

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

A decorative graphic consisting of several horizontal lines in shades of pink and white, located below the title and extending across the width of the slide.

1. Общие сведения о пересечении поверхностей

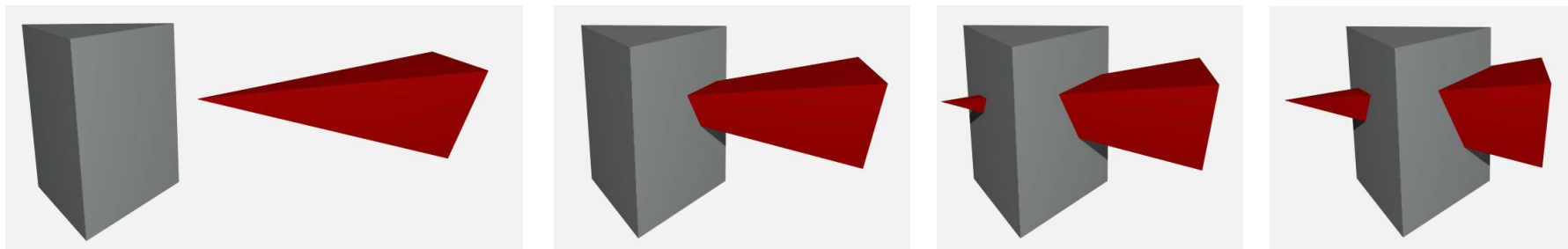
В результате пересечения поверхностей образуется пространственная, реже, плоская замкнутая линия, вид и форма которой зависят от вида пересекающихся поверхностей. При этом ***линия пересечения одновременно принадлежит одной и другой поверхности.***

Для построения линии пересечения двух поверхностей в данном случае рассматриваются два основных метода:

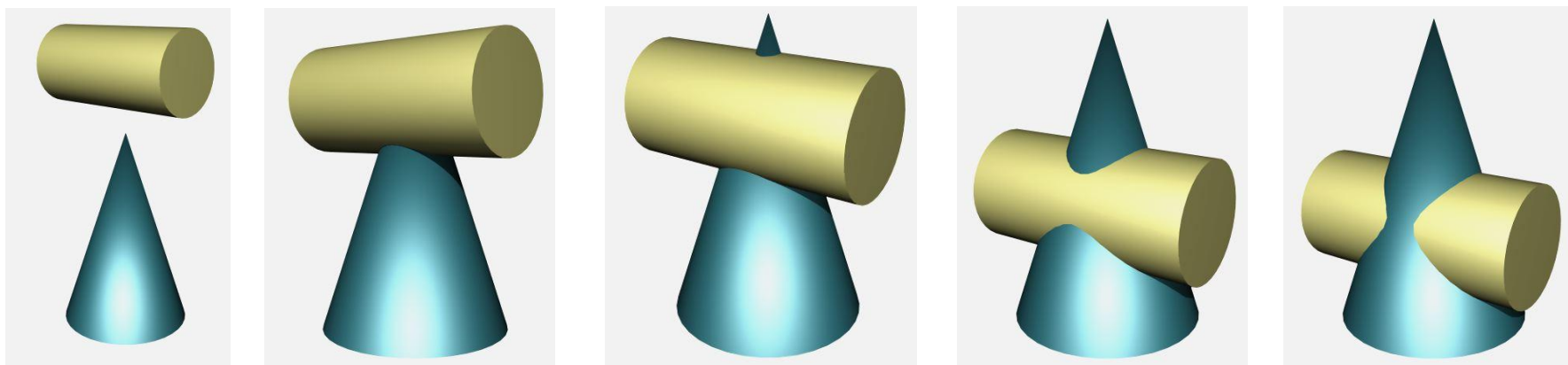
- ***метод секущих плоскостей-посредников частного положения;***
- ***метод концентрических сфер-посредников.***

В зависимости от взаимного расположения поверхностей, возможны два вида их пересечения – **врезка** и **пронизание**.

а)

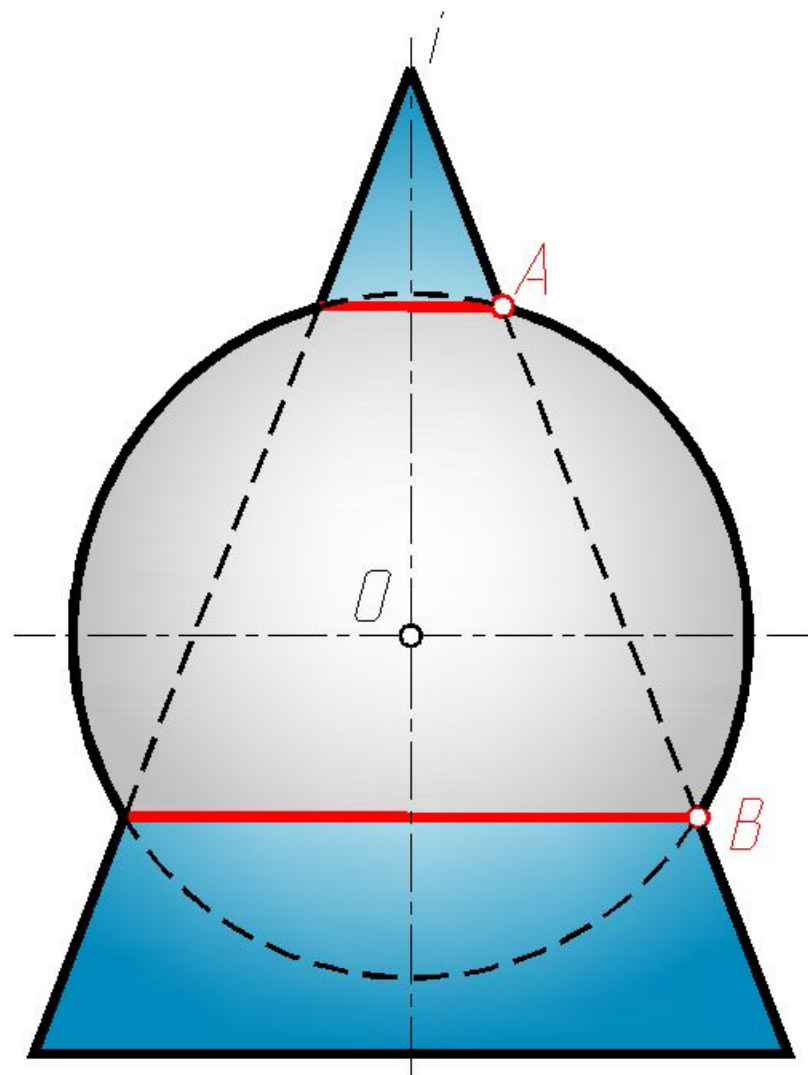
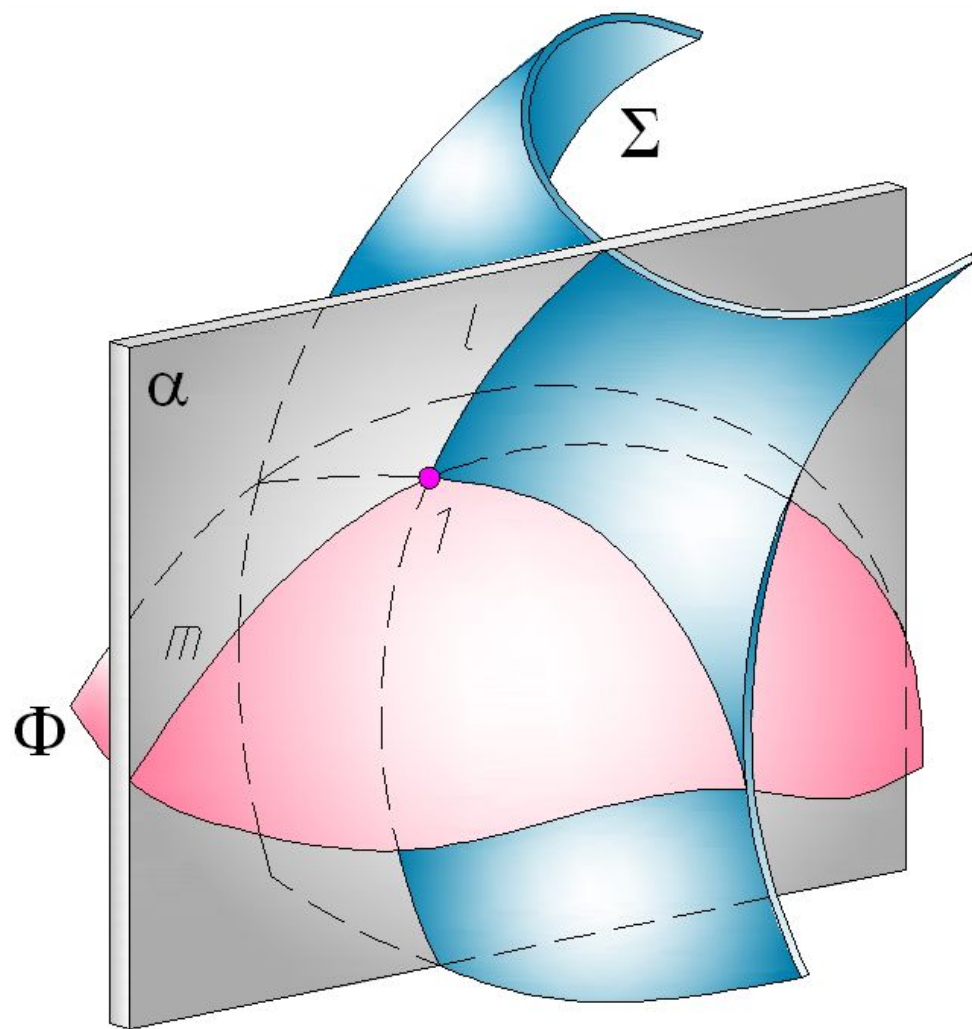


б)



При составлении алгоритма решения задач на построения проекций линии пересечения поверхностей на комплексном чертеже выявляют:

- вид заданных пересекающихся поверхностей и их расположение относительно плоскостей проекций;
- область пересечения поверхностей;
- характерные точки, принадлежащие линии пересечения;
- промежуточные точки, принадлежащие линии пересечения (методом секущих плоскостей-посредников частного положения, либо методом концентрических сфер-посредников).



- При применении метода плоскостей-посредников частного положения, последние следует выбирать так, чтобы они пересекали заданные поверхности по наиболее простым для графического построения линиям – прямым, либо окружностям. Для того чтобы концентрическая сфера-посредник пересекала по параллелям две заданные поверхности вращения, центр этой сферы-посредника должен лежать в точке пересечения осей вращения заданных поверхностей;
- Если оси вращения заданных поверхностей параллельны какой-либо плоскости проекций, то на чертеже параллели пересечения концентрических сфер-посредников с заданными поверхностями проецируются на эту плоскость в прямые линии.

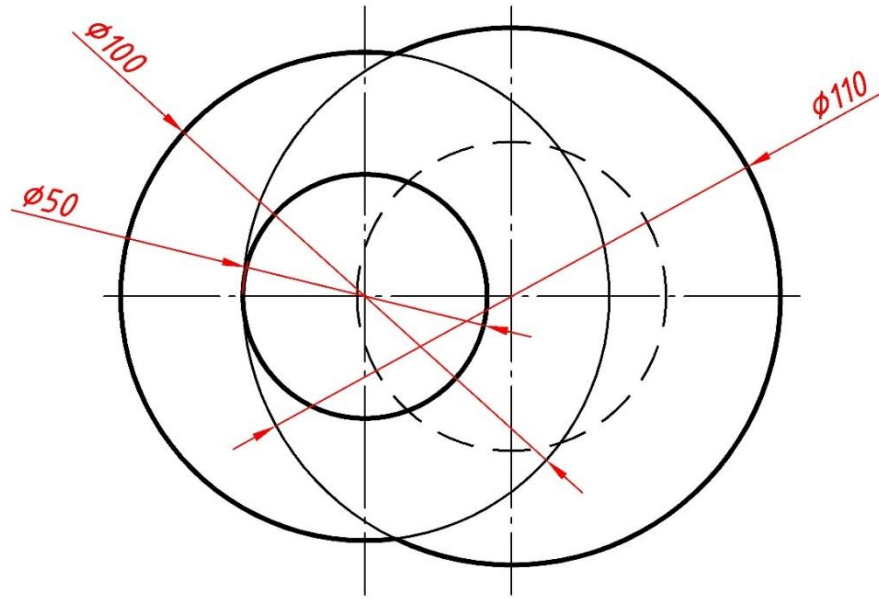
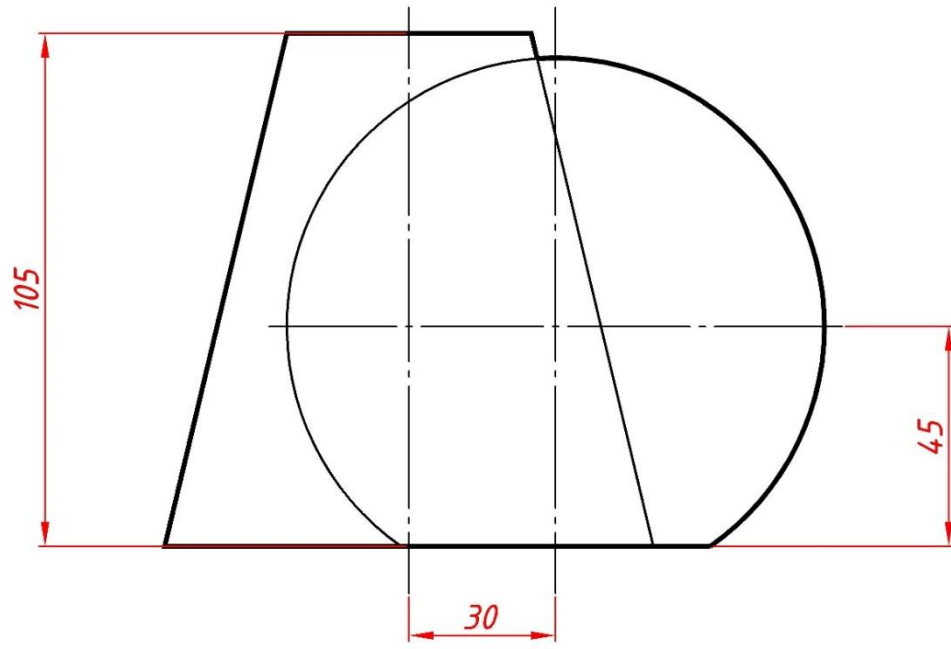
Поэтому, концентрические сферы-посредники применяются только в том случае, когда две пересекающиеся поверхности являются:

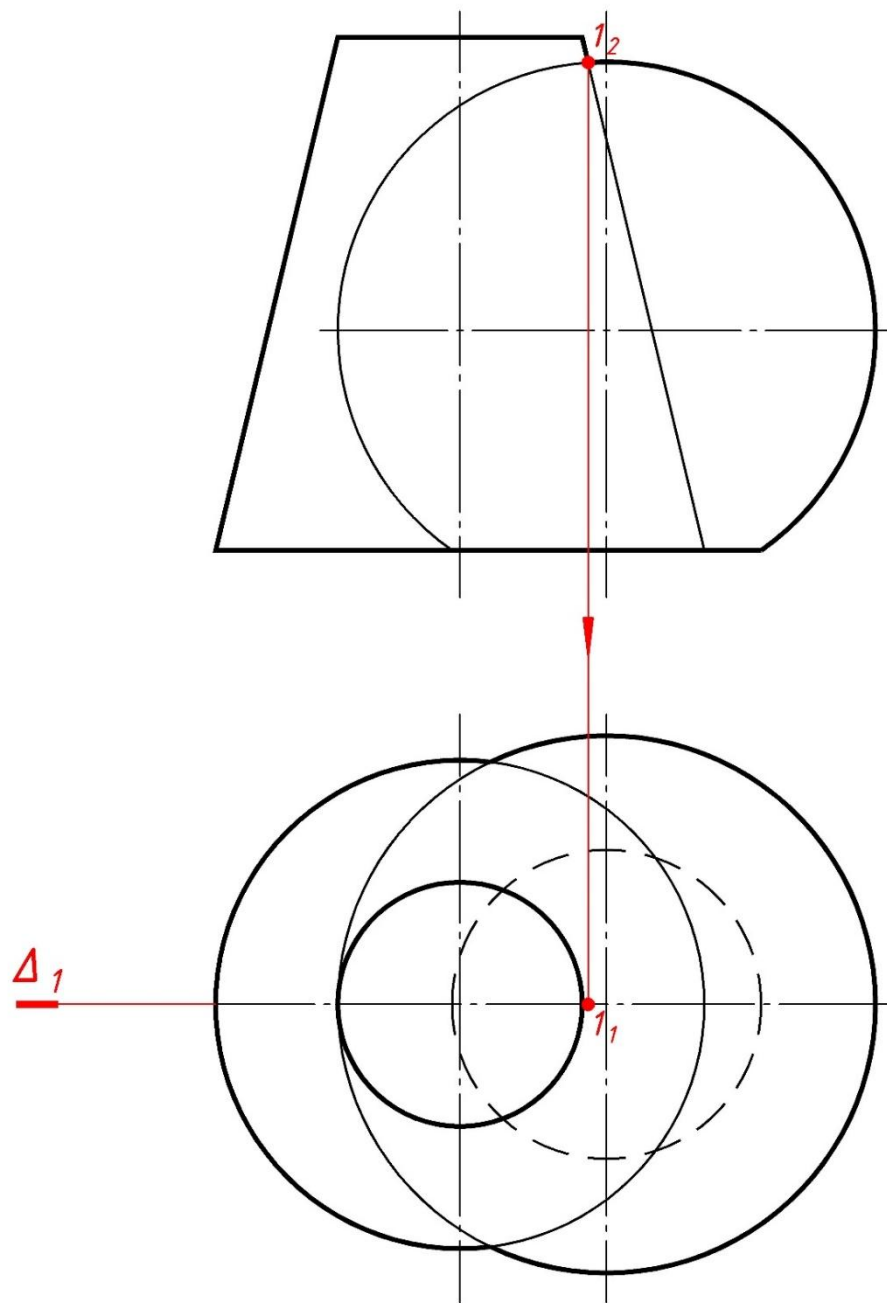
- поверхностями вращения;
- оси вращения этих поверхностей пересекаются и расположены параллельно одной и той же плоскости проекций, или одна из осей должна быть проецирующей прямой, а вторая – линией уровня.

А. Метод секущих плоскостей – посредников

Общие положения при составлении алгоритма решения задач:

- 1 Проводят анализ заданных поверхностей по классификации их образования и расположения относительно плоскостей проекций.
- 2 Выбирают плоскости-посредники таким образом, чтобы при пересечении их с каждой из заданных поверхностей образовались удобные для построения линии (прямые или окружности).
- 3 Определяют характерные точки, принадлежащие линии пересечения, а затем промежуточные.
- 4 Соединяют полученные точки линией, с учетом ее характера (ломаная, кривая, комбинированная).
- 5 Определяют видимость проекций линии пересечения и заданных поверхностей.



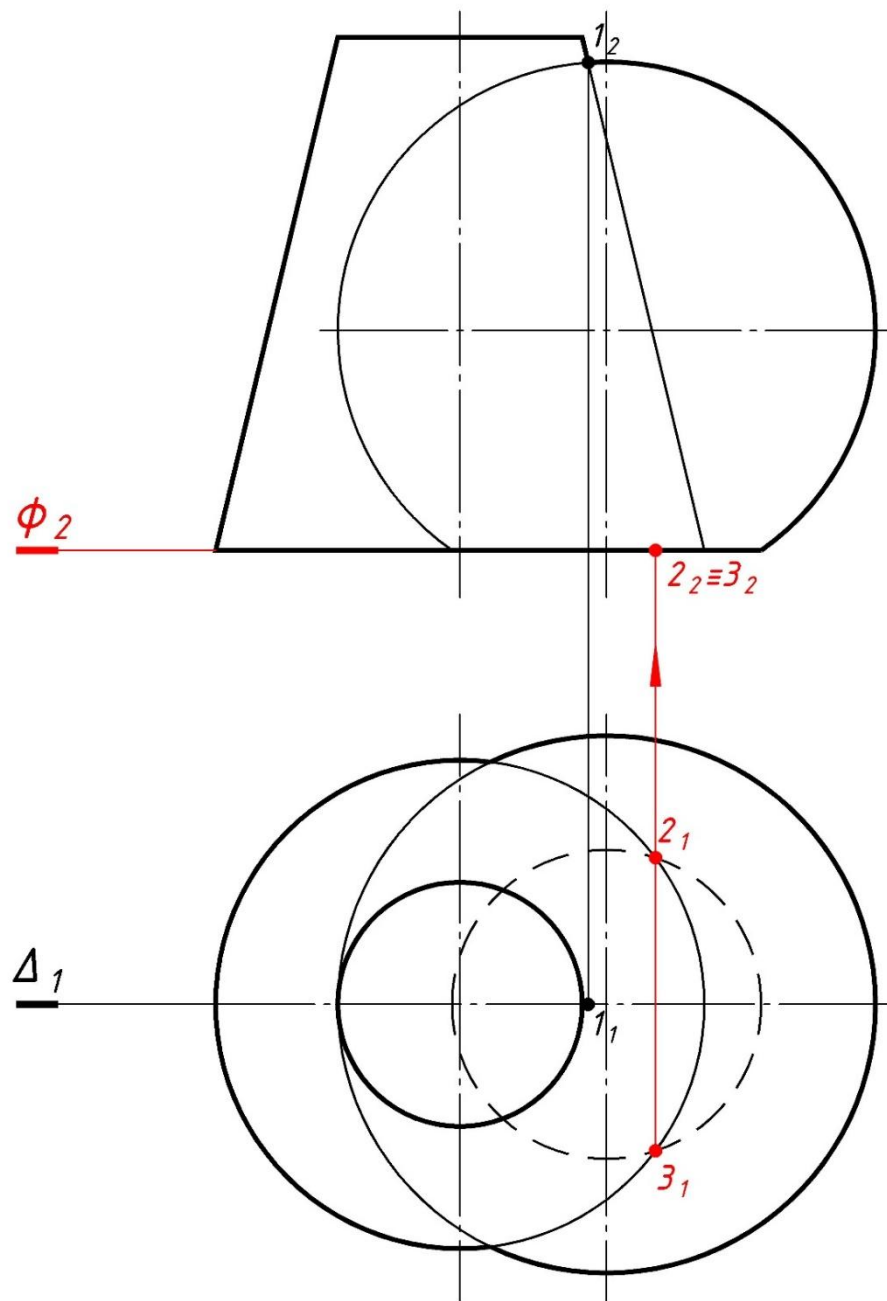


Задачу решаем способом
вспомогательных
плоскостей-посредников.

