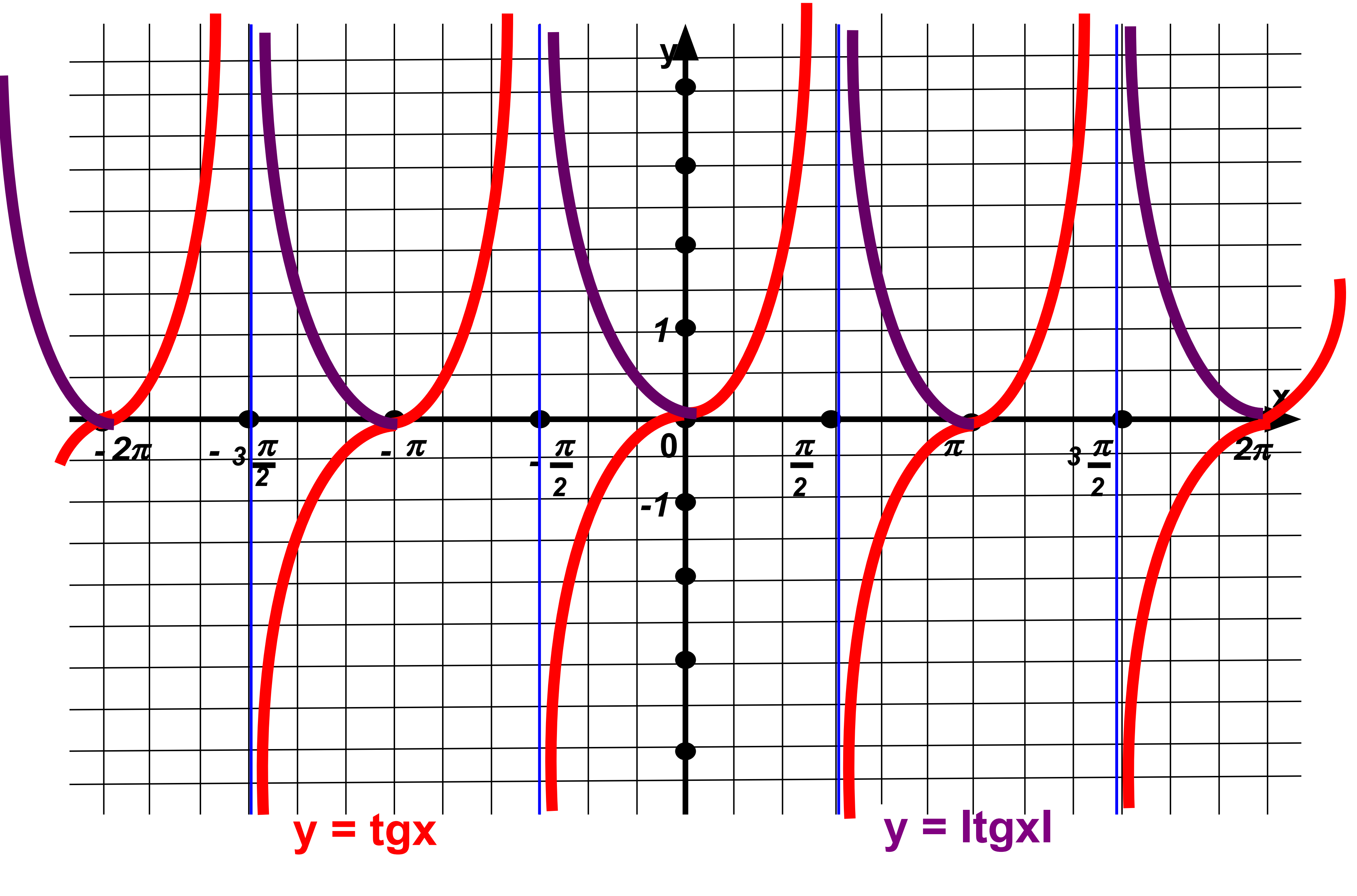
1. Обл. определения:
2. Множество значений функции: $y \in \mathbf{R}$
3. Периодическая, Т= π
4. Нечётная функция
5. Возрастает на всей области определения
6. Выпукла вниз при [Пn; П/2+ Пn),
   выпукла вверх при (-П/2+Пn; Пn],
7. Не ограничена
8. У наиб- не существует, у наим -не существует
9. При $x = \pi/2+\pi n$, $n \in Z$ -имеет точки разрыва графика и асимптоты