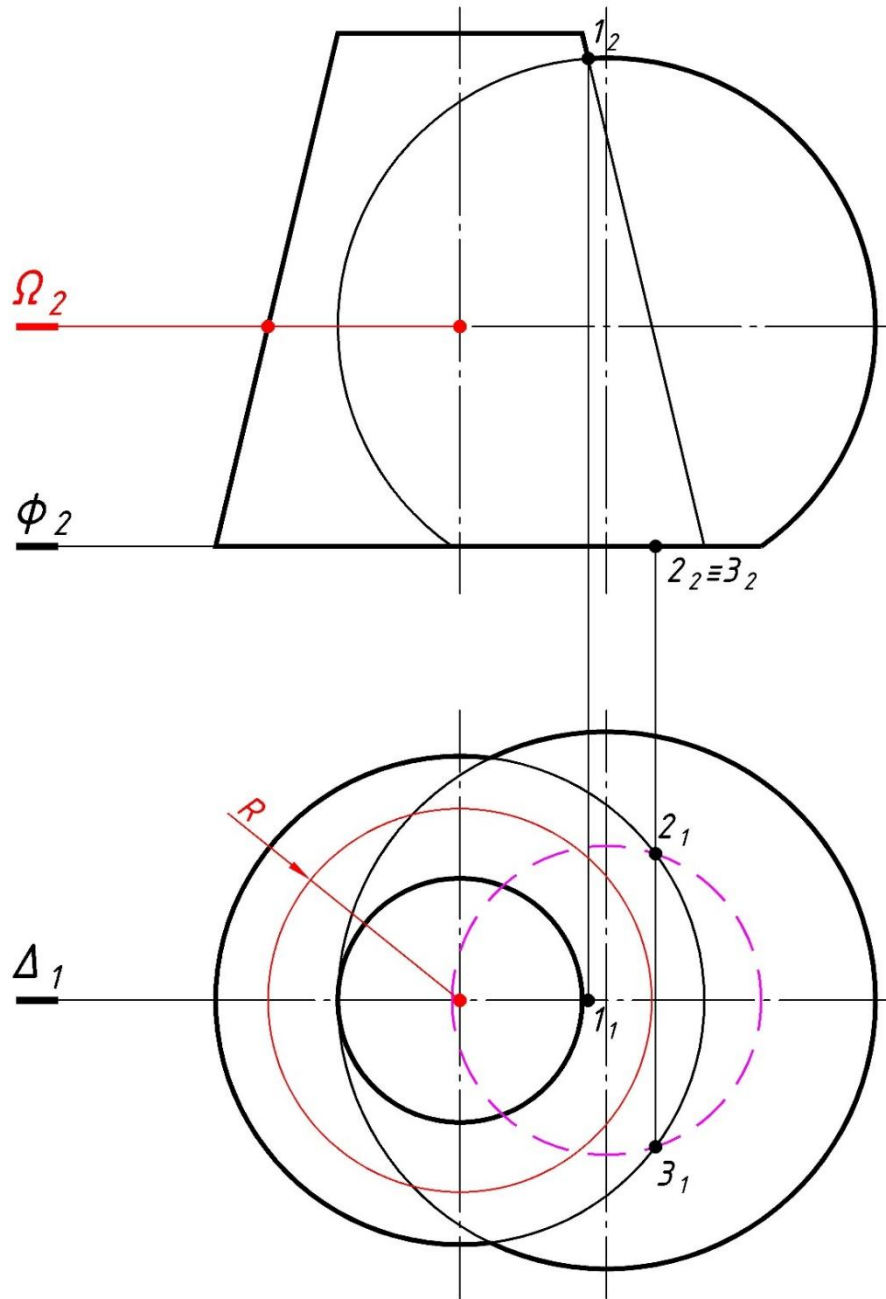
1. Независимо от способа решения
сначала определяем характерные
точки линии пересечения – это
наивысшая и наинизшая точки линии
пересечения, а также точки смены
видимости на плоскостях проекций.
2. Наивысшая и наинизшая точки
будут располагаться в общей
плоскости симметрии обеих
поверхностей. В нашем случае это
плоскость Δ .

Эта плоскость пересекает обе
поверхности по очерковым
образующим, следовательно на их
пересечении будут искомые точки.
Т.к. обе поверхности усеченные (или
хотя бы одна), то мы получим
только наивысшую точку сечения 1_2 .
Проекцию 1_1 по линии проекционной
связи опускаем на Δ_1 .

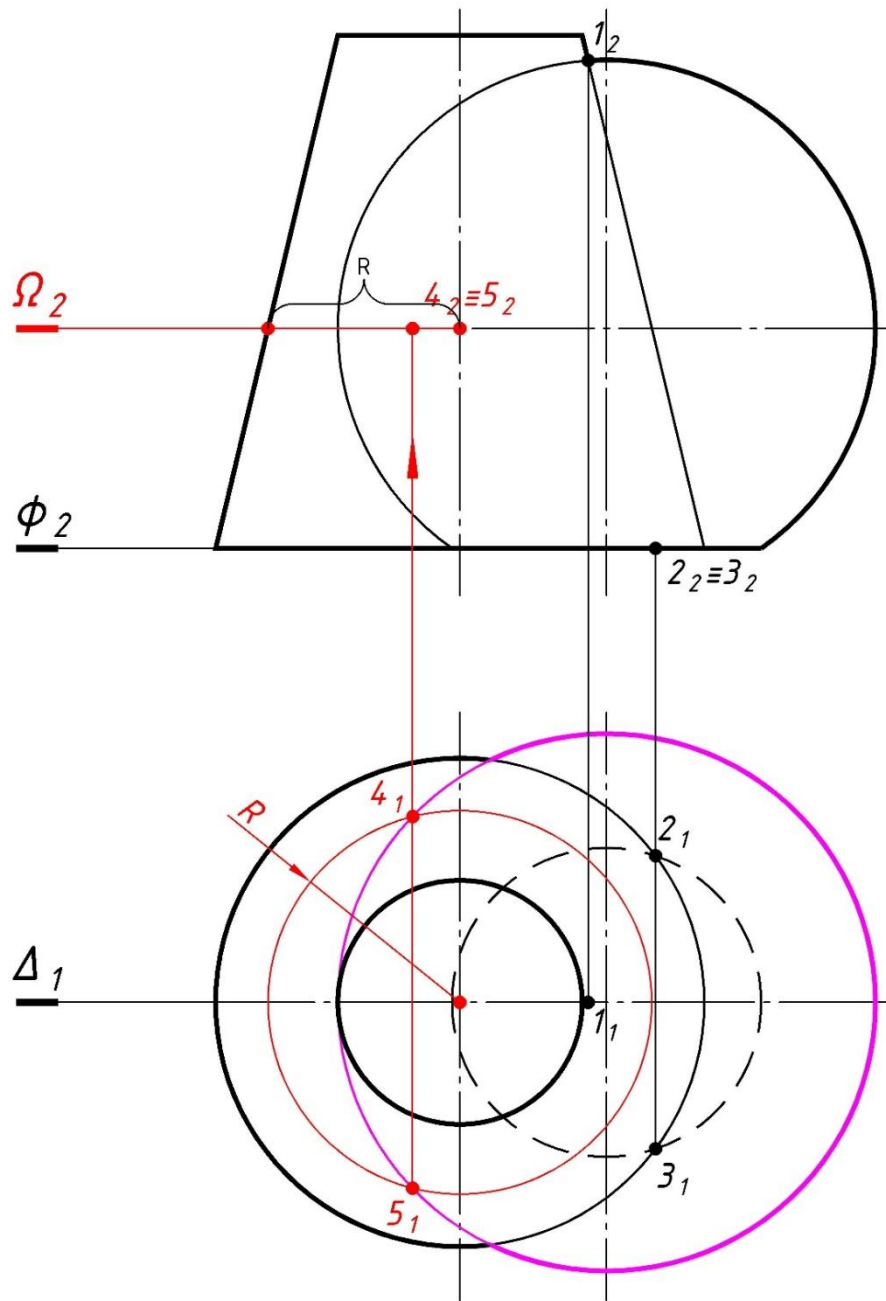
3. Так как основания поверхностей усеченные, то заключаем их во вспомогательную плоскость посредник ϕ , ктр. в данном случае совпадает с горизонтальной плоскостью проекций. На пересечении горизонтальных проекций усеченных оснований поверхностей находим искомые проекции 2_1 и 3_1 . Фронтальные проекции точек возвращаем на ϕ_2 .

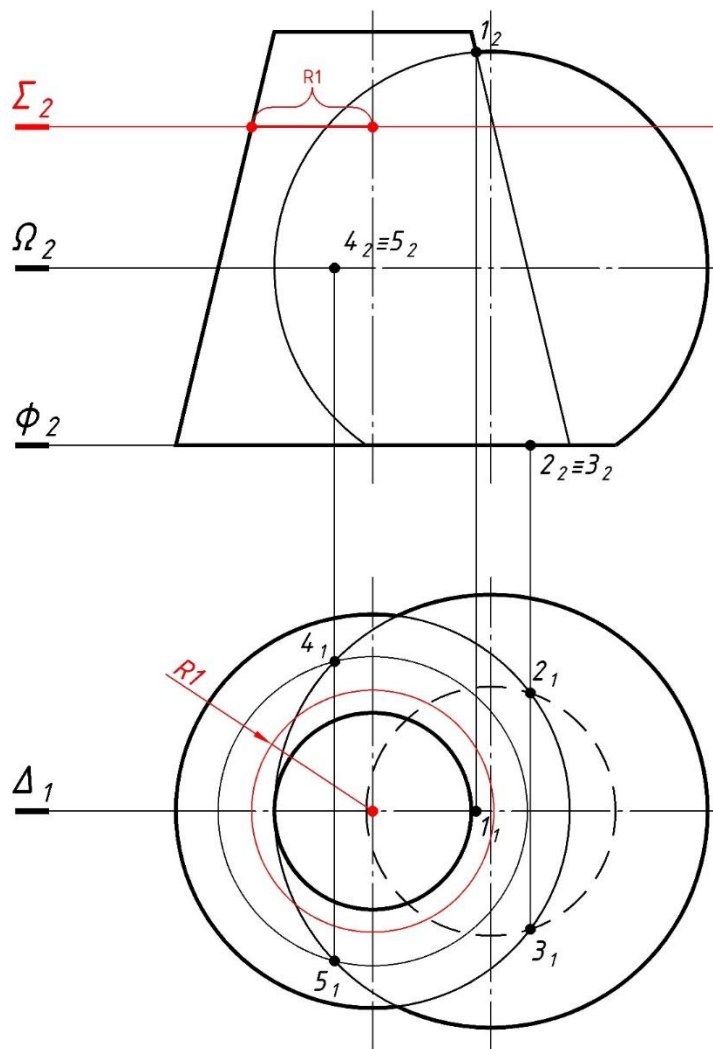


4. Точки смены видимости принадлежат осям симметрии поверхностей. Проведем вспомогательную плоскость Ω горизонтального уровня через ось симметрии усеченной сферы. Эта плоскость пересекает сферу по окружности ее радиуса, а конус по окр. радиуса R (расстояние от оси до очерка конуса по плоскости).

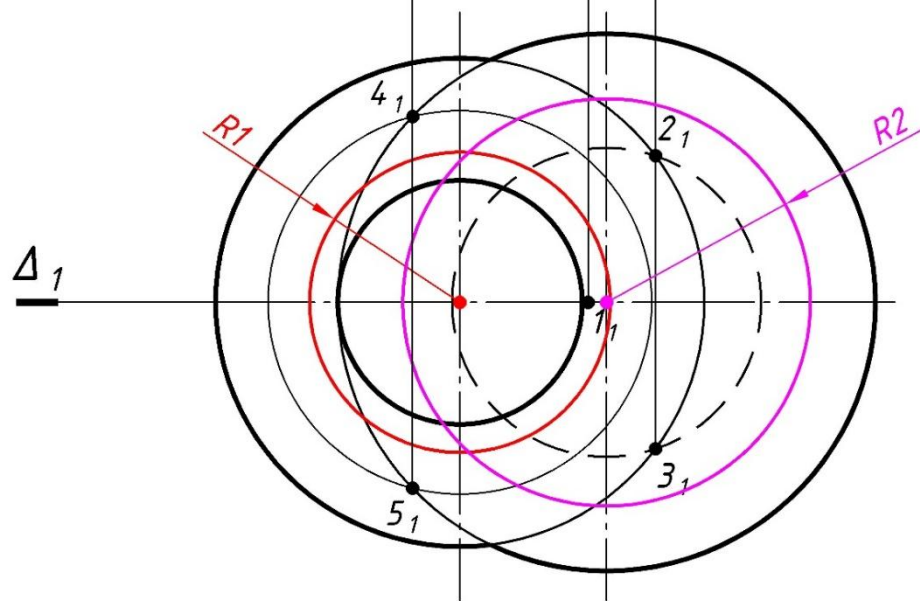
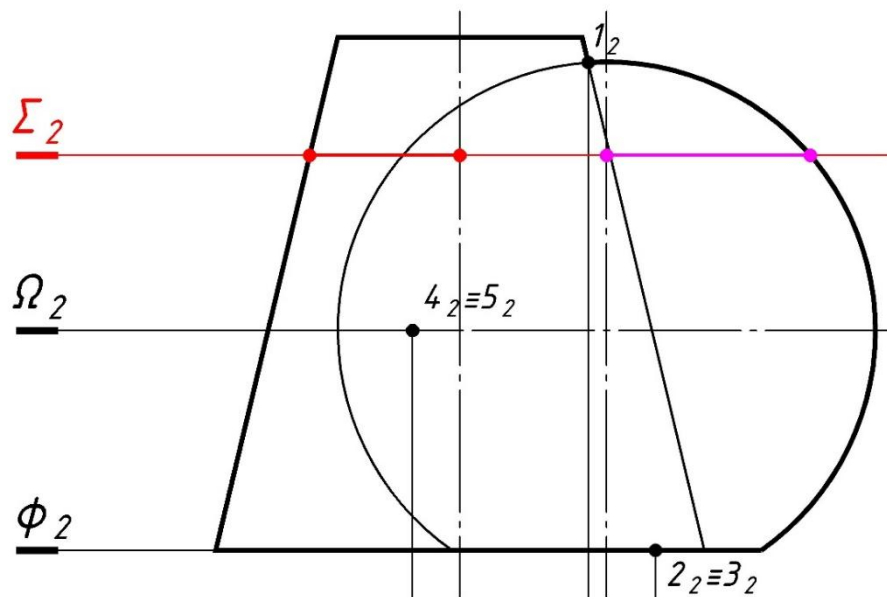


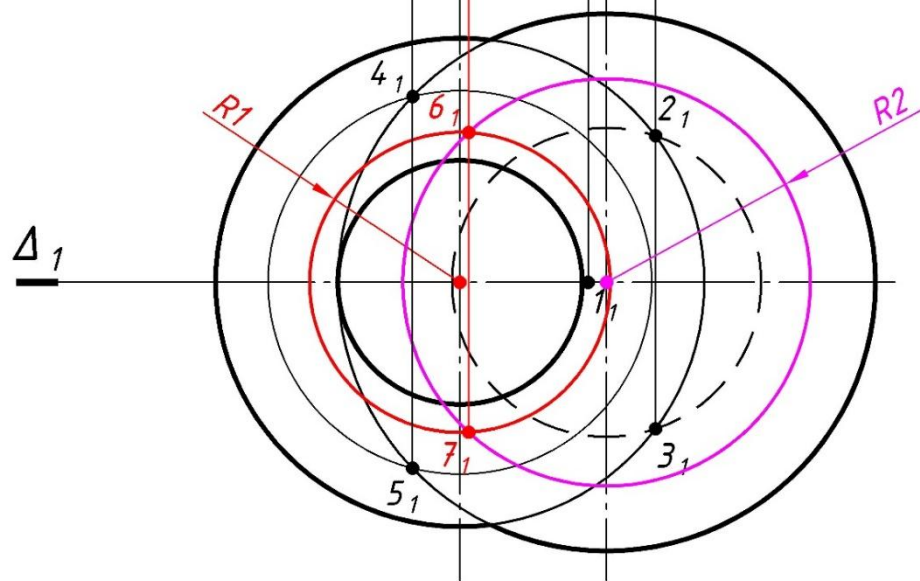
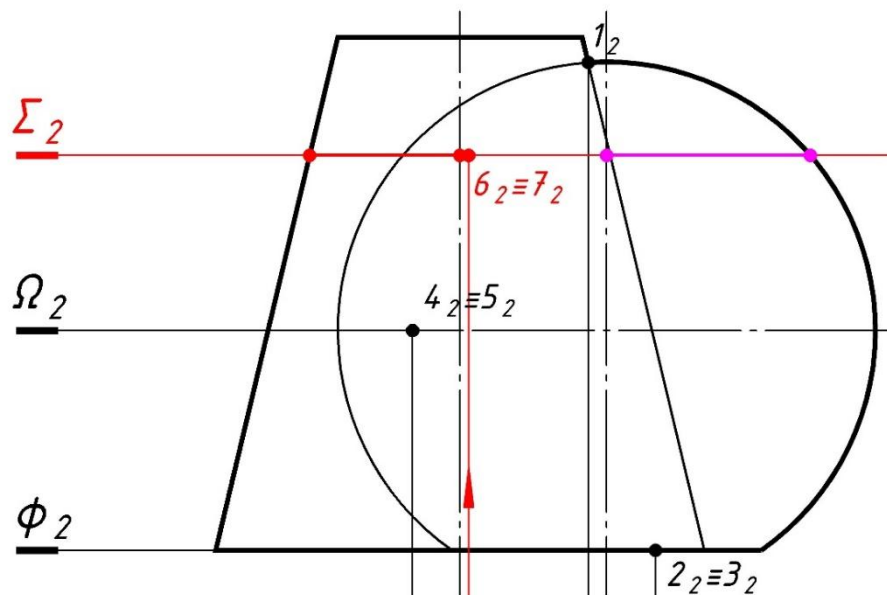
На пересечении горизонтальных проекций этих линий находим горизонтальные проекции искомых точек 4_1 и 5_1 . Возвращаем фронтальные проекции точек на Ω_2 .



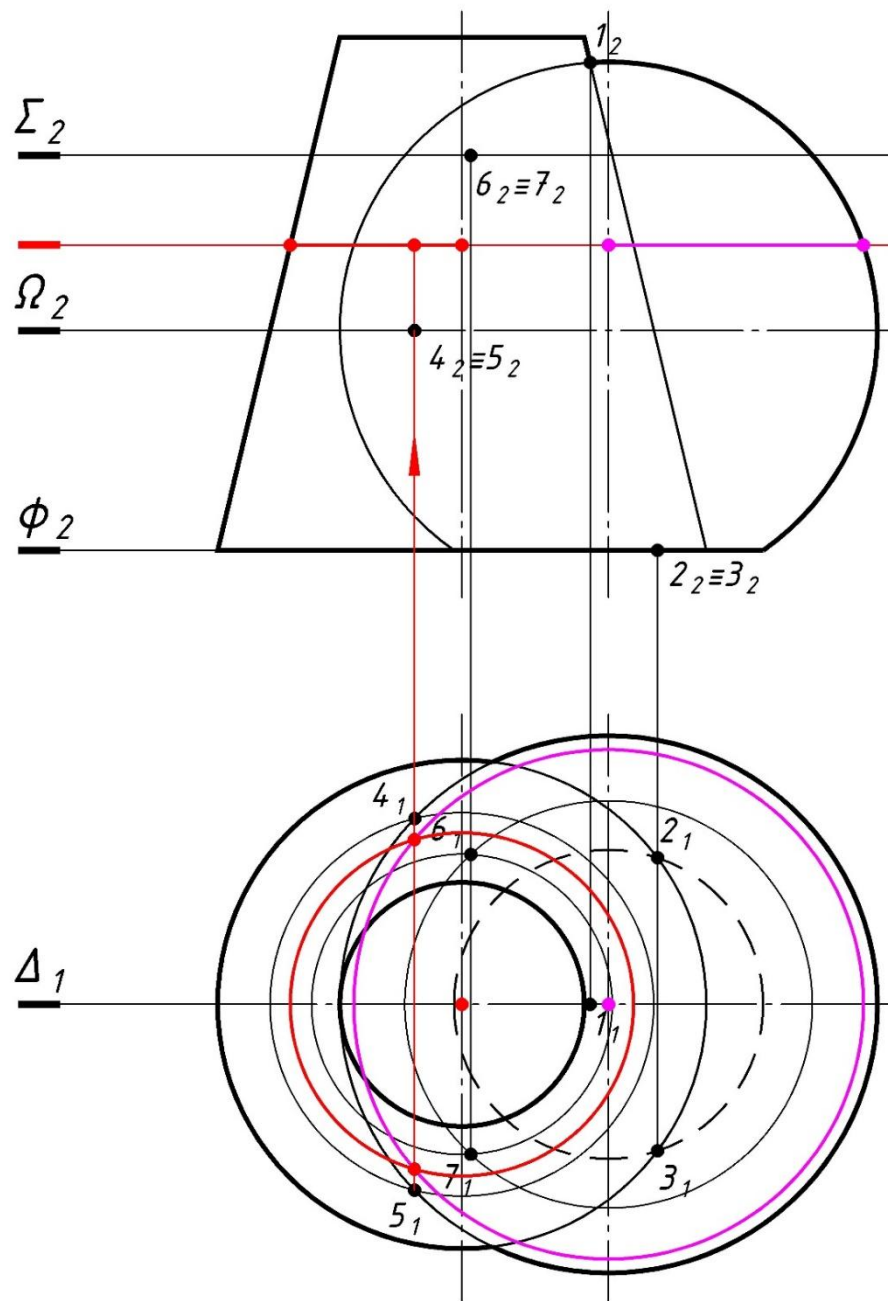


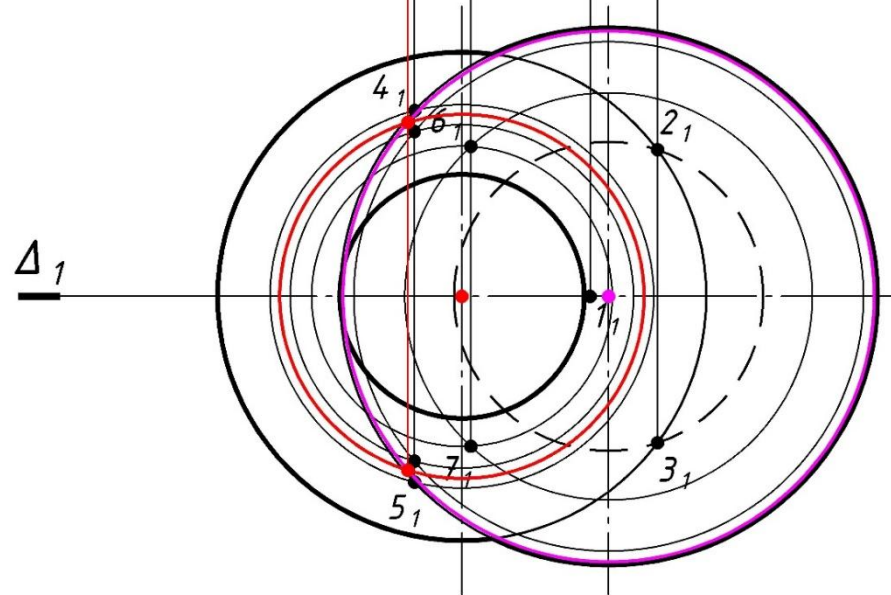
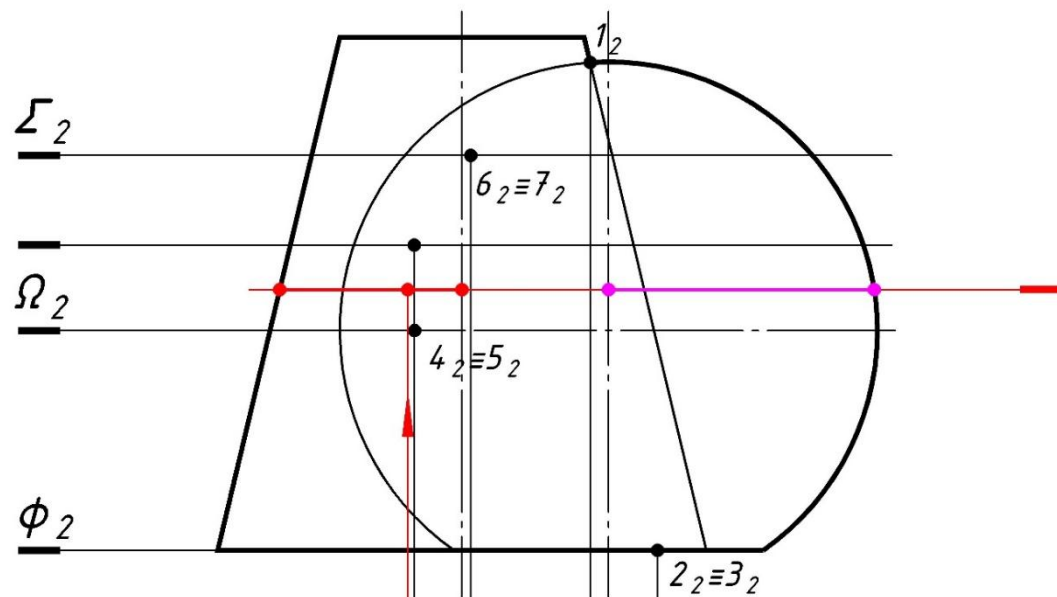
5. Находим промежуточные точки линии пересечения. Для этого в пределах высшей и низшей точек произвольно проводим вспомогательные плоскости-посредники горизонтального уровня. Проведем плоскость-посредник Σ , ктр. пересекает конус по окружности радиуса R_1 , а усеченную сферу по окружности радиуса R_2 . На пересечении горизонтальных проекций этих линий находим искомые проекции точек 6_1 и 7_1 . Фронтальные проекции точек возвращаем на Σ_2 .