$y = tgx + a$ $y = tgx$ $y = tgx - b$



y
x
1
-1
0
- 2π
- 3 π/2
- π
- π/2
π/2
π
3 π/2
2π
y = tgx
y = tg(x – a)



y
x
1
-1
0
-2π
-3π/2
-π
-π/2
π/2
π
3π/2
2π
y = tgx
y = ltgxl

Функция $y = \text{ctg}\, x$

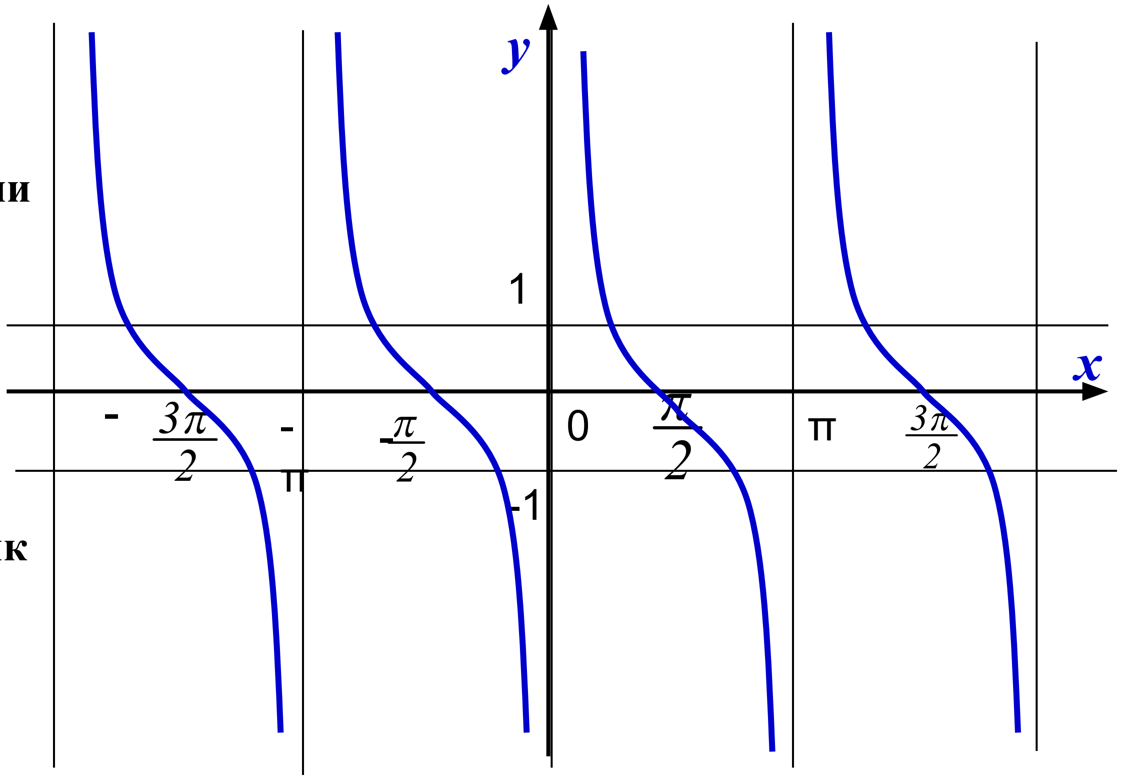
$y=ctg\ x$

1. **Область определения данной функции – все действительные числа, кроме чисел x=πk, k Z.**