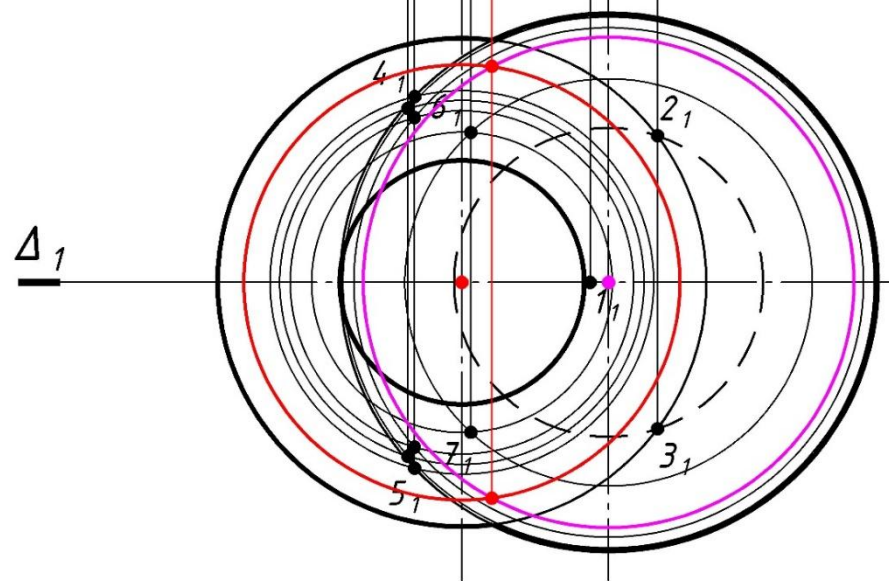
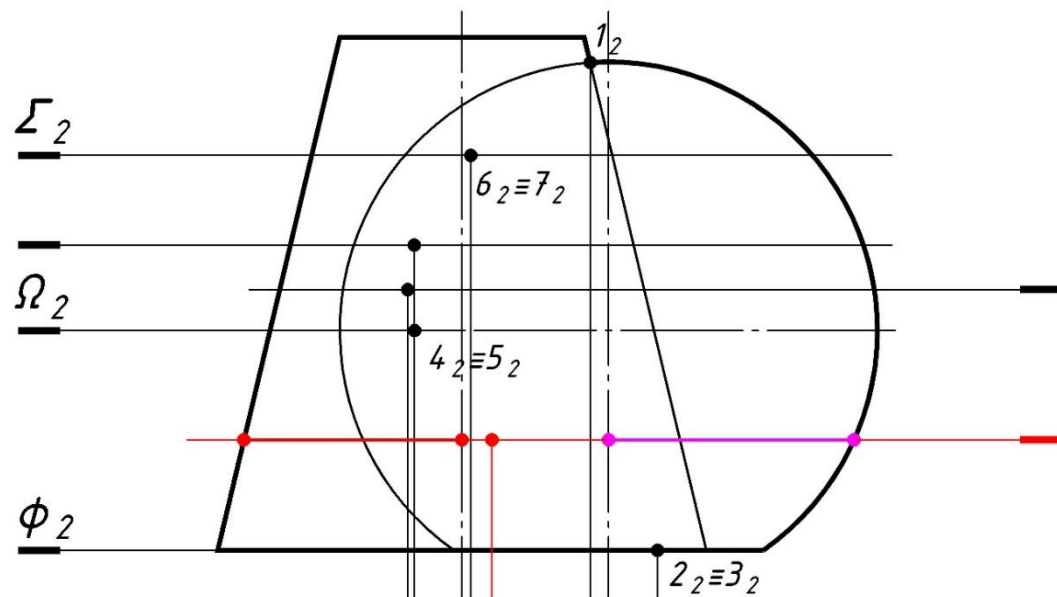


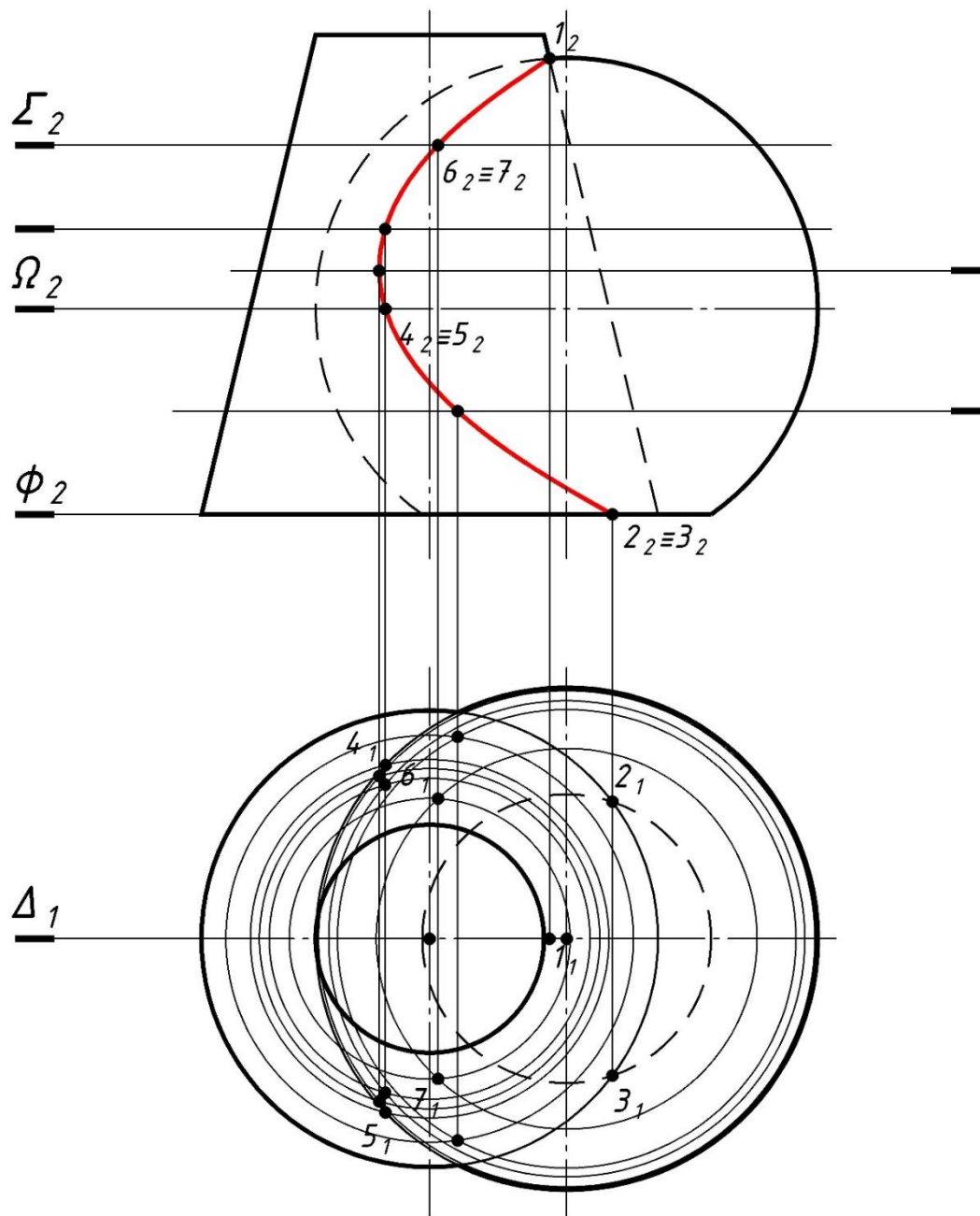


Аналогично строим необходимое количество промежуточных точек, принадлежащих линии пересечения.

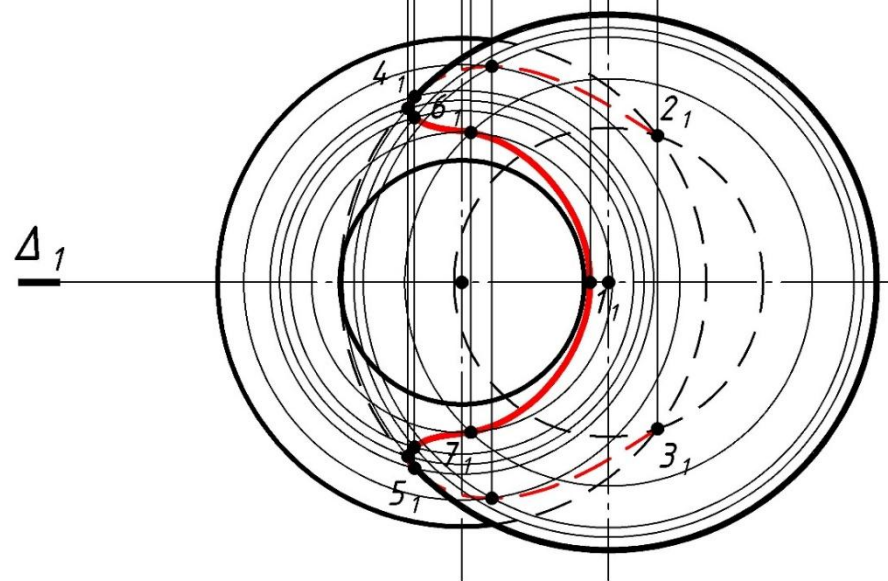
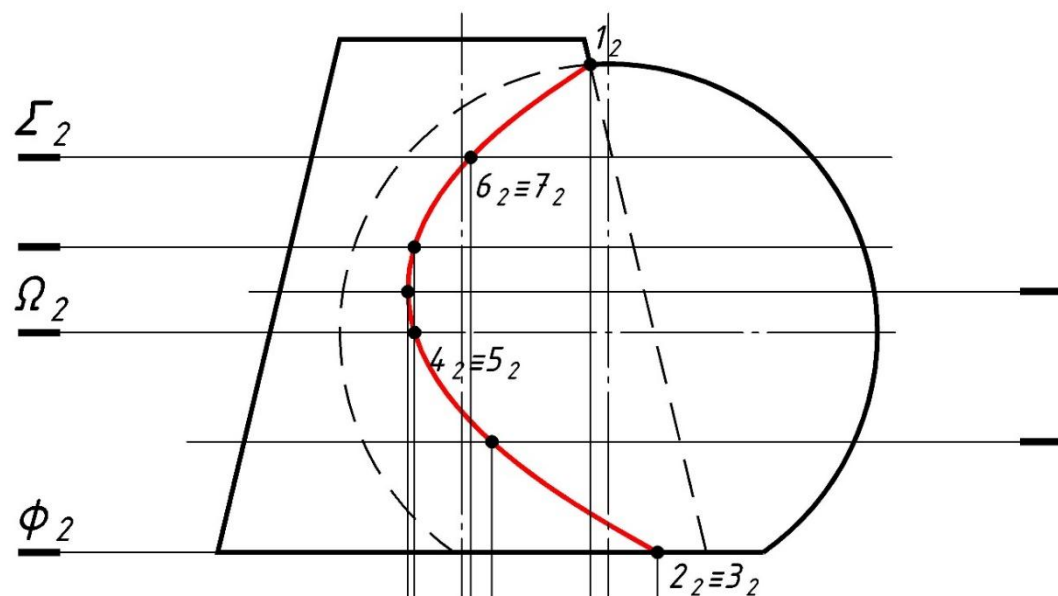




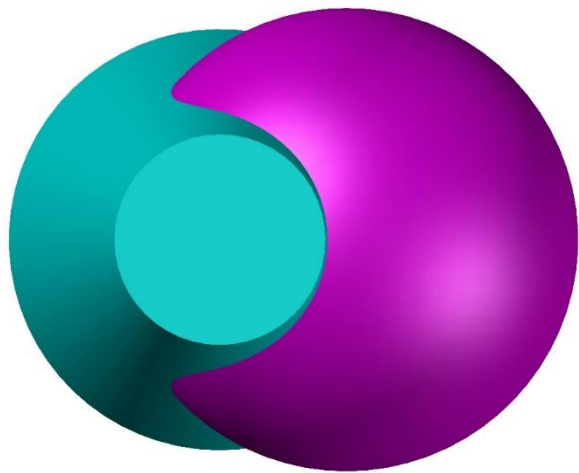
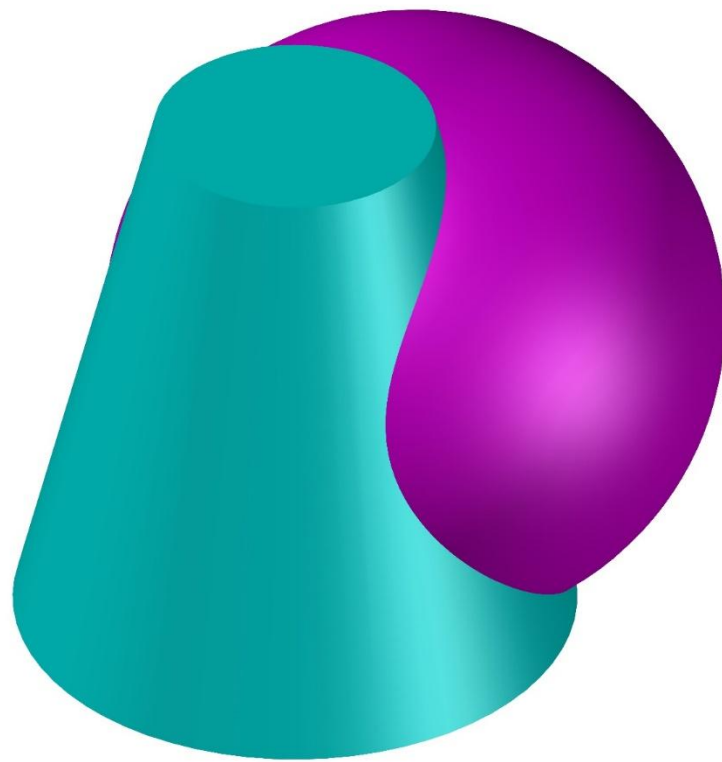
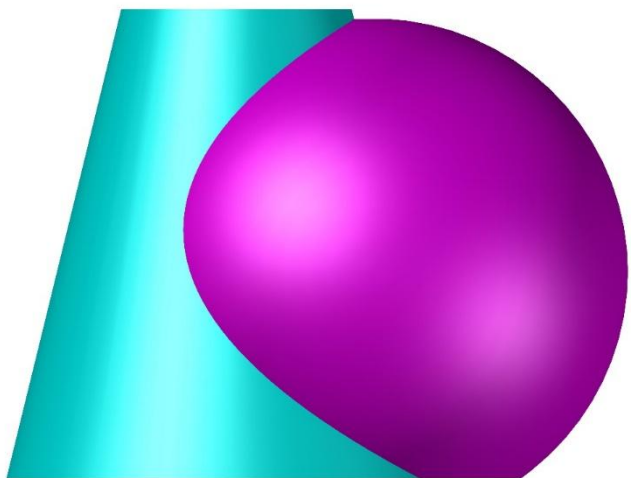


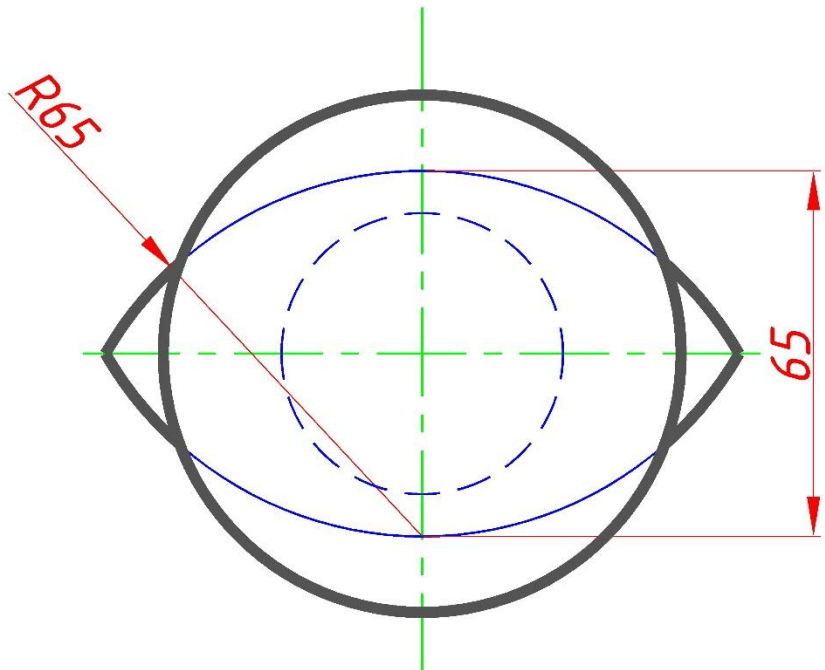
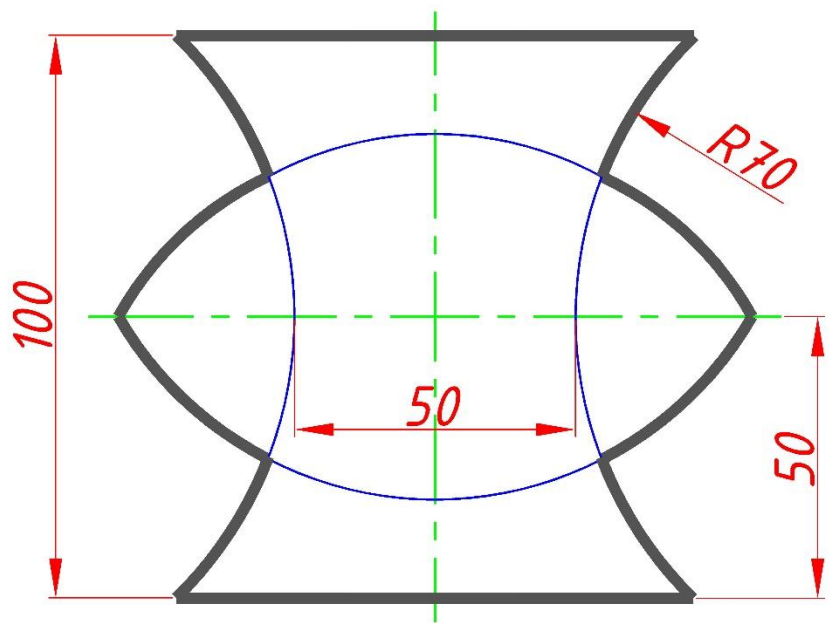


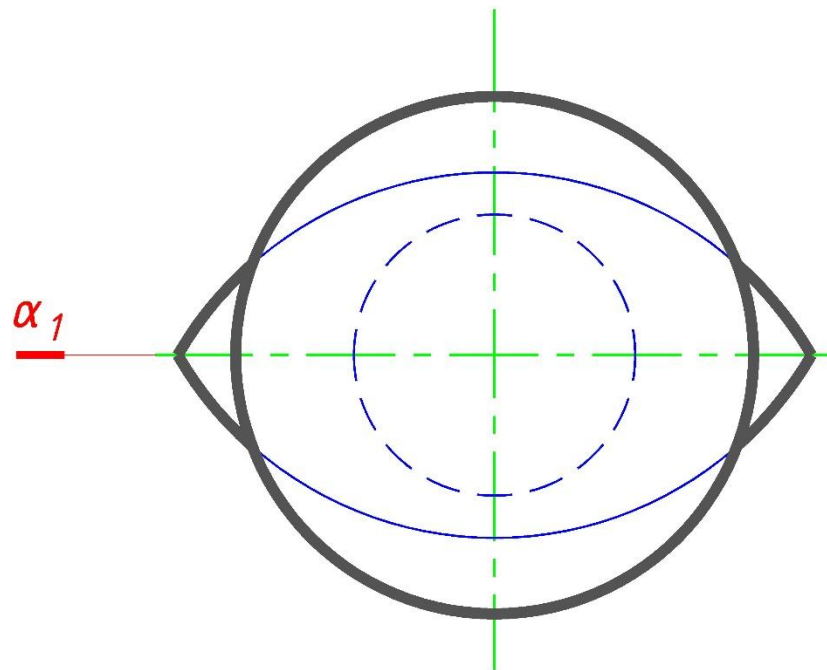
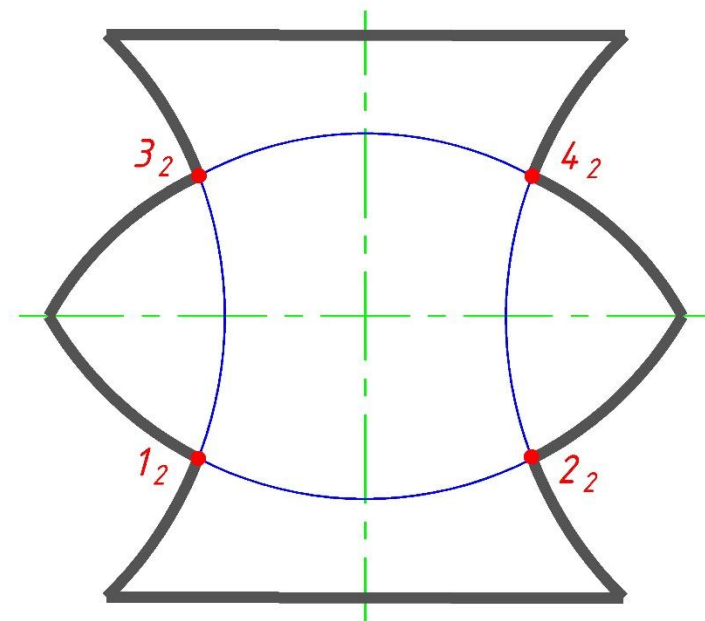
Соединяем точки по-порядку и определяем видимость. На фронтальной плоскости проекций линия пересечения будет видимой (та часть, ктр. находится за плоскостью симметрии 1642 и невидима, будет совпадать с видимой частью линии). Часть сферы внутри конуса и часть конуса внутри сферы будут невидимыми.

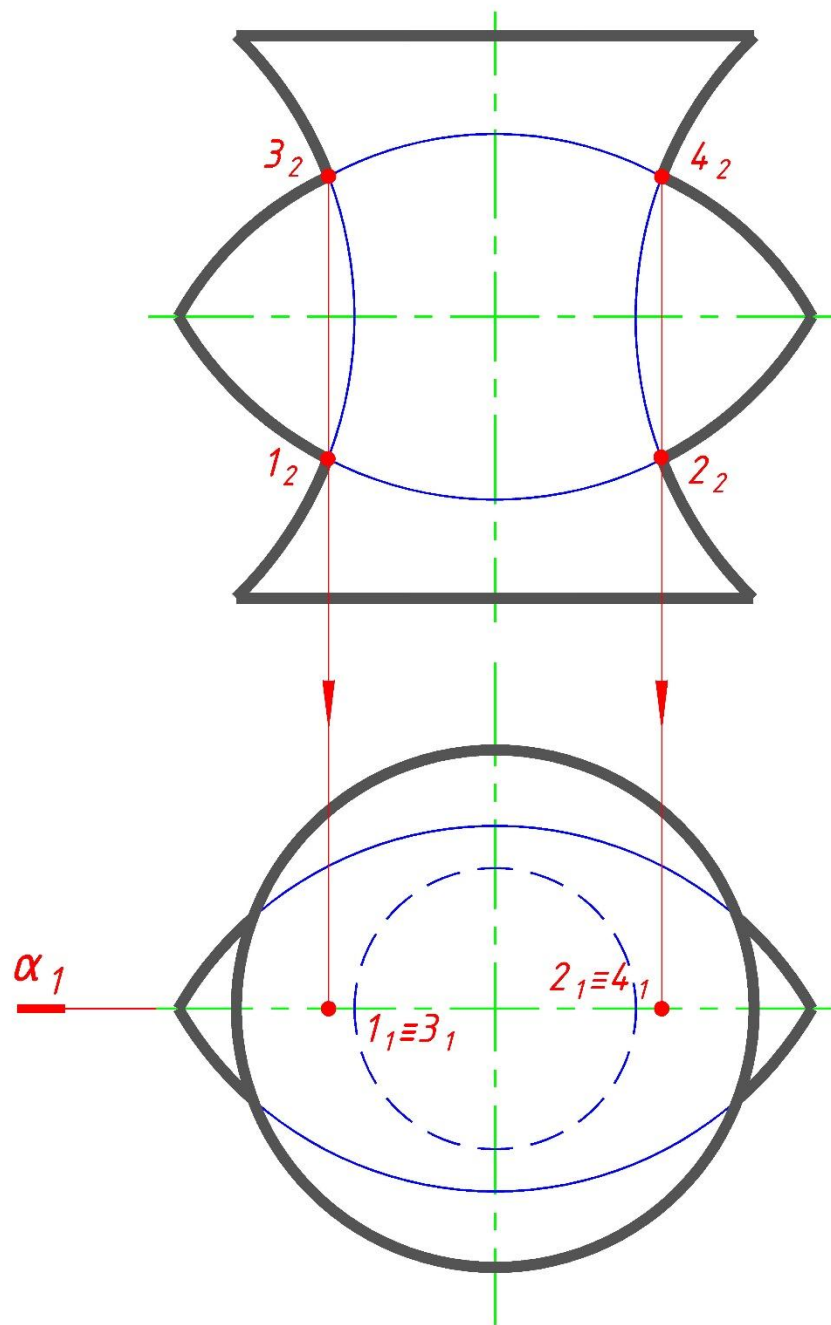


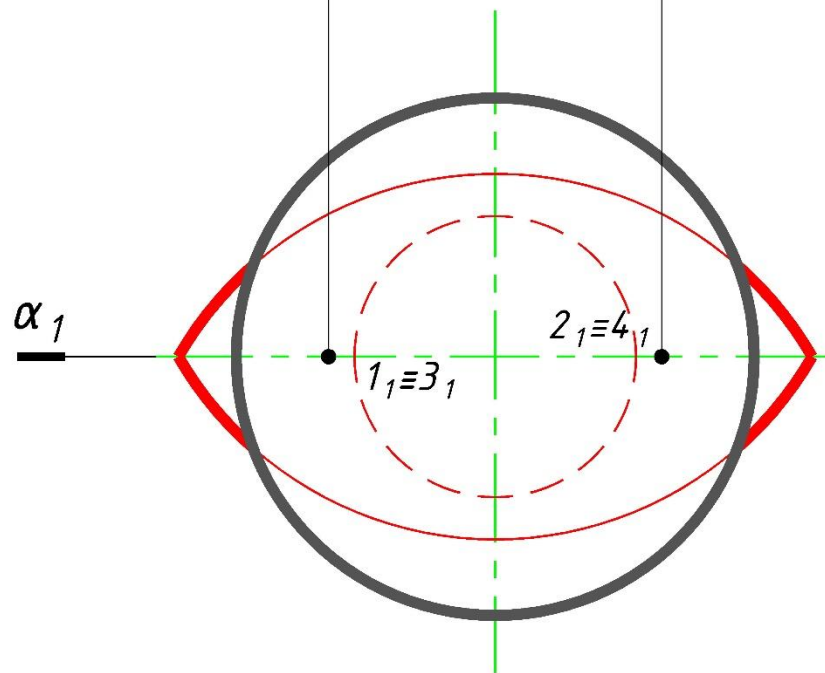
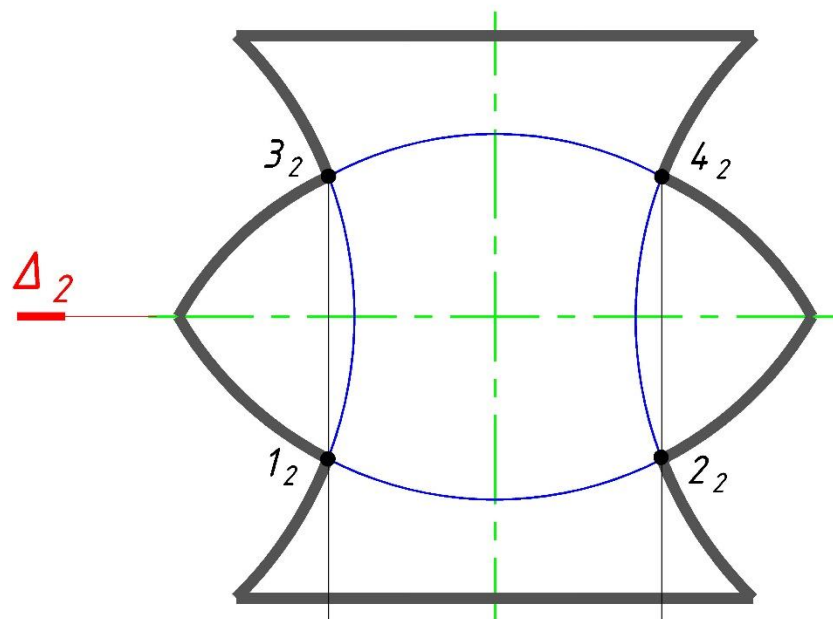
На горизонтальной плоскости проекций точками смены видимости являются 4 и 5, т.к. принадлежат оси симметрии сферы. Что выше этих точек на гор. пл. пр. будет видимым, что ниже - невидимым. Эти точки являются точками смены видимости и для очерка сферы. За этими точками сфера уходит в конус и будет невидимой. Нижнее основание конуса частично закрыто сферой и будет невидимо.

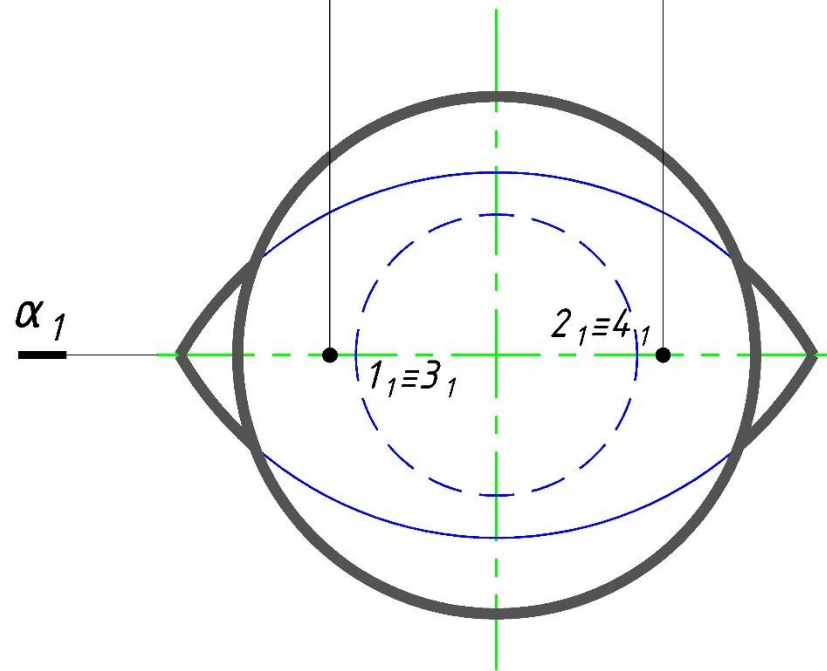
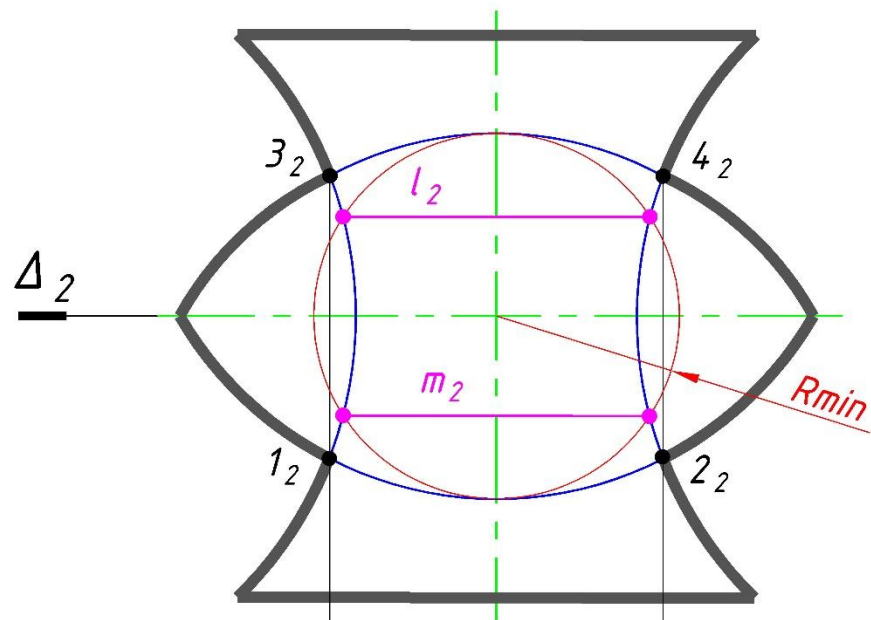


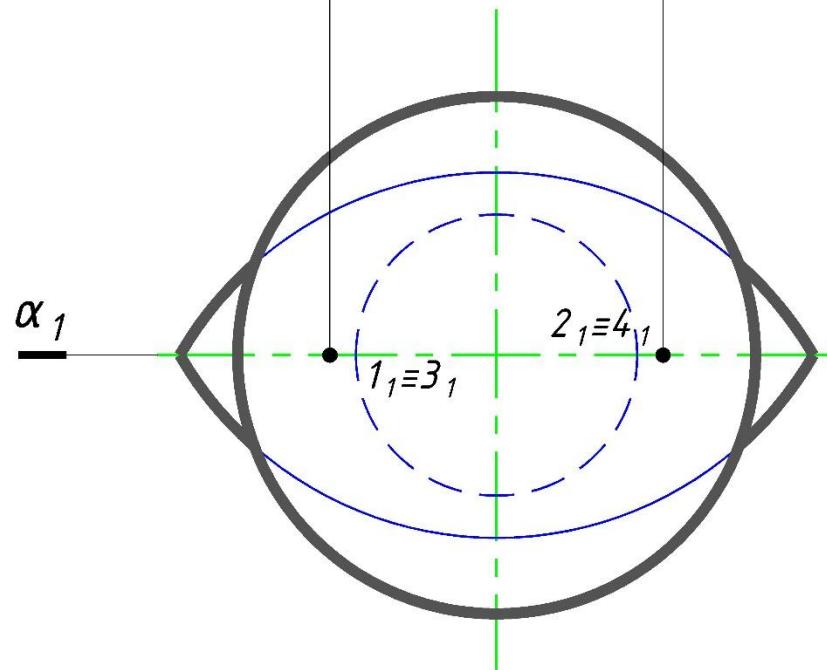
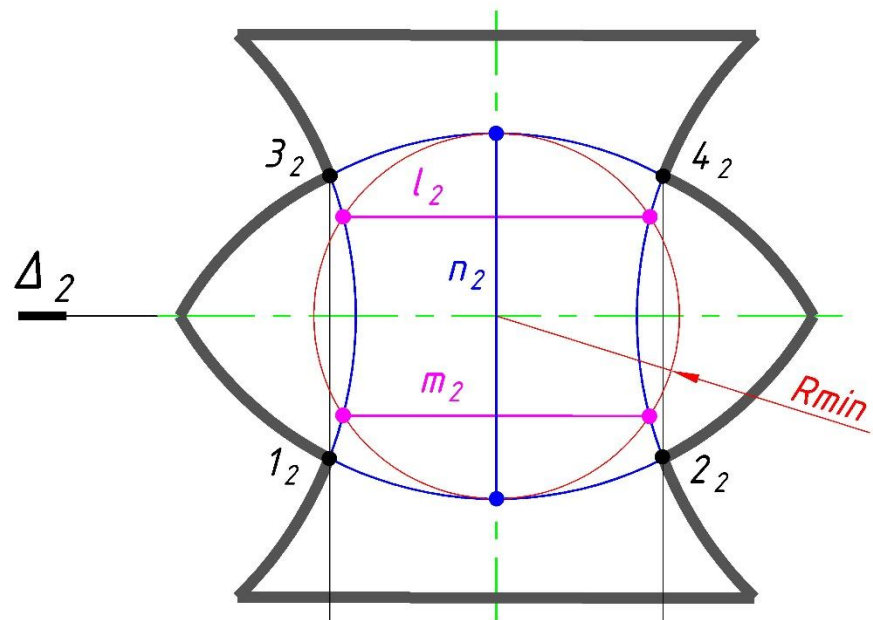


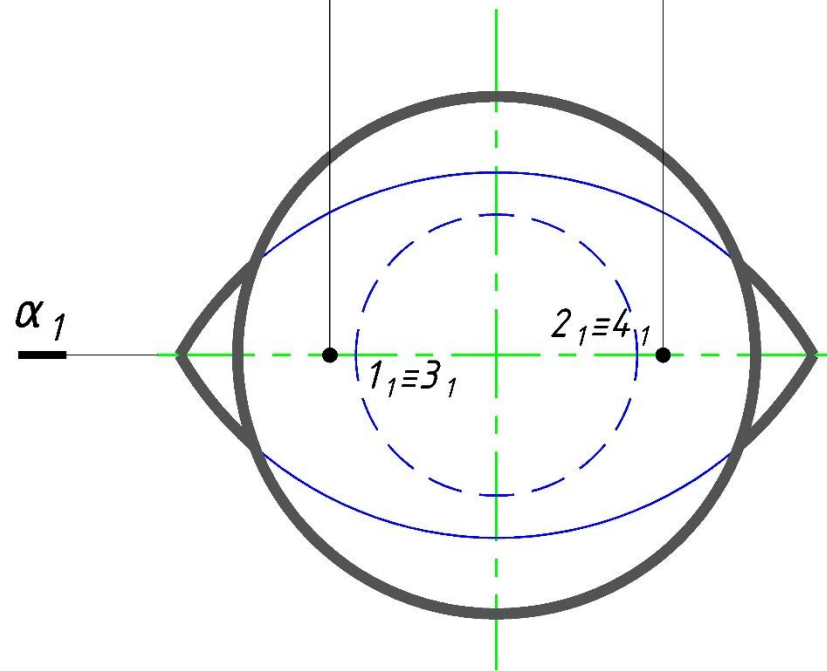
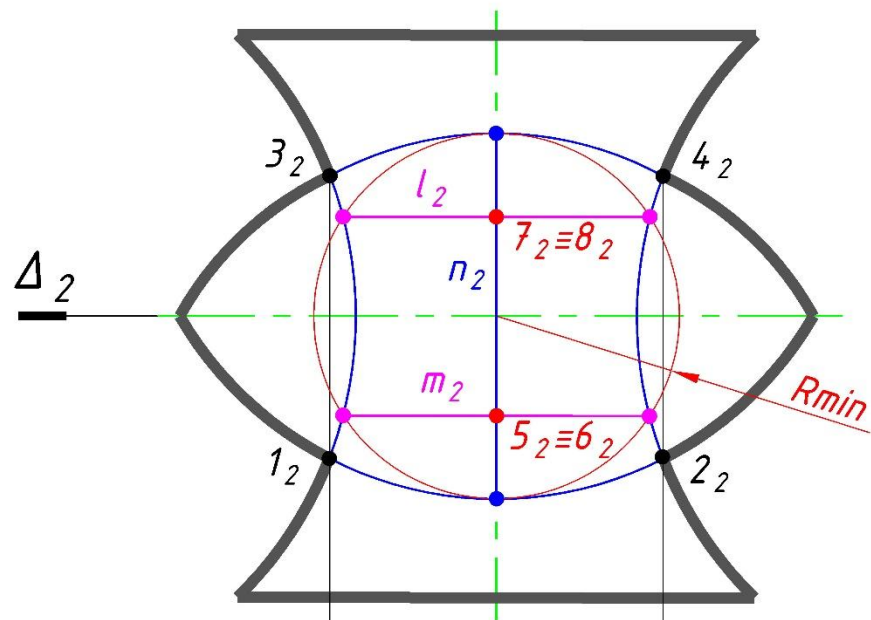


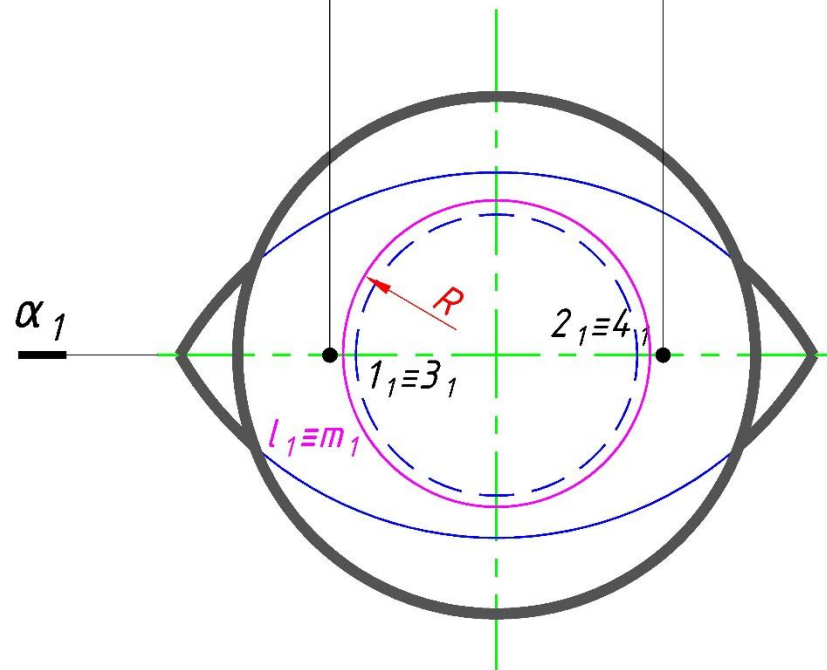
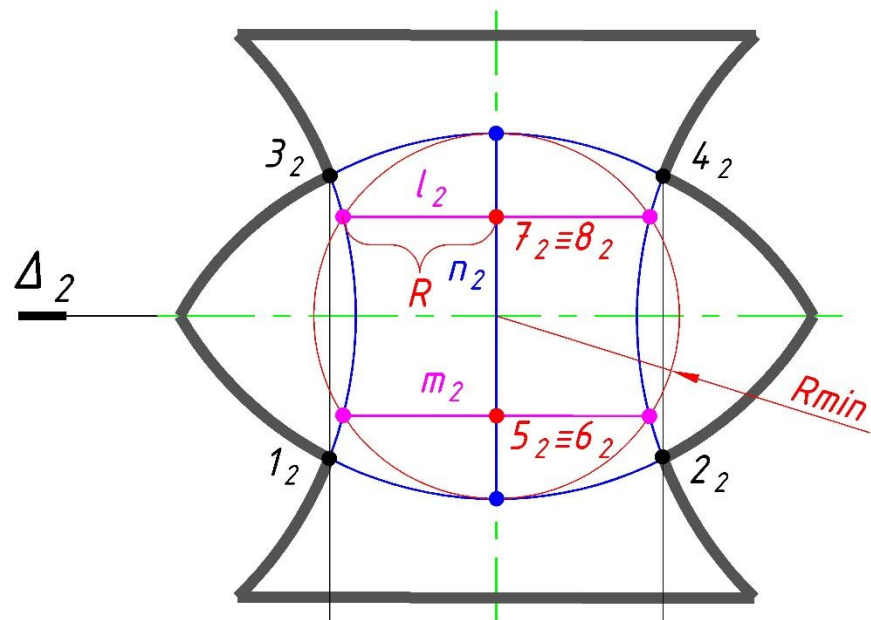


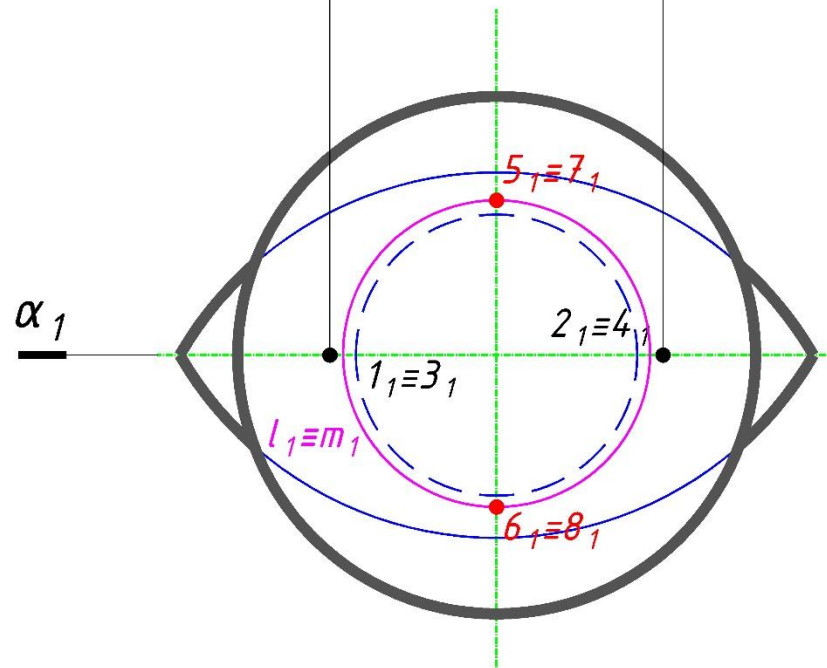
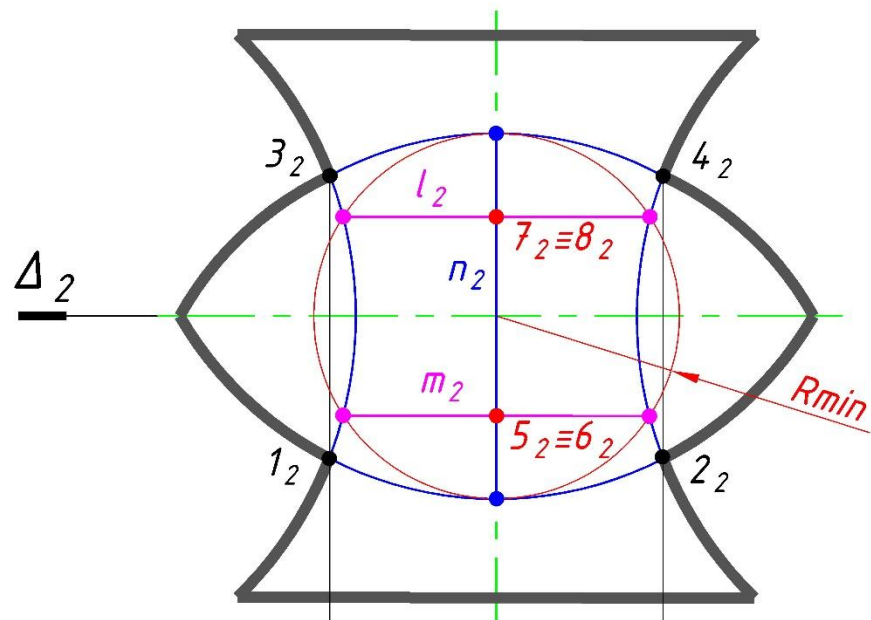


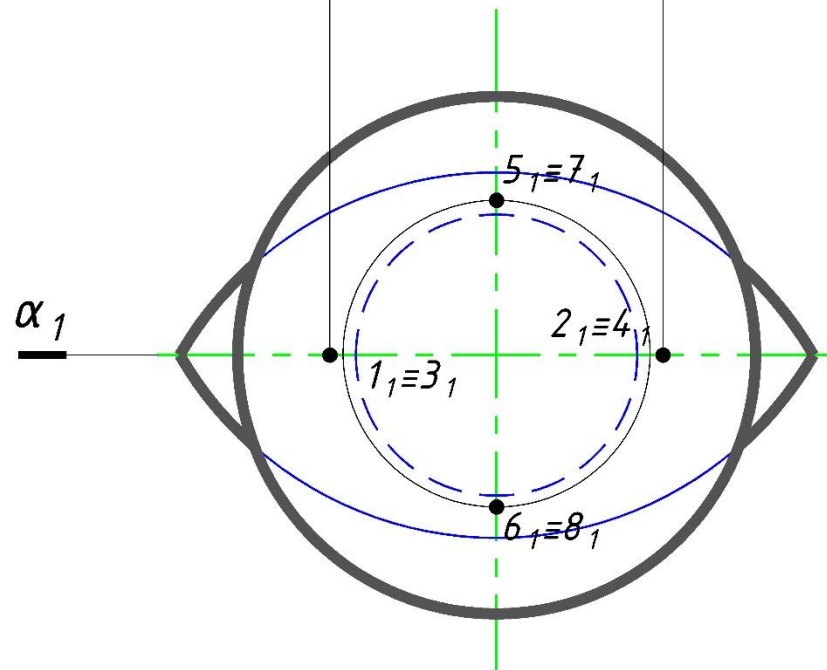
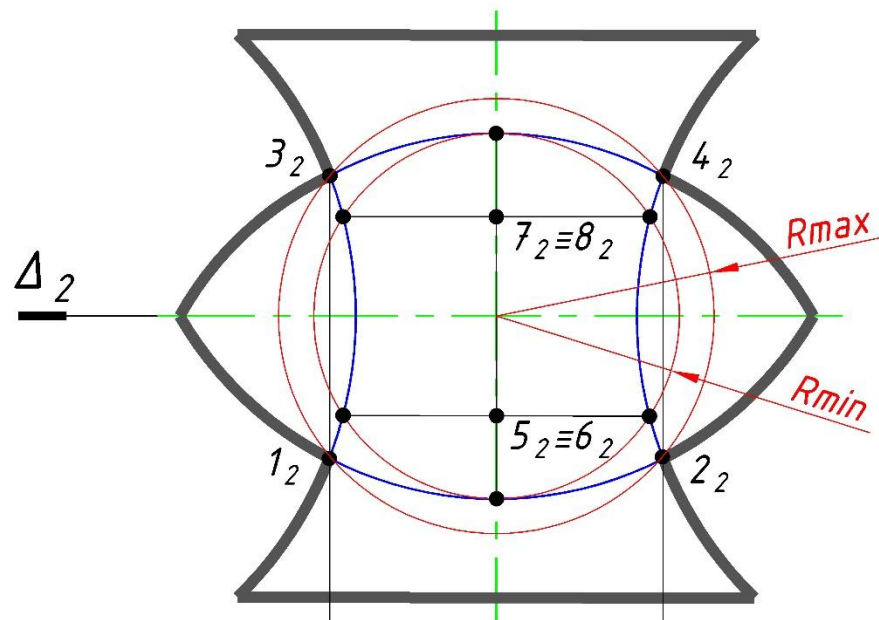


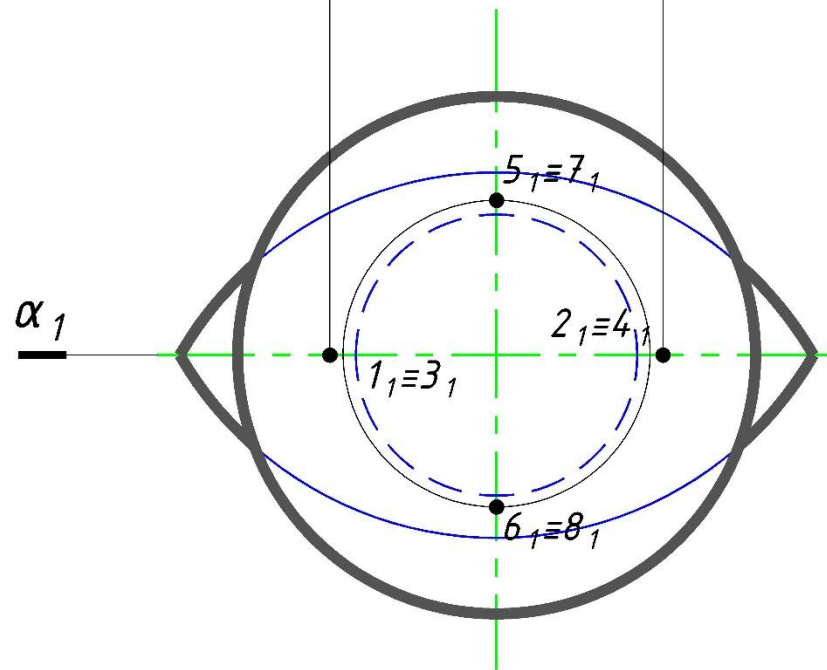
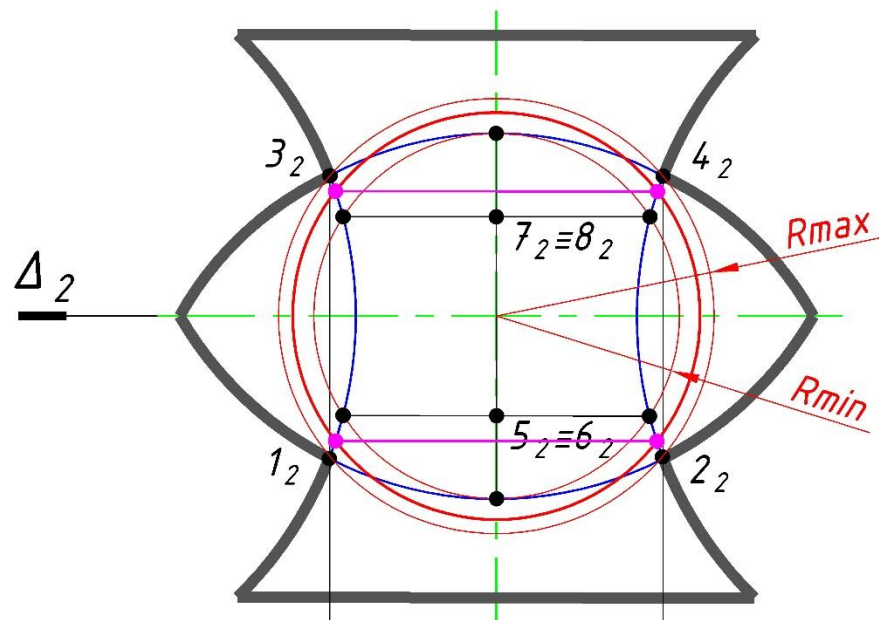


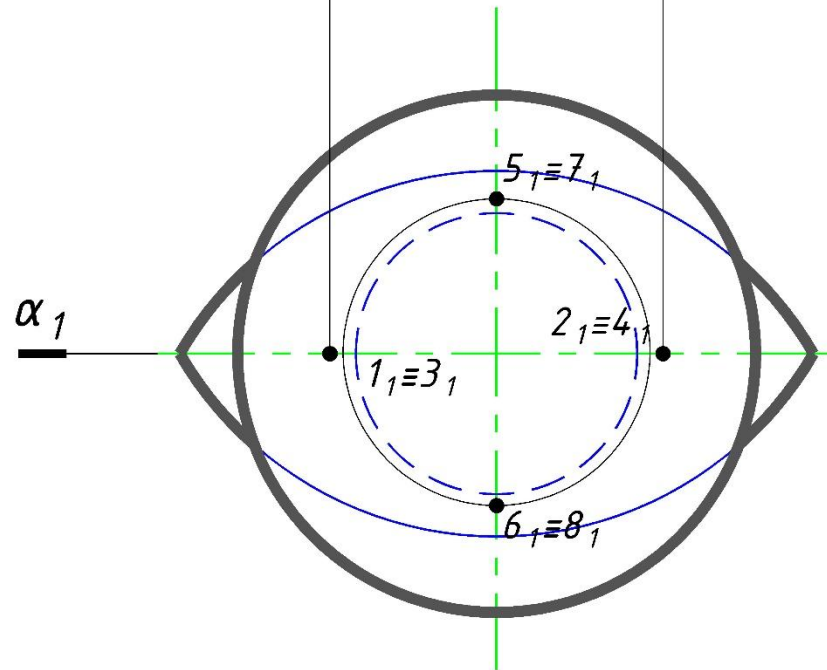
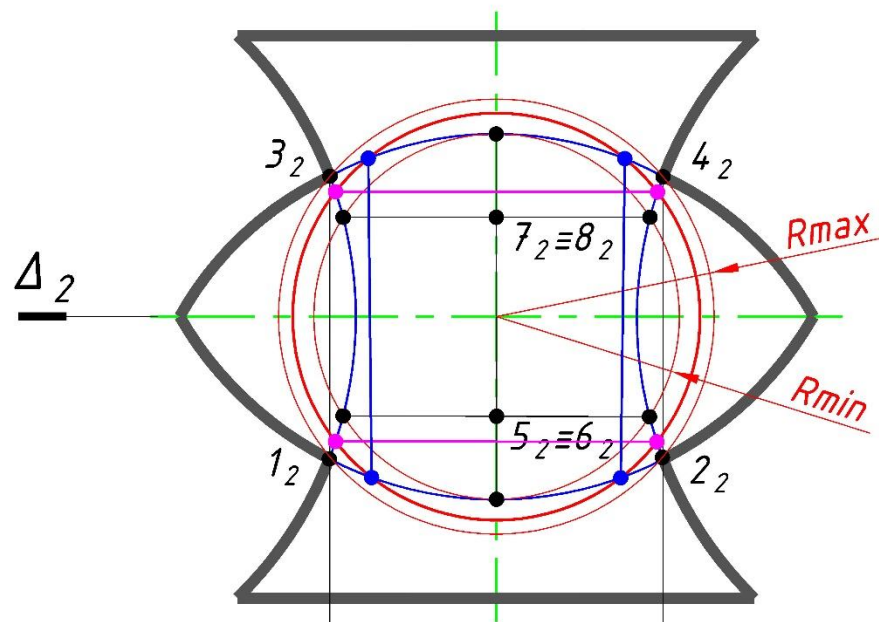


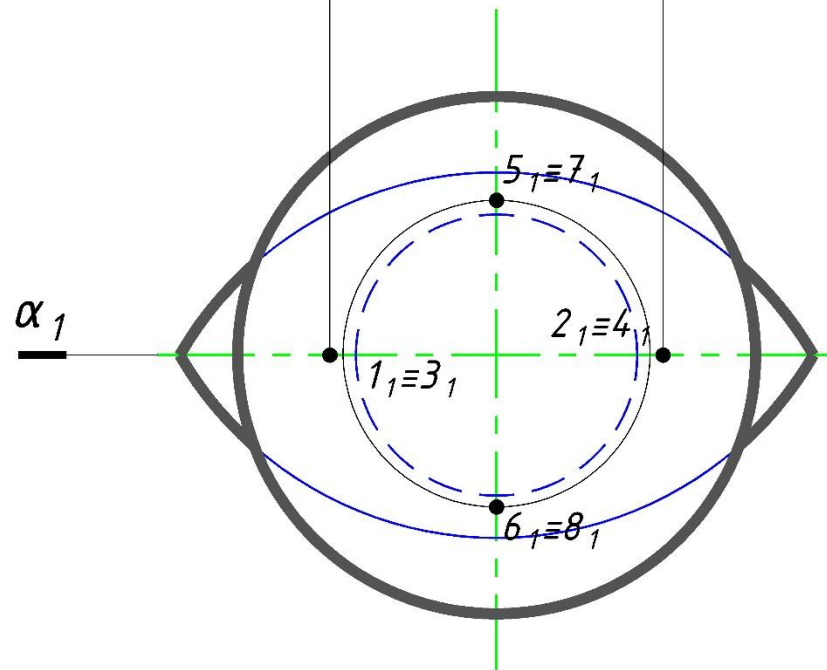
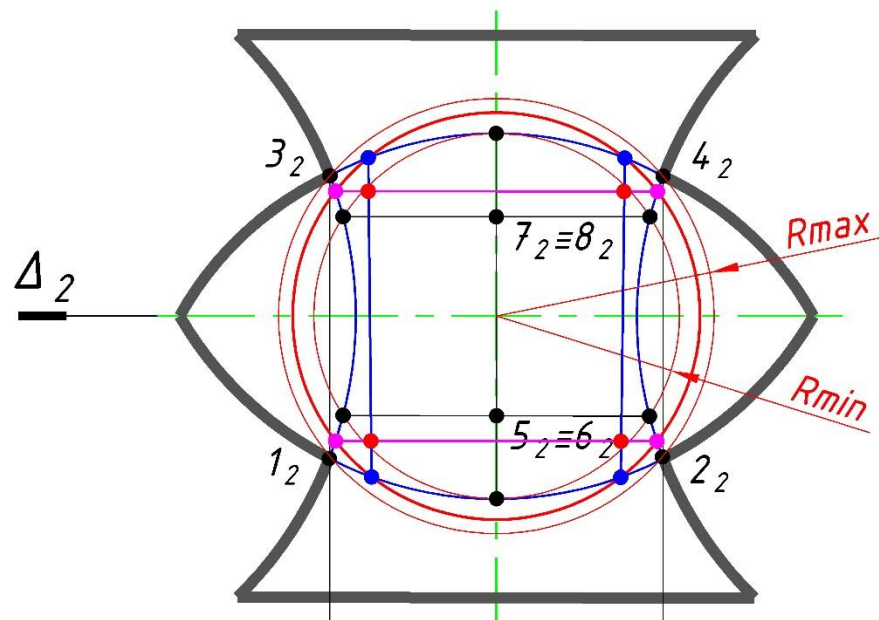


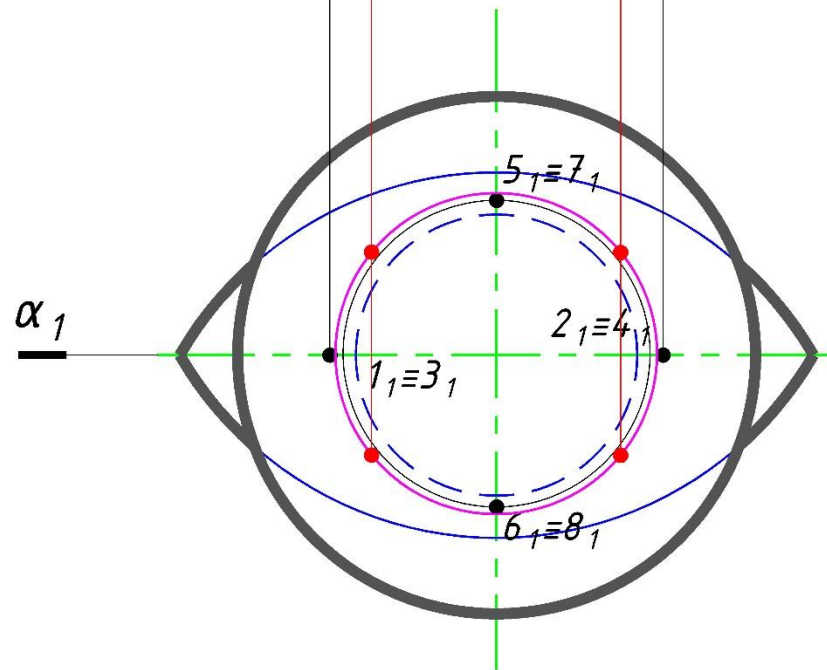
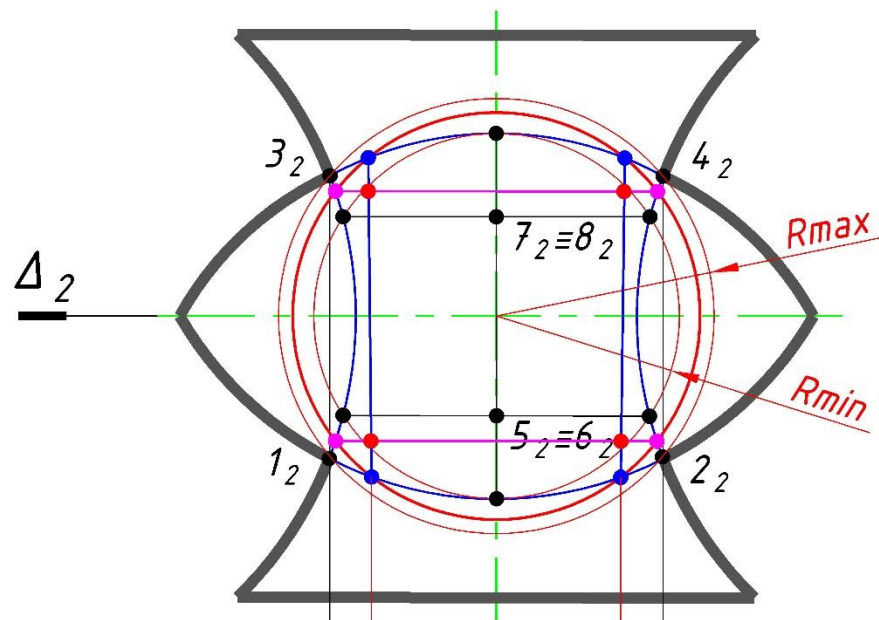


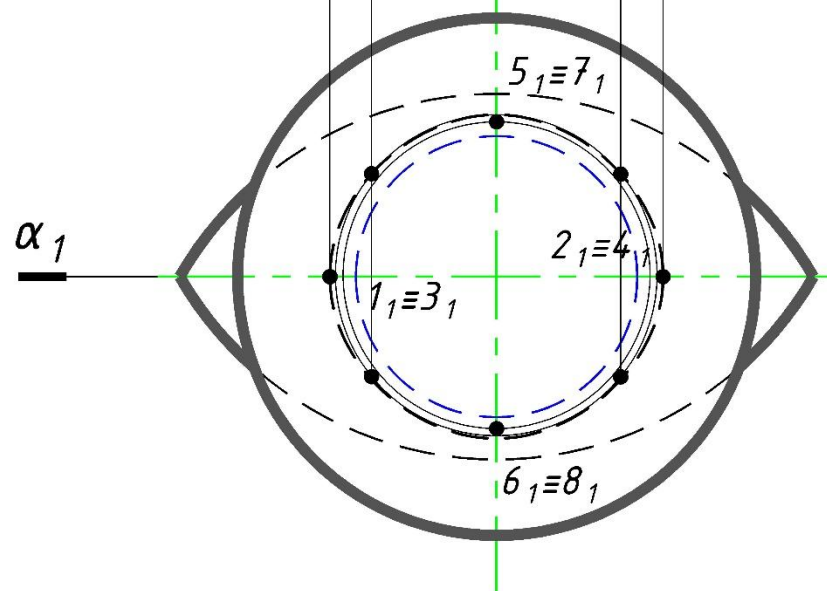
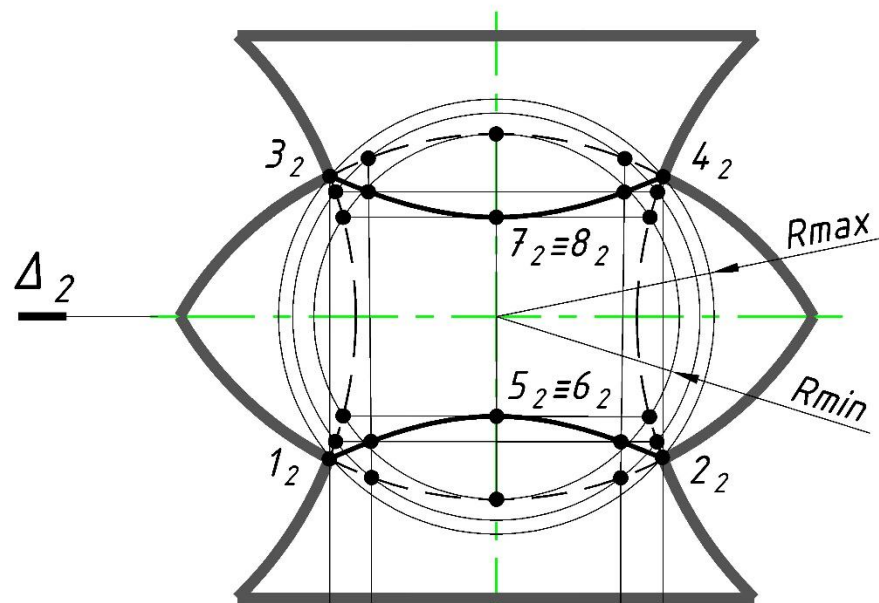


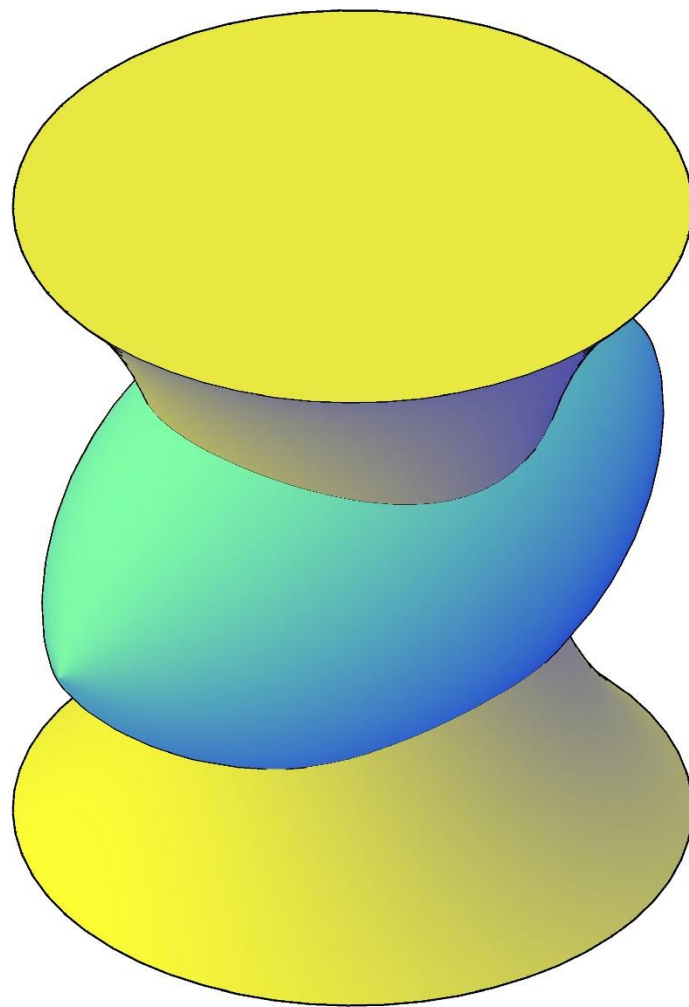
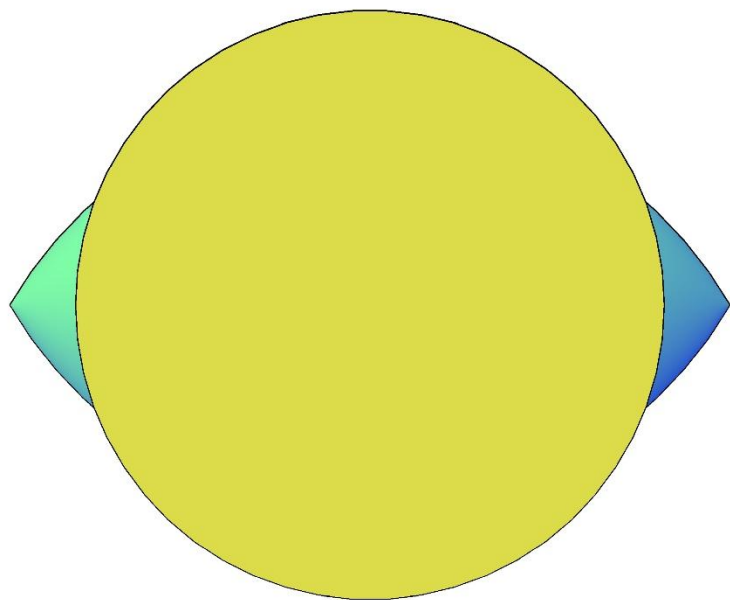
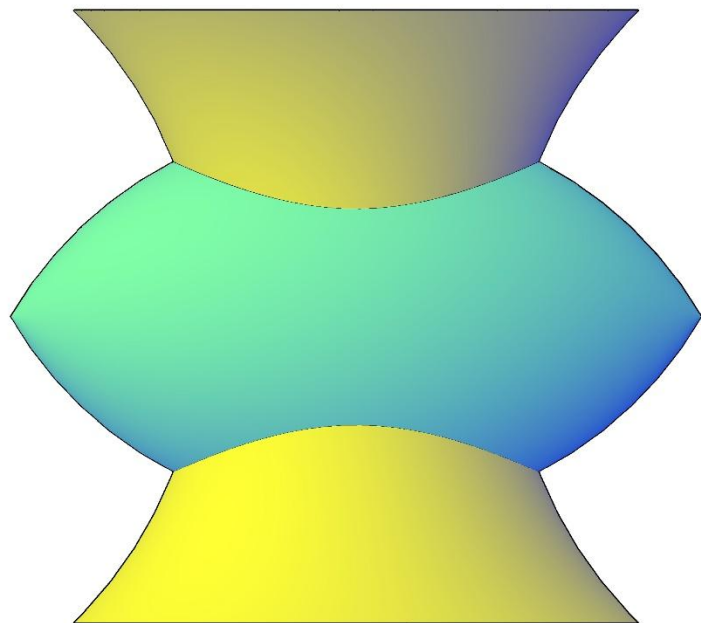


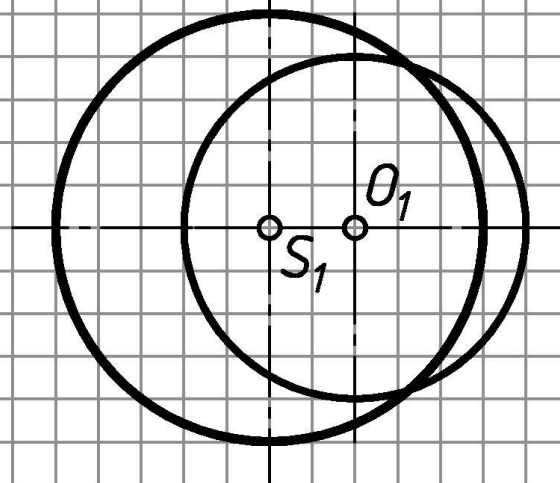
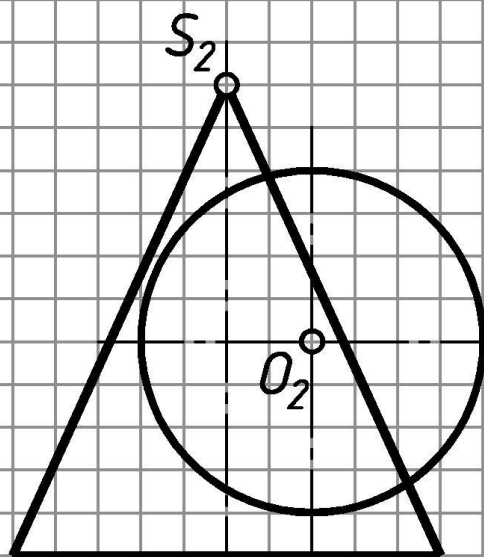


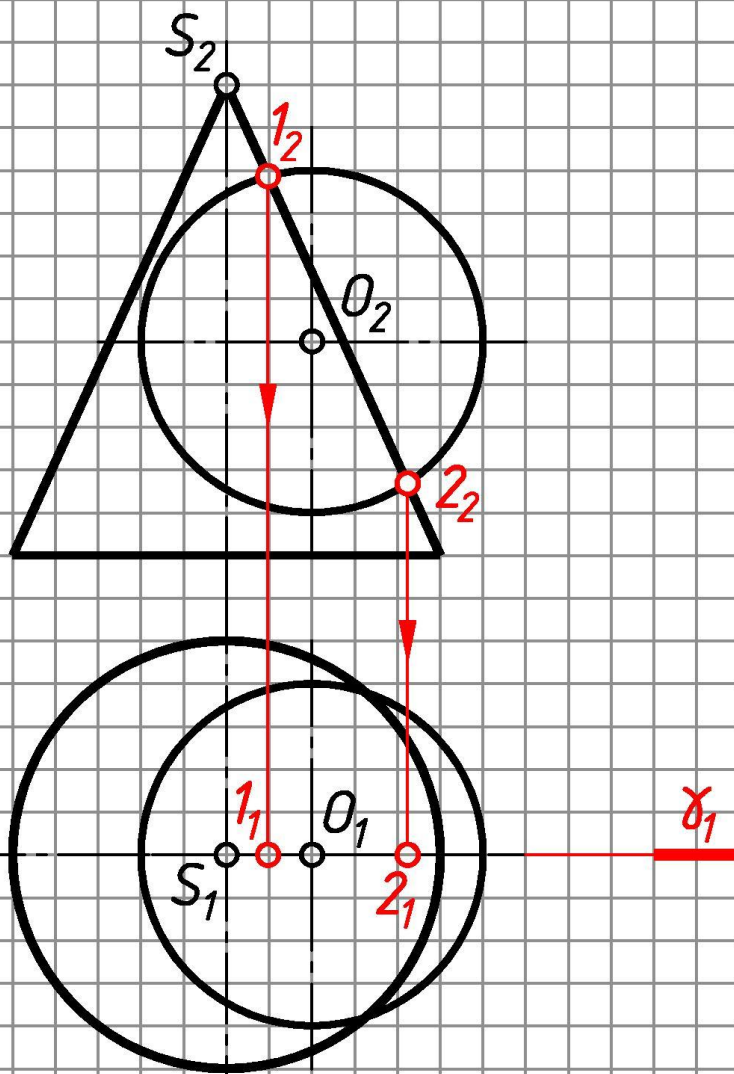


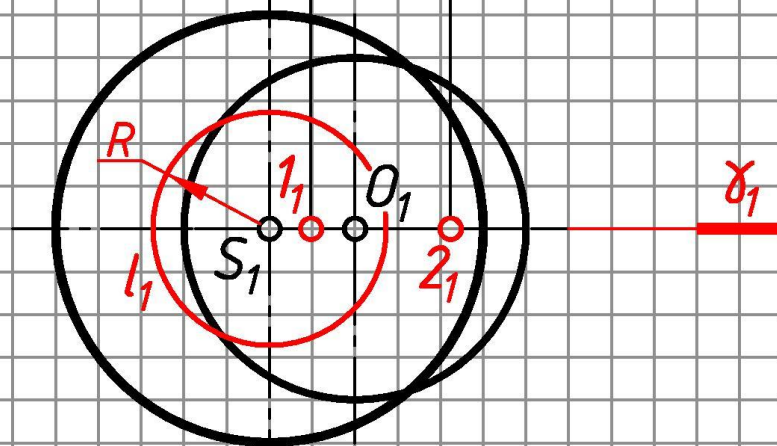
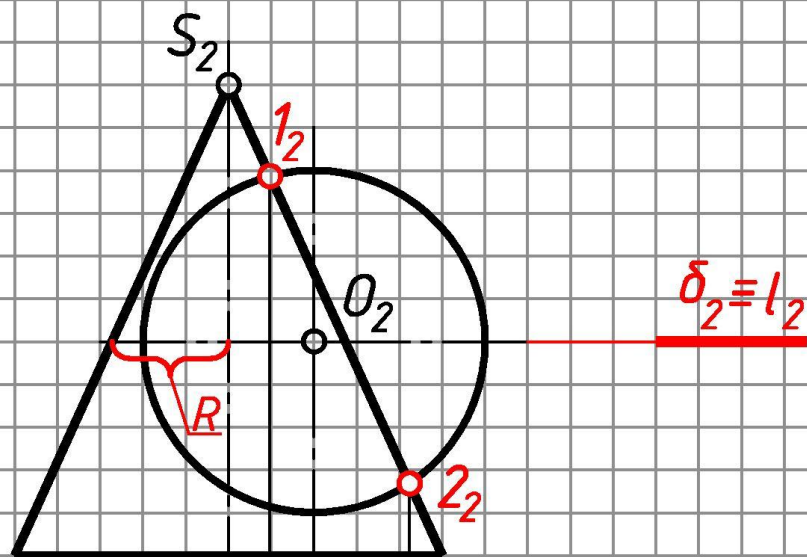


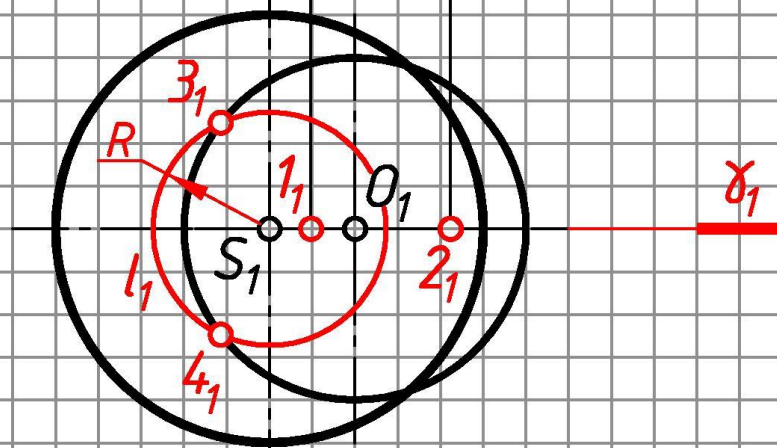
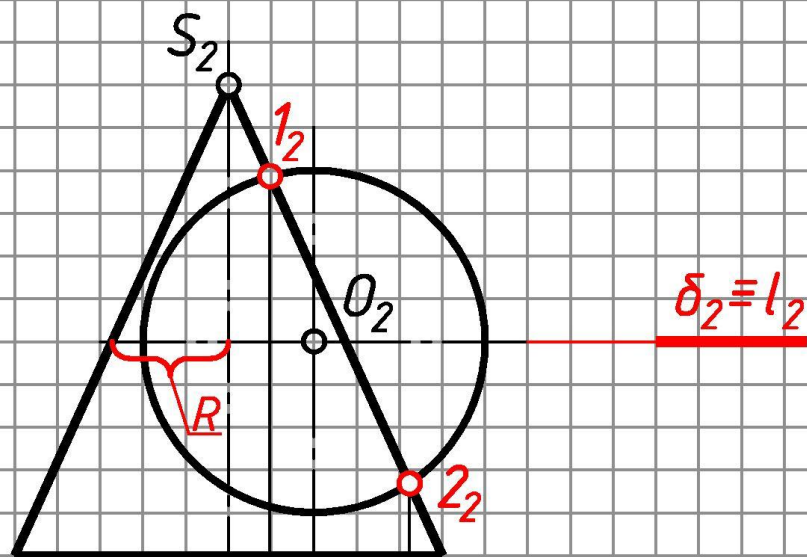


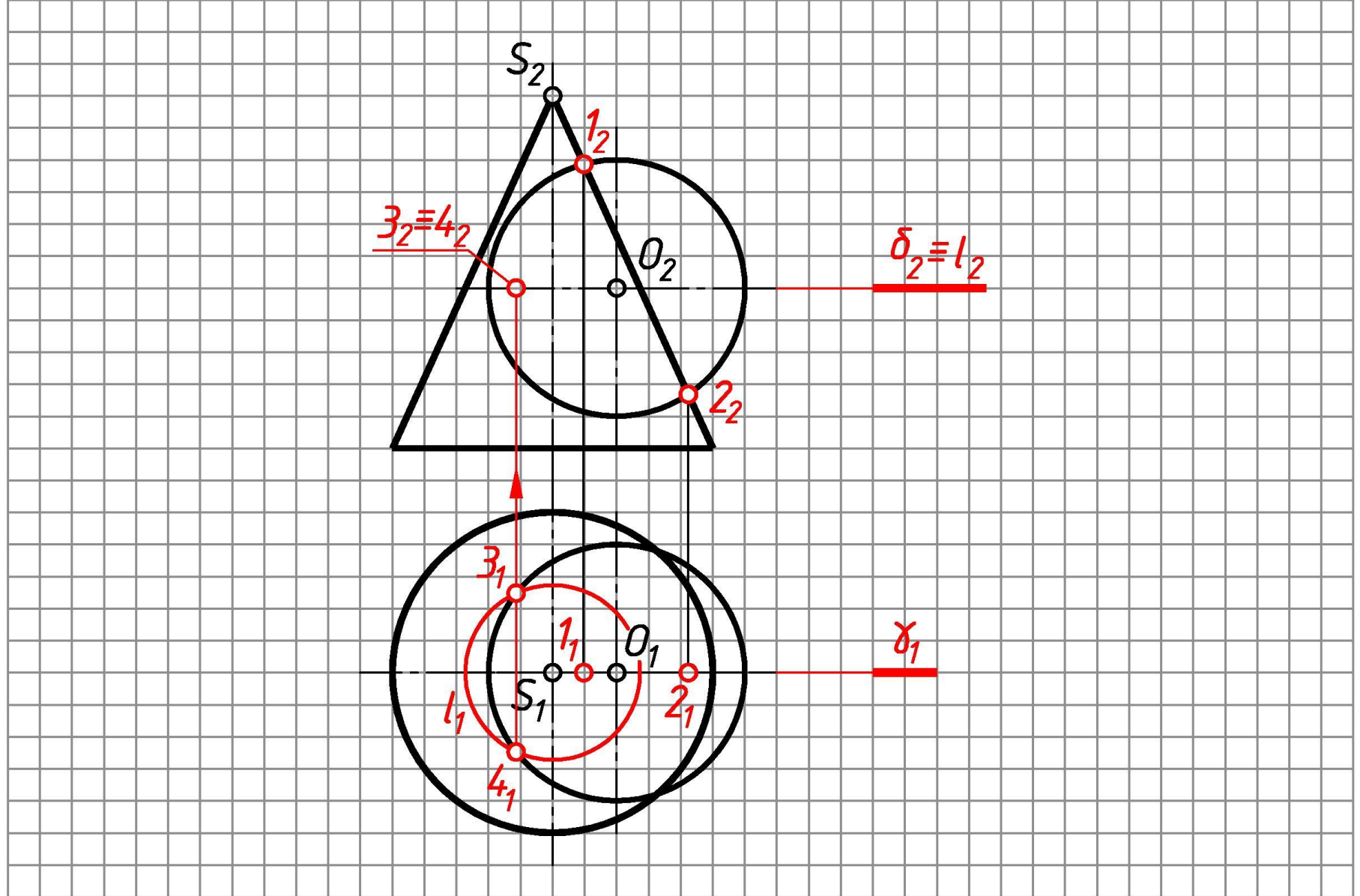


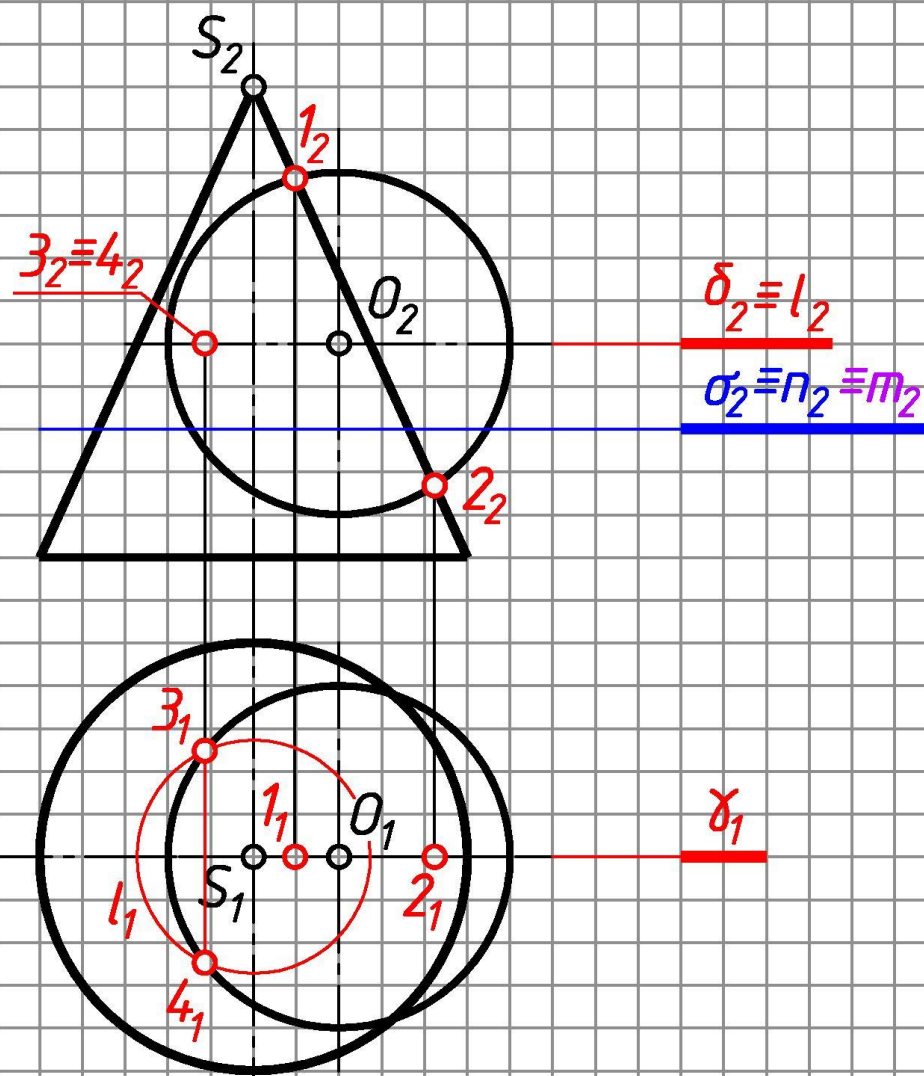


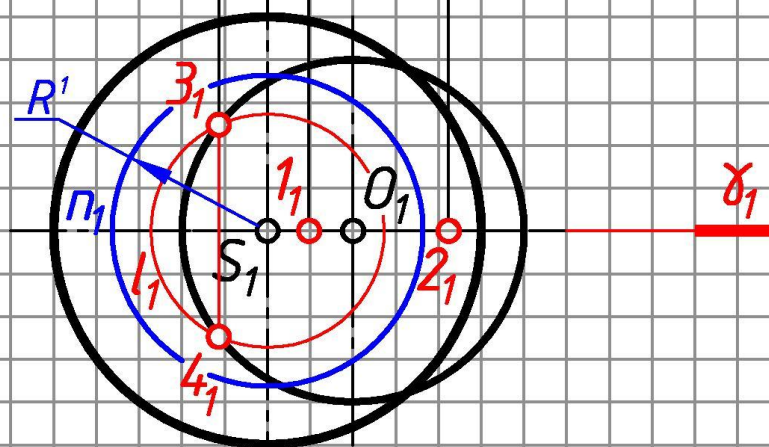
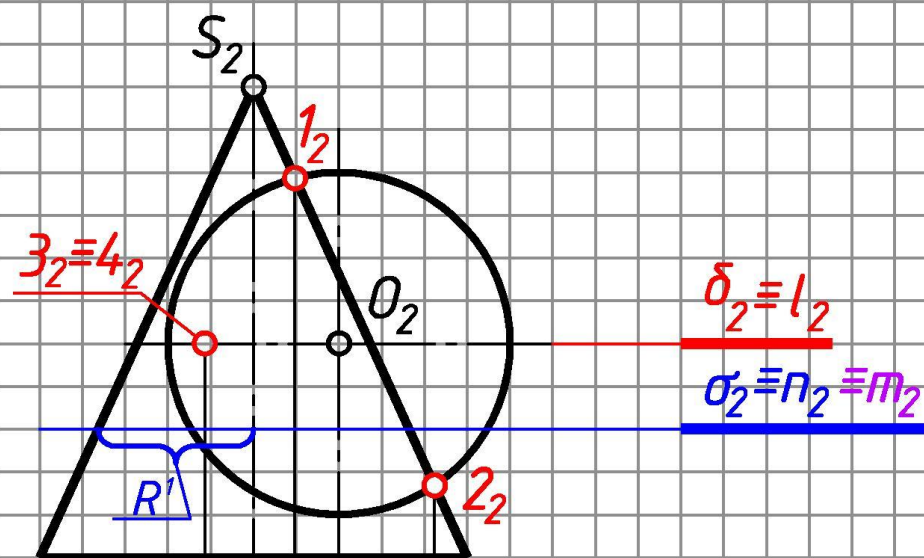


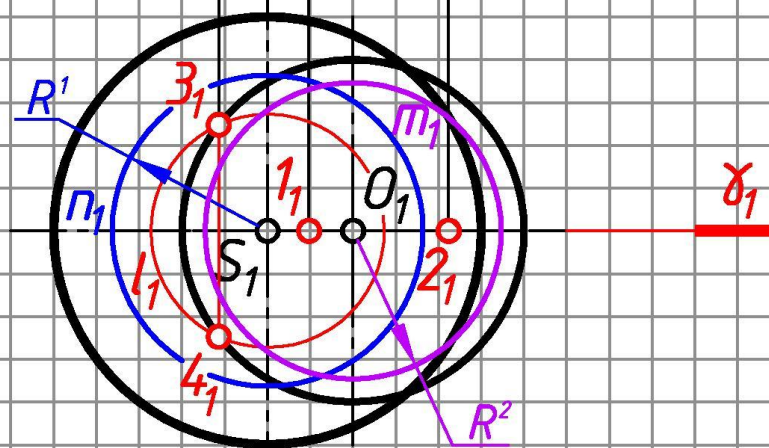
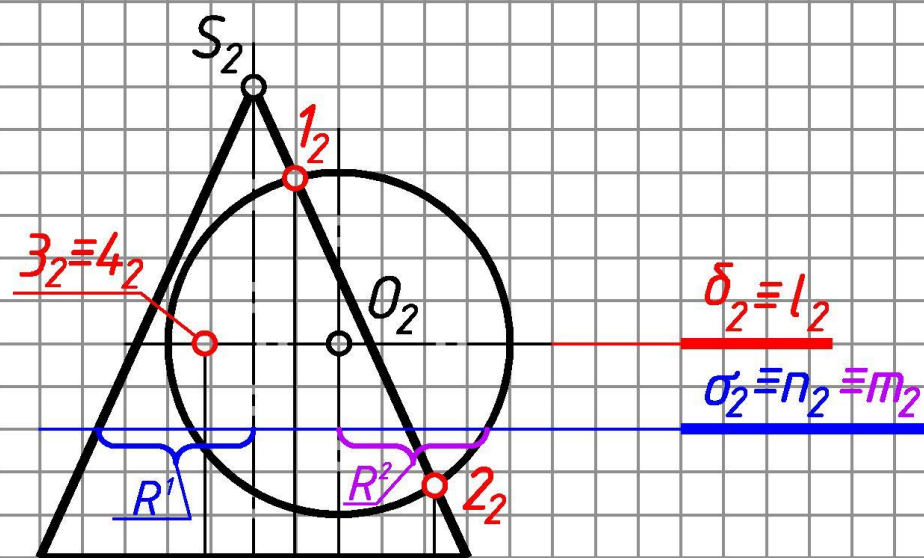


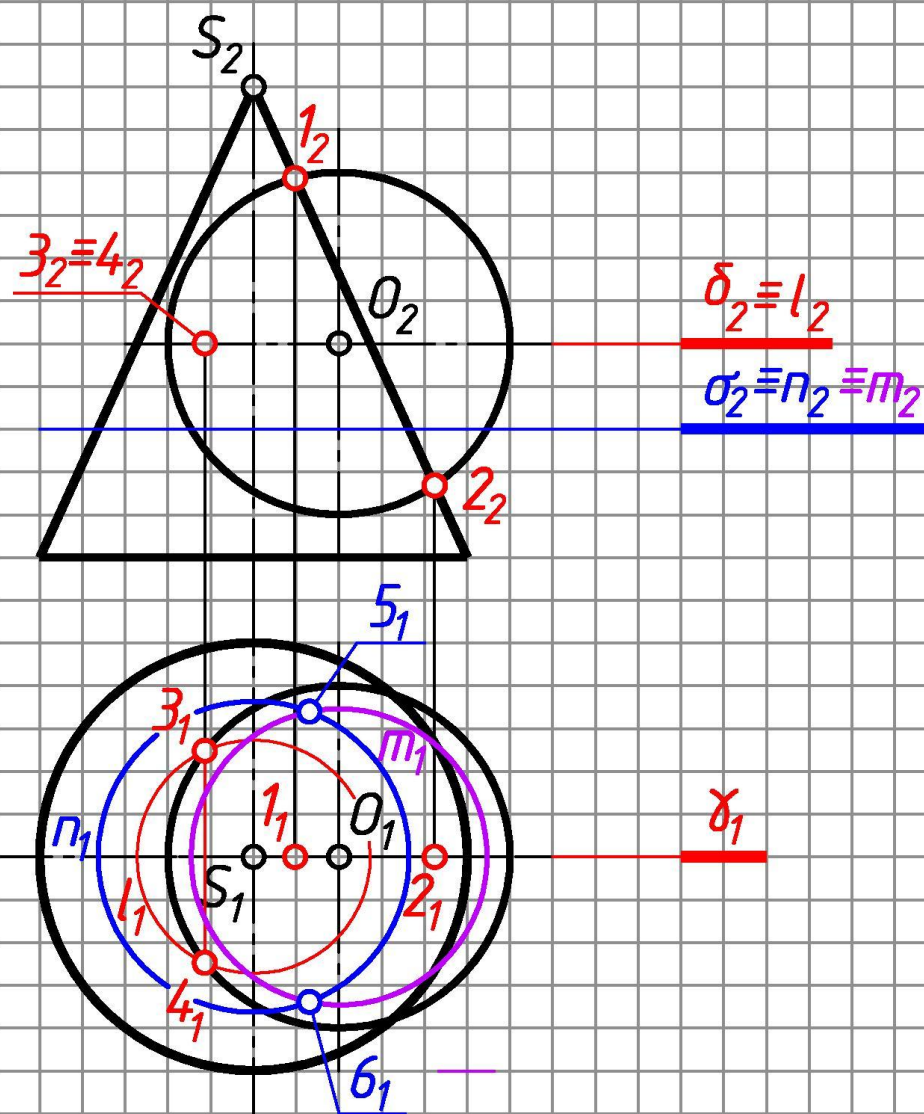


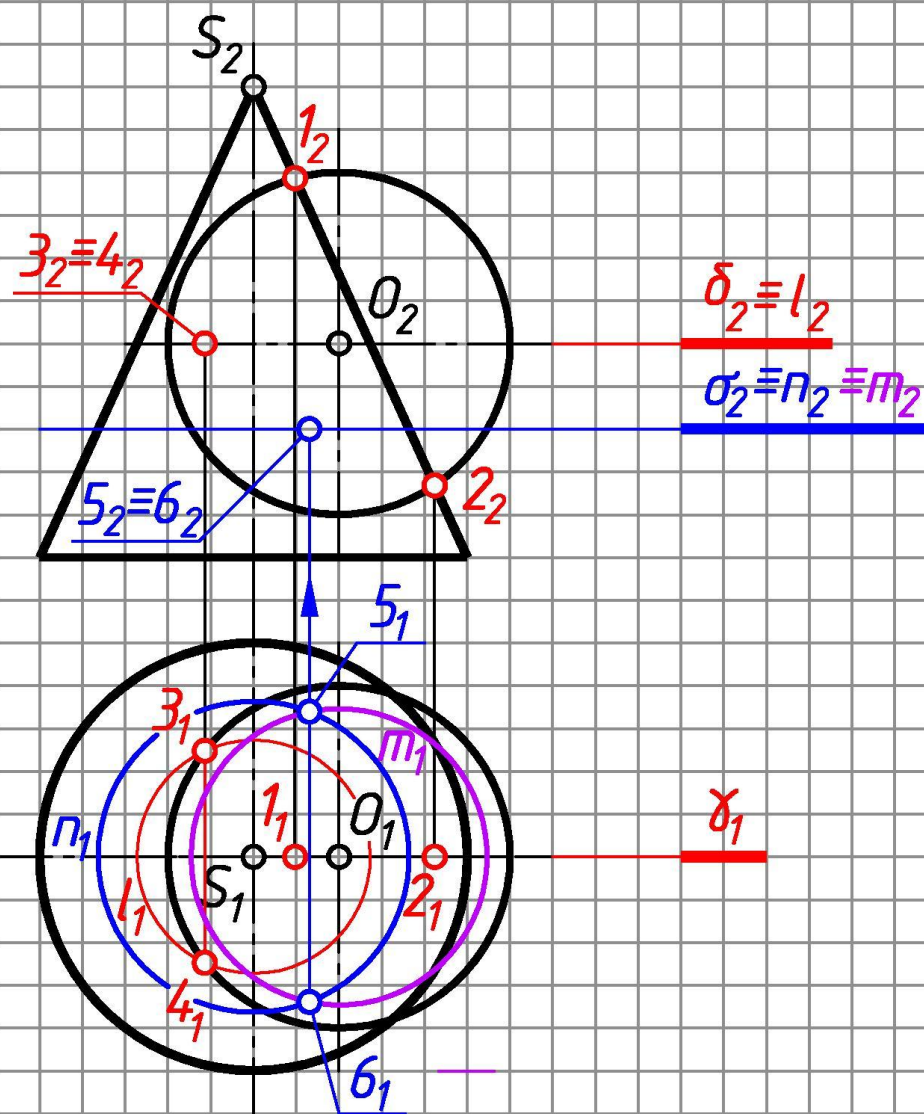


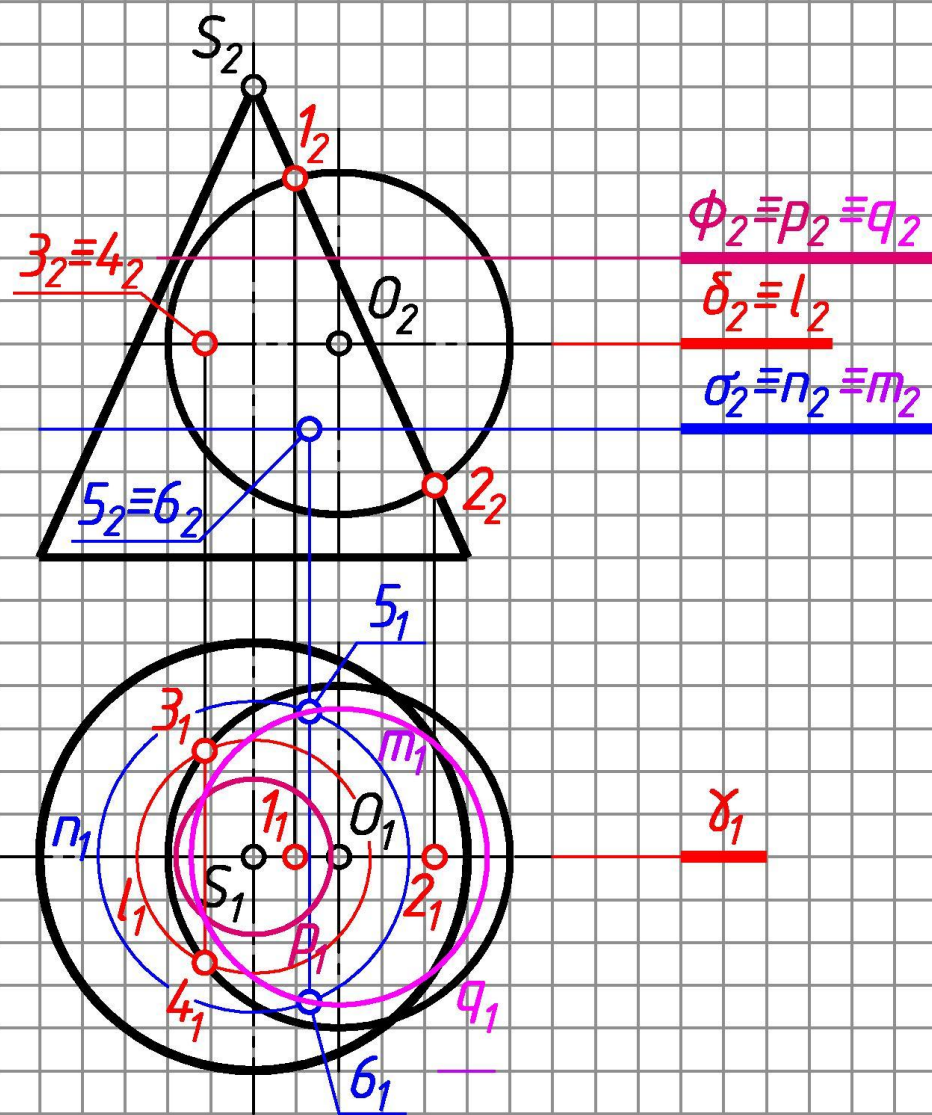


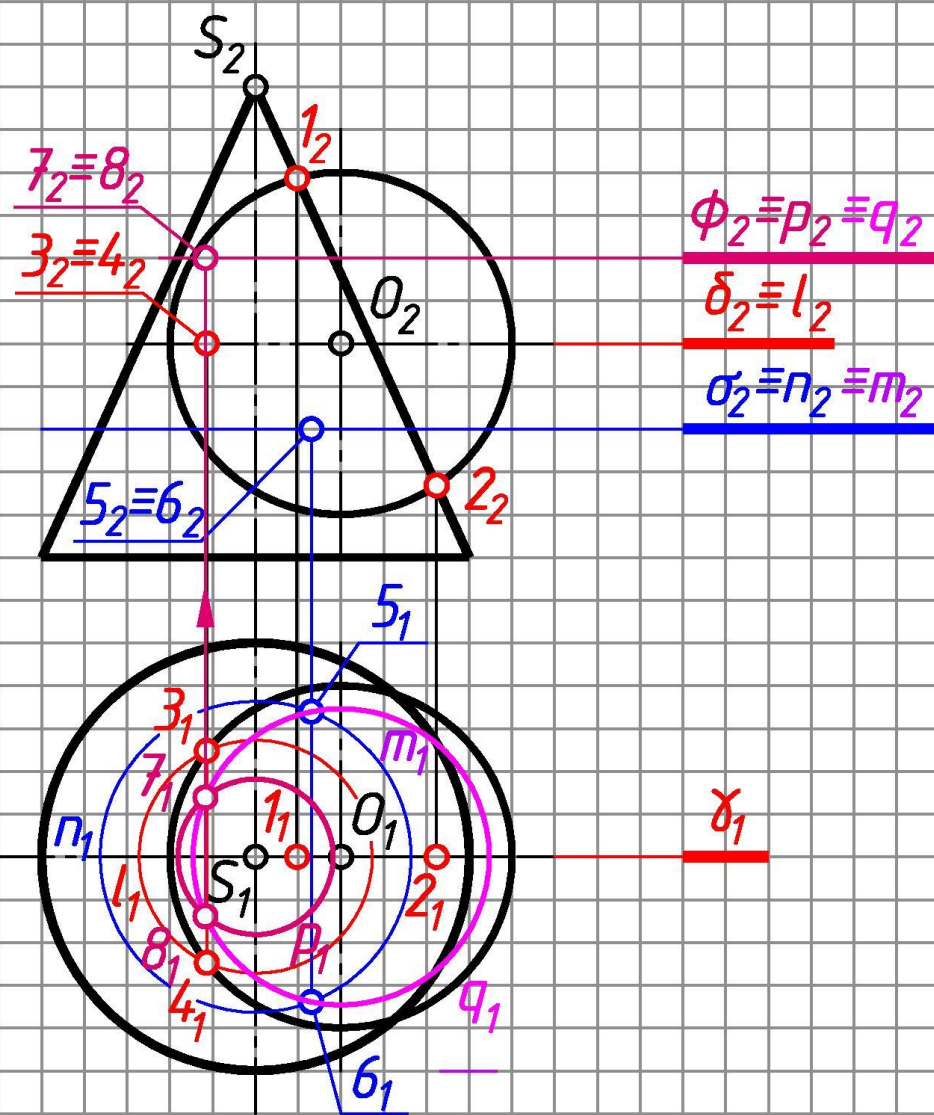


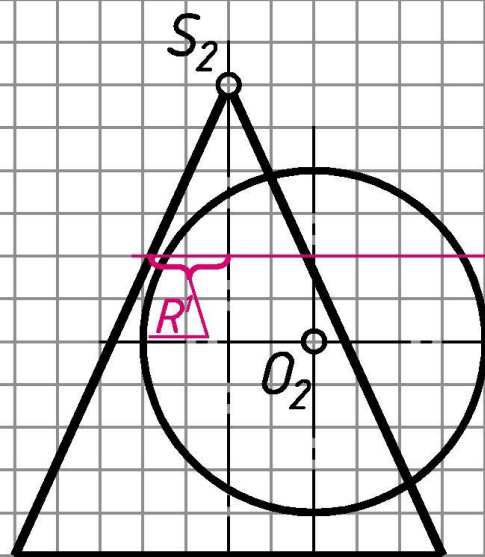




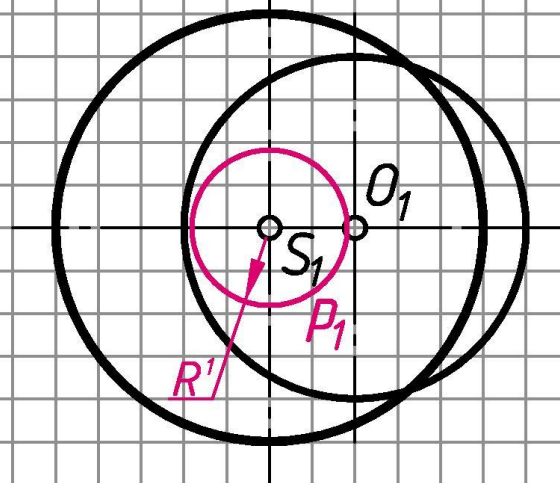


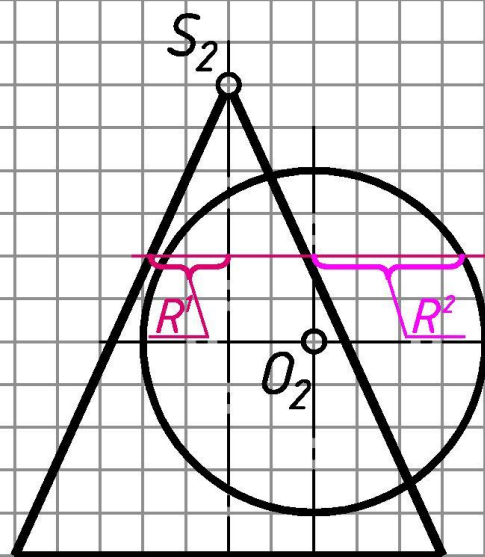




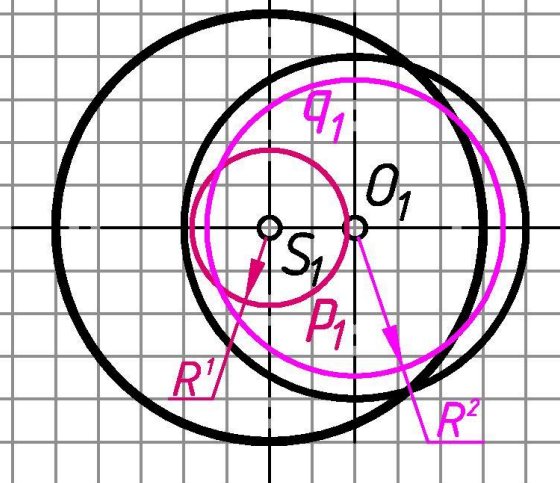


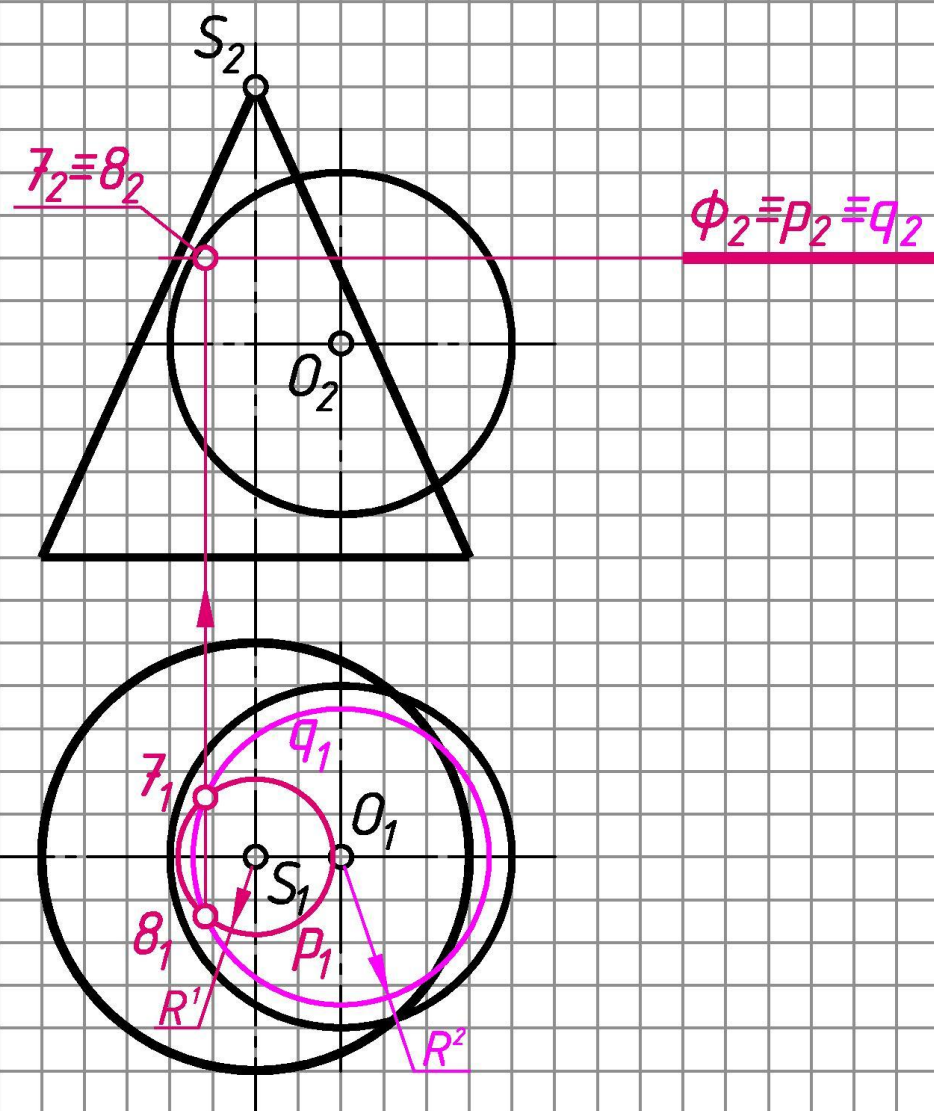
$$\phi_2 \equiv p_2 \equiv q_2$$

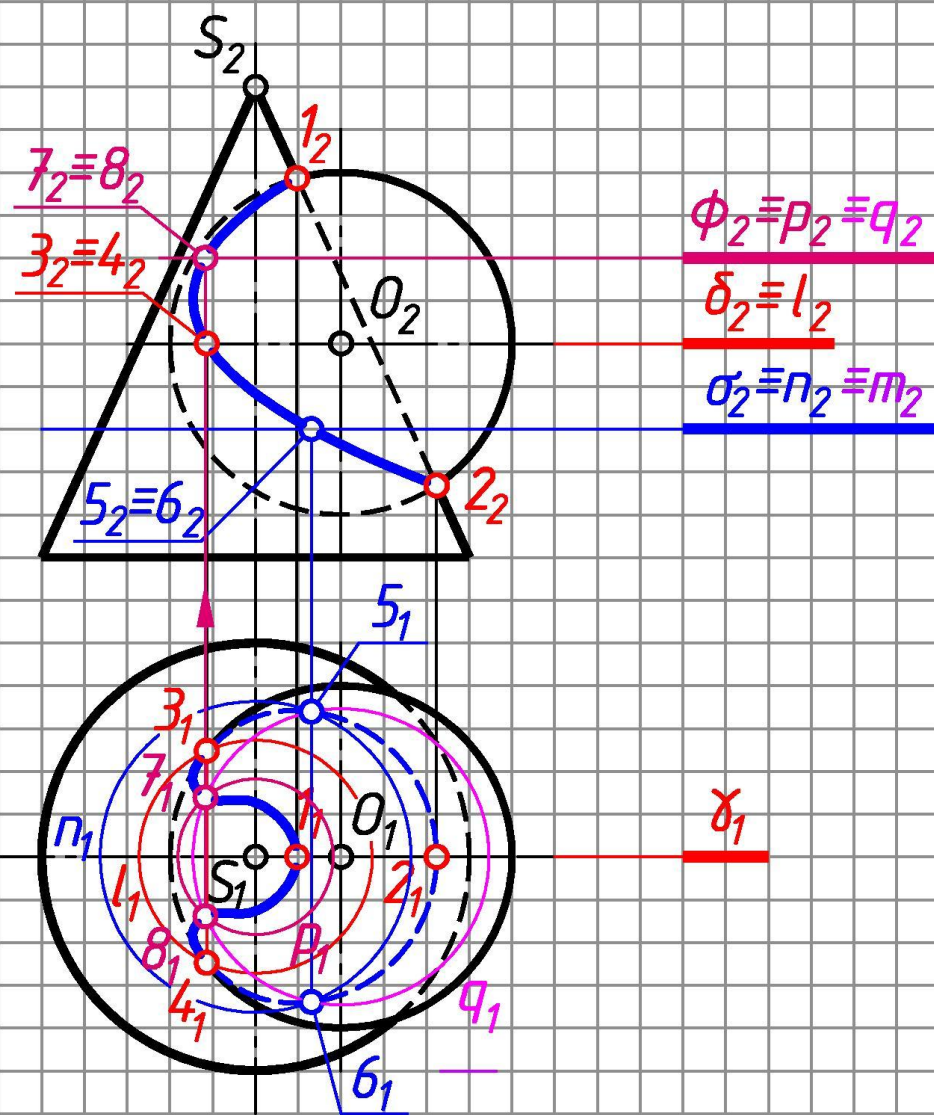


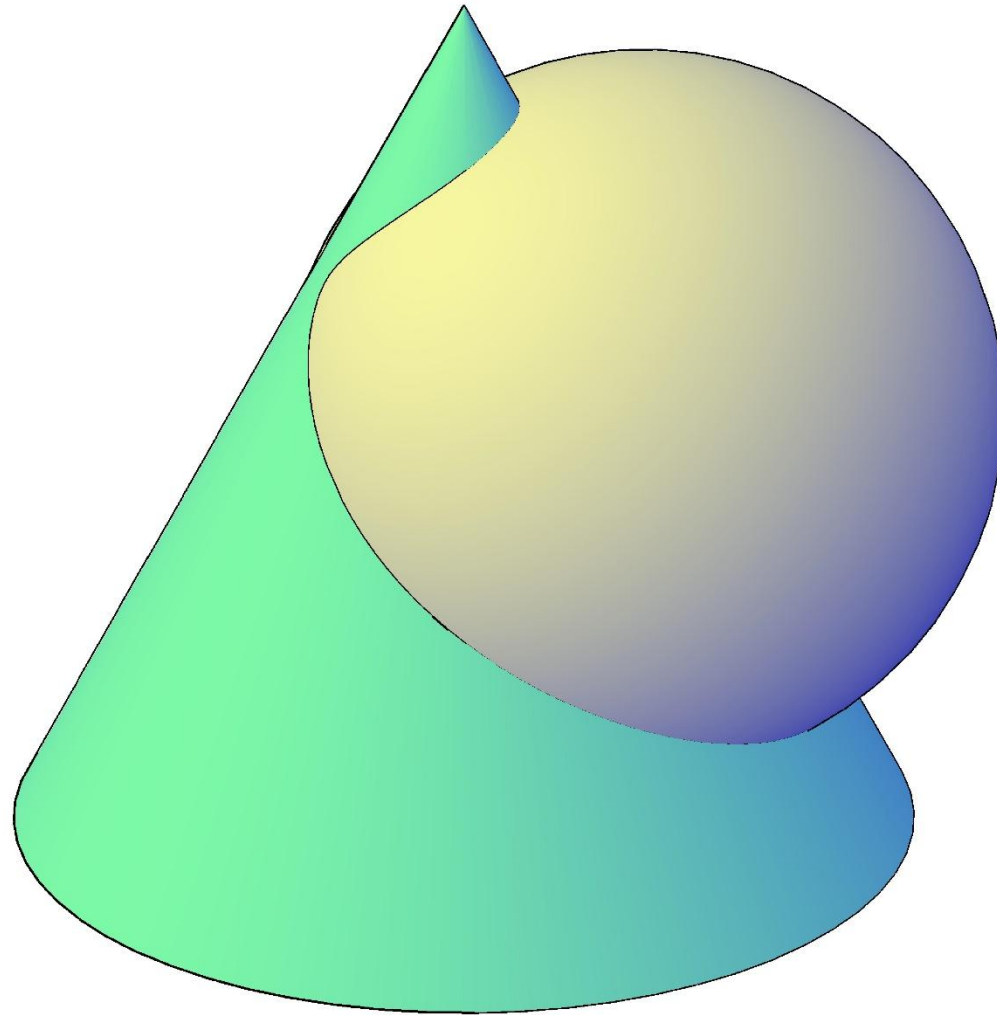


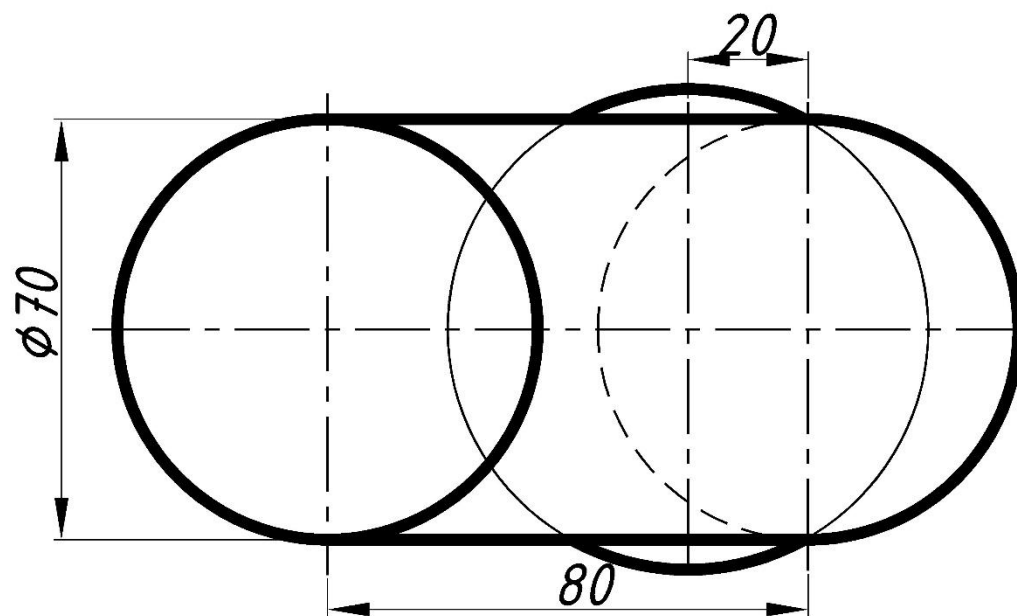
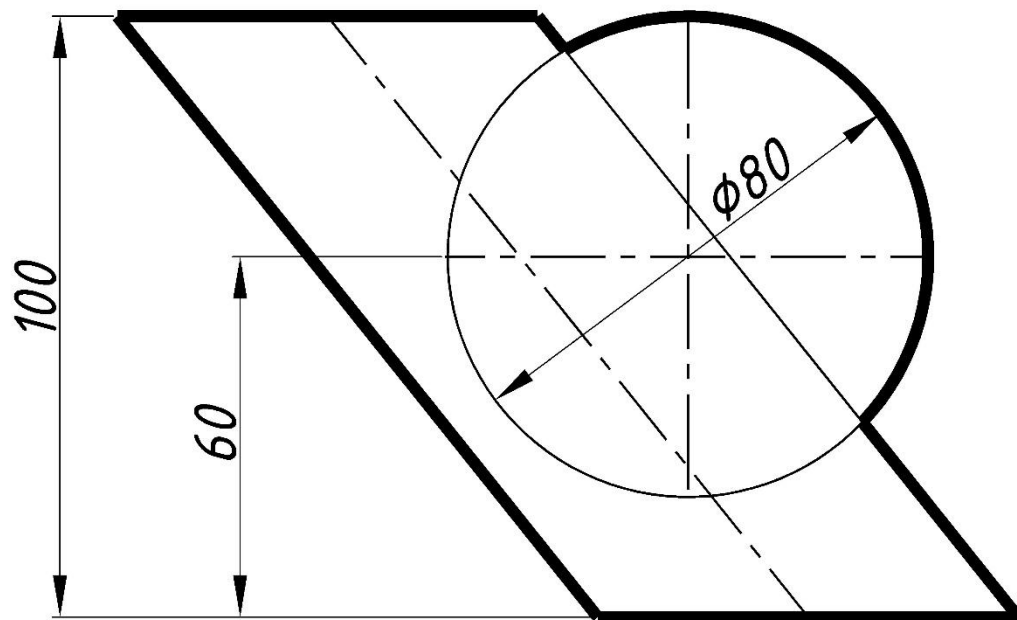
$$\phi_2 \equiv p_2 \equiv q_2$$

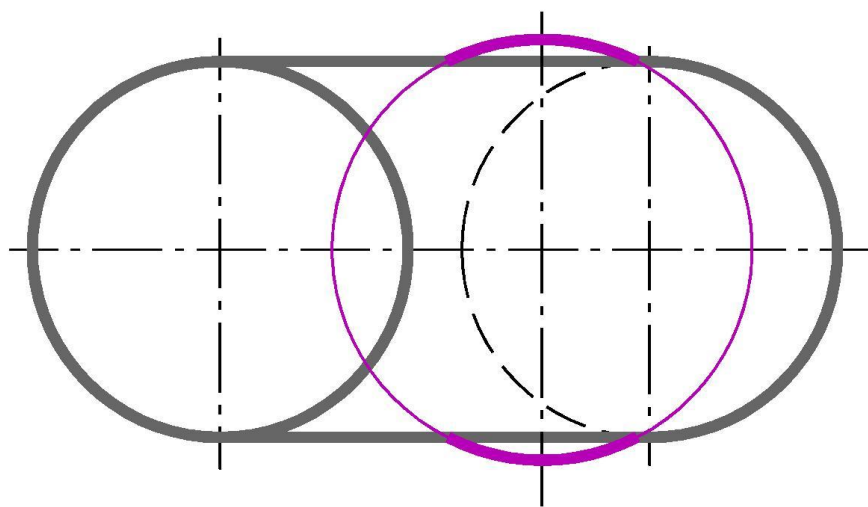
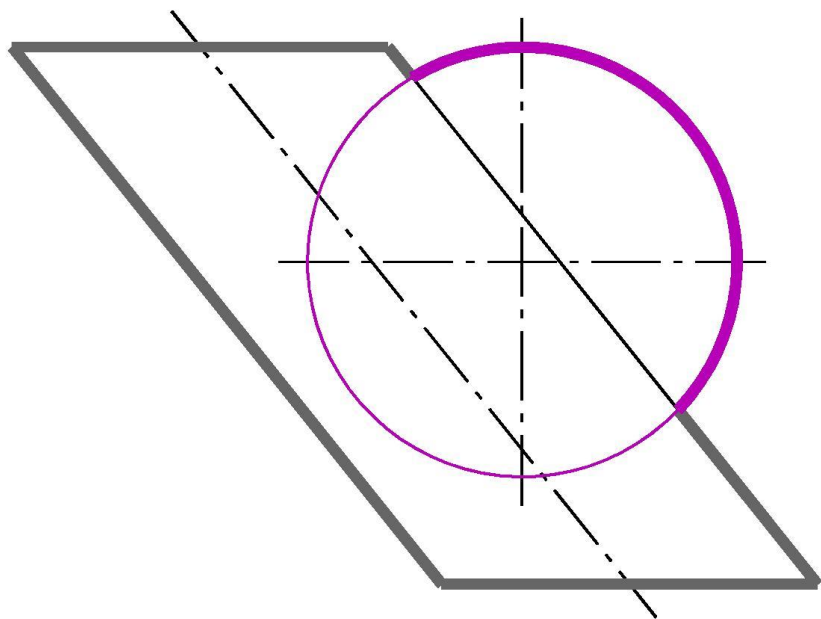


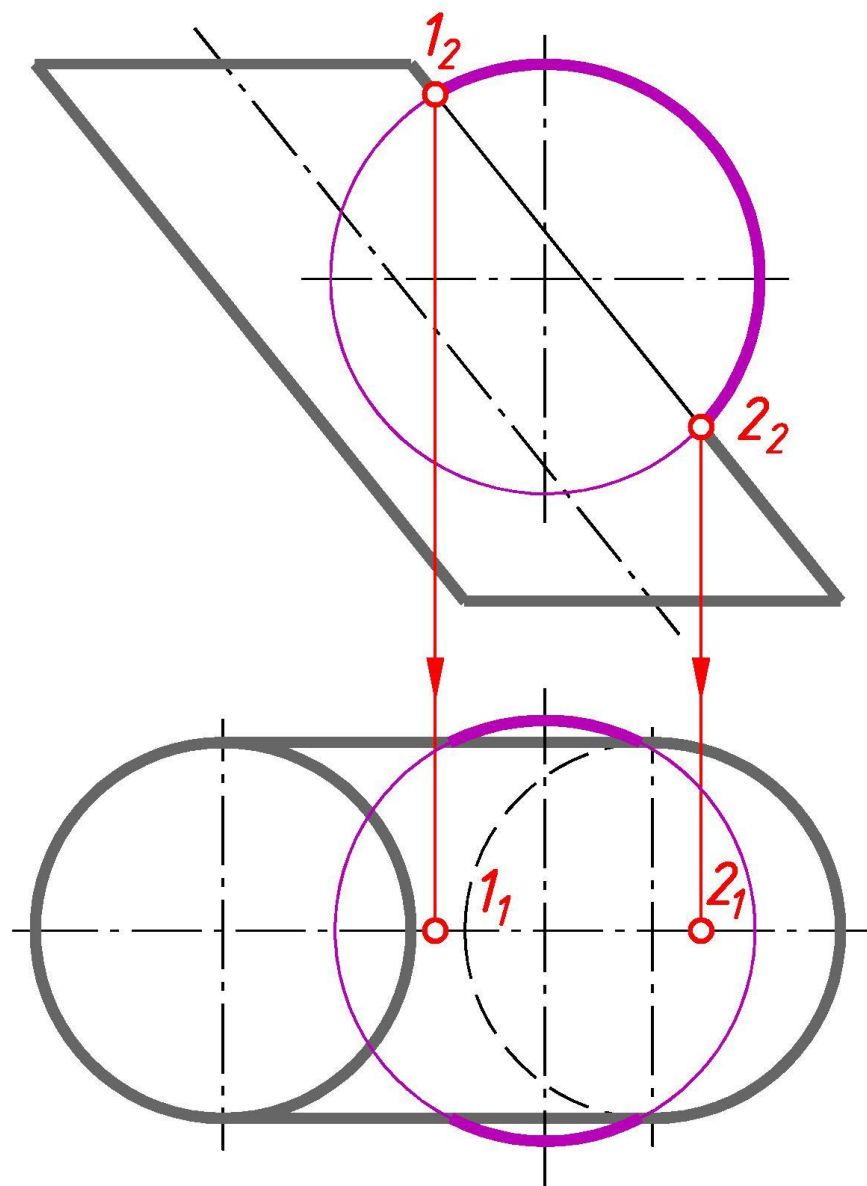


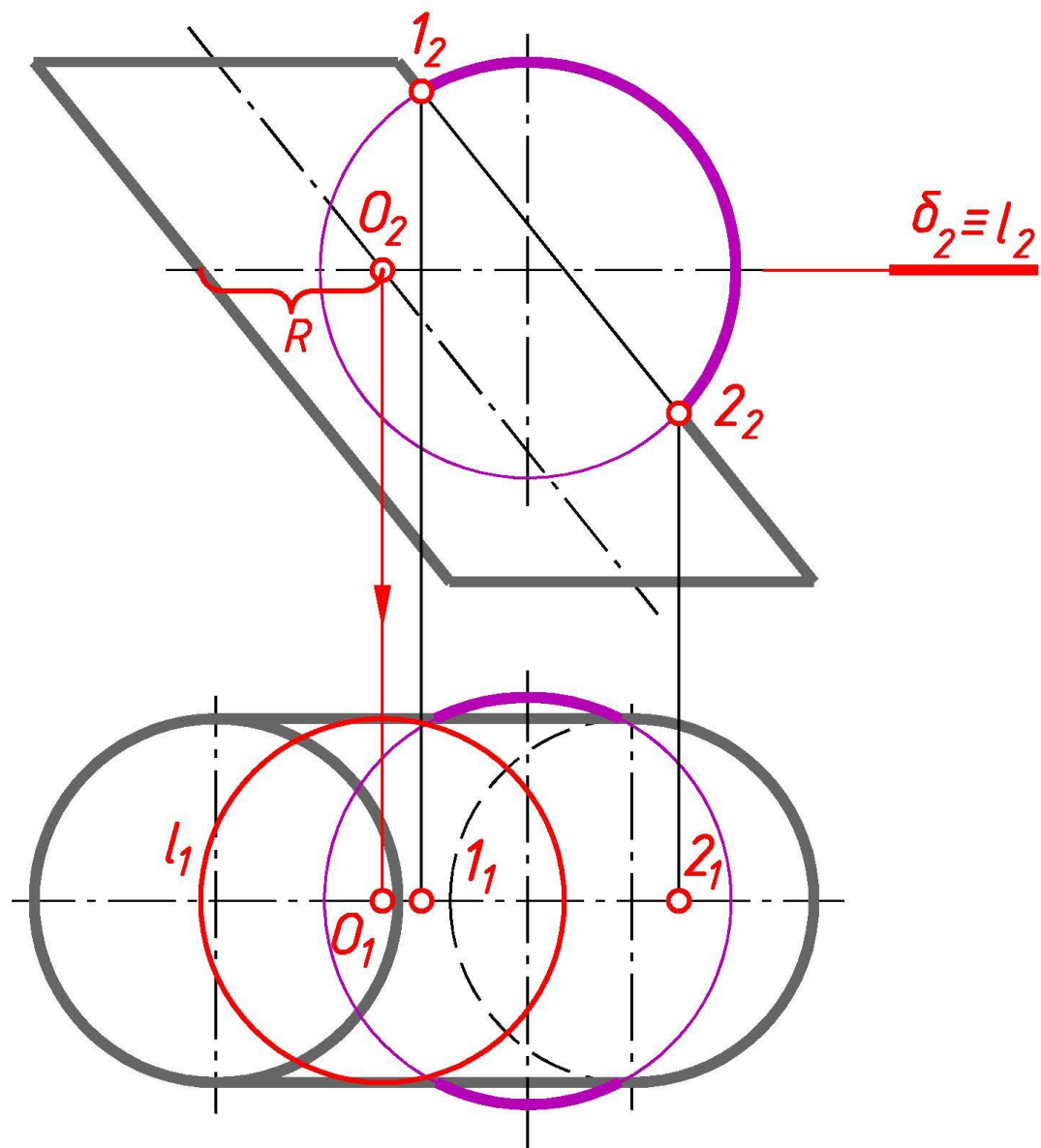


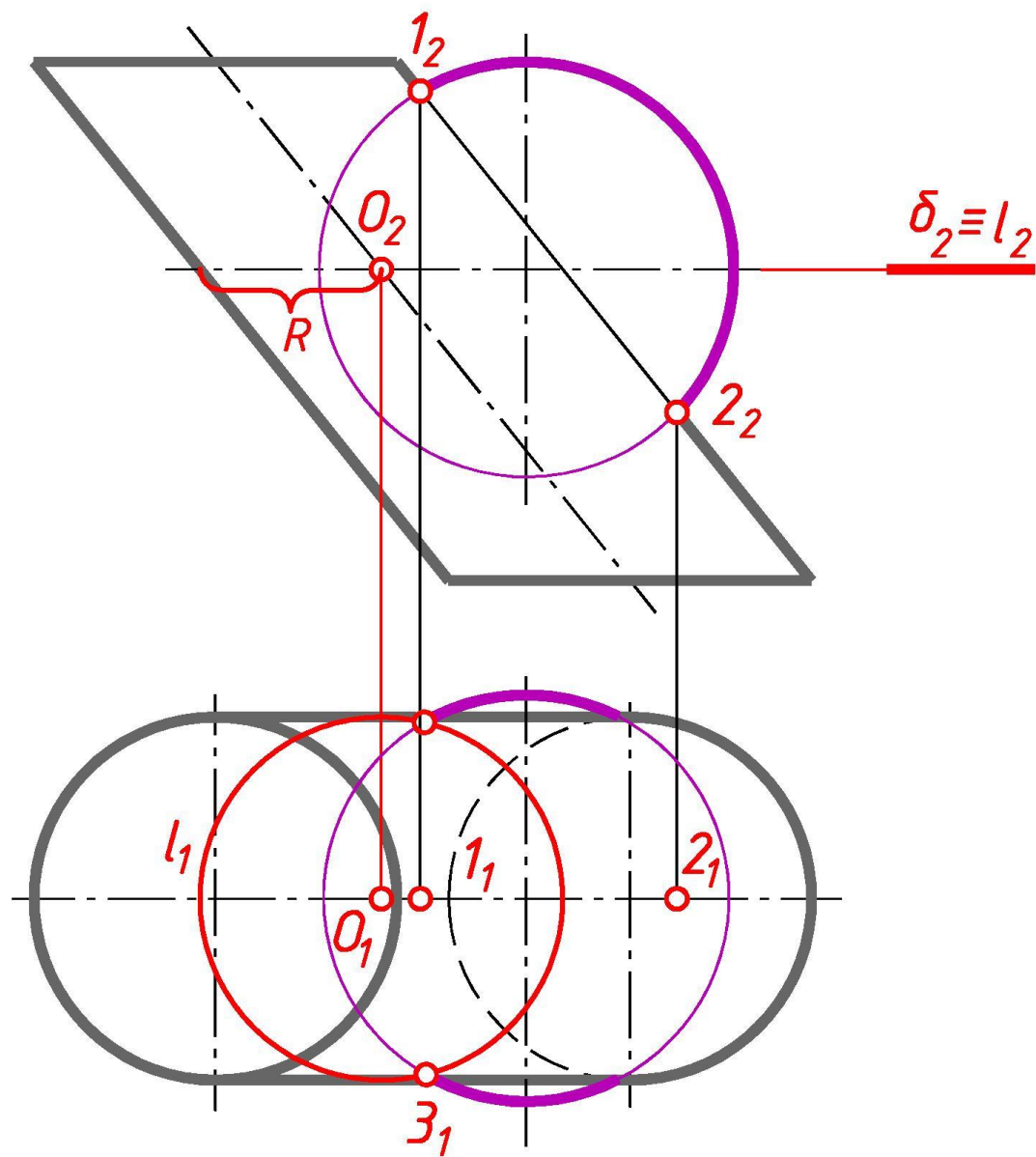