2. **Область значений функции – все действительные числа.**
3. **Функция убывает на интервалах**

   $$(\pi k;\pi + \pi k), k \in Z$$

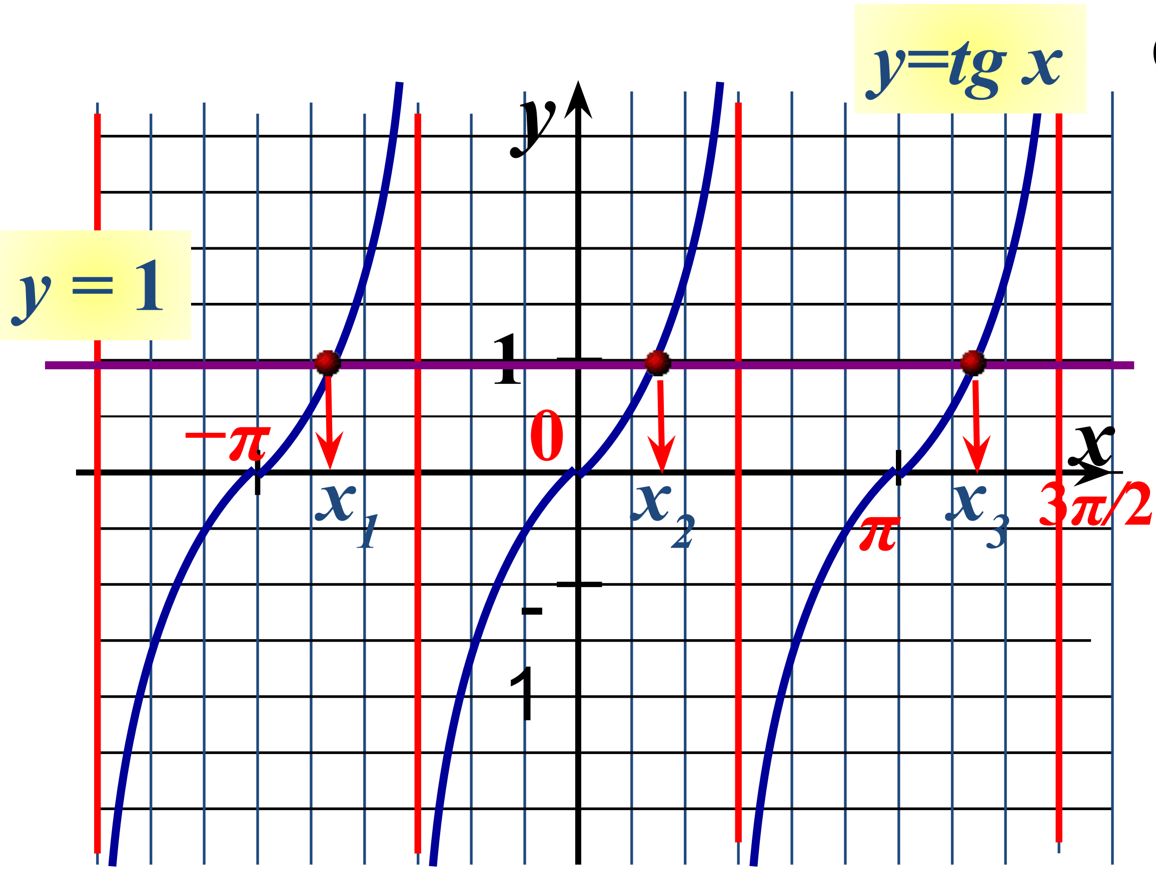
4. **Функция нечетная, график ее симметричен относительно начала координат.**
5. **Функция периодическая, ее наименьший положительный период равен π.**



Задача №1.

Найти все корни уравнения $tgx = 1$, принадлежащих промежутку $-\pi \le x \le 3\pi/2$.

Решение.



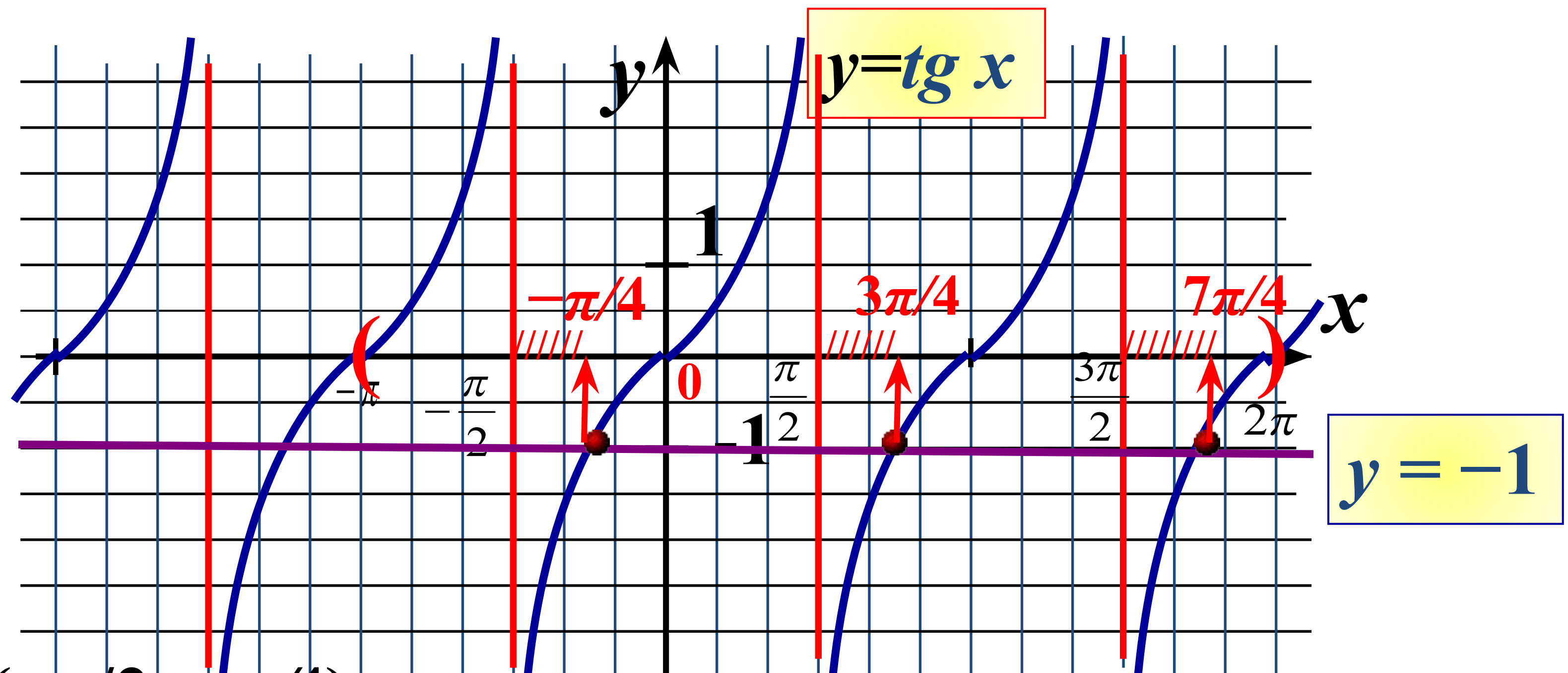
1. **Построим графики функций y=tg$x$ и y=1**

2. $x_1 = -3\pi/4$
   $x_2 = \pi/4$
   $x_3 = 5\pi/4$

Задача №2.

Найти все решения неравенства $tgx < -1$, принадлежащие промежутку $-\pi \le x \le 2\pi$.

1. **Построим графики функций $y = \mathrm{tg}x$ и $y = -1$**



2. $x \in (-\pi/2; -\pi/4)$; $x \in (\pi/2; 3\pi/4)$; $x \in (3\pi/2; 7\pi/4)$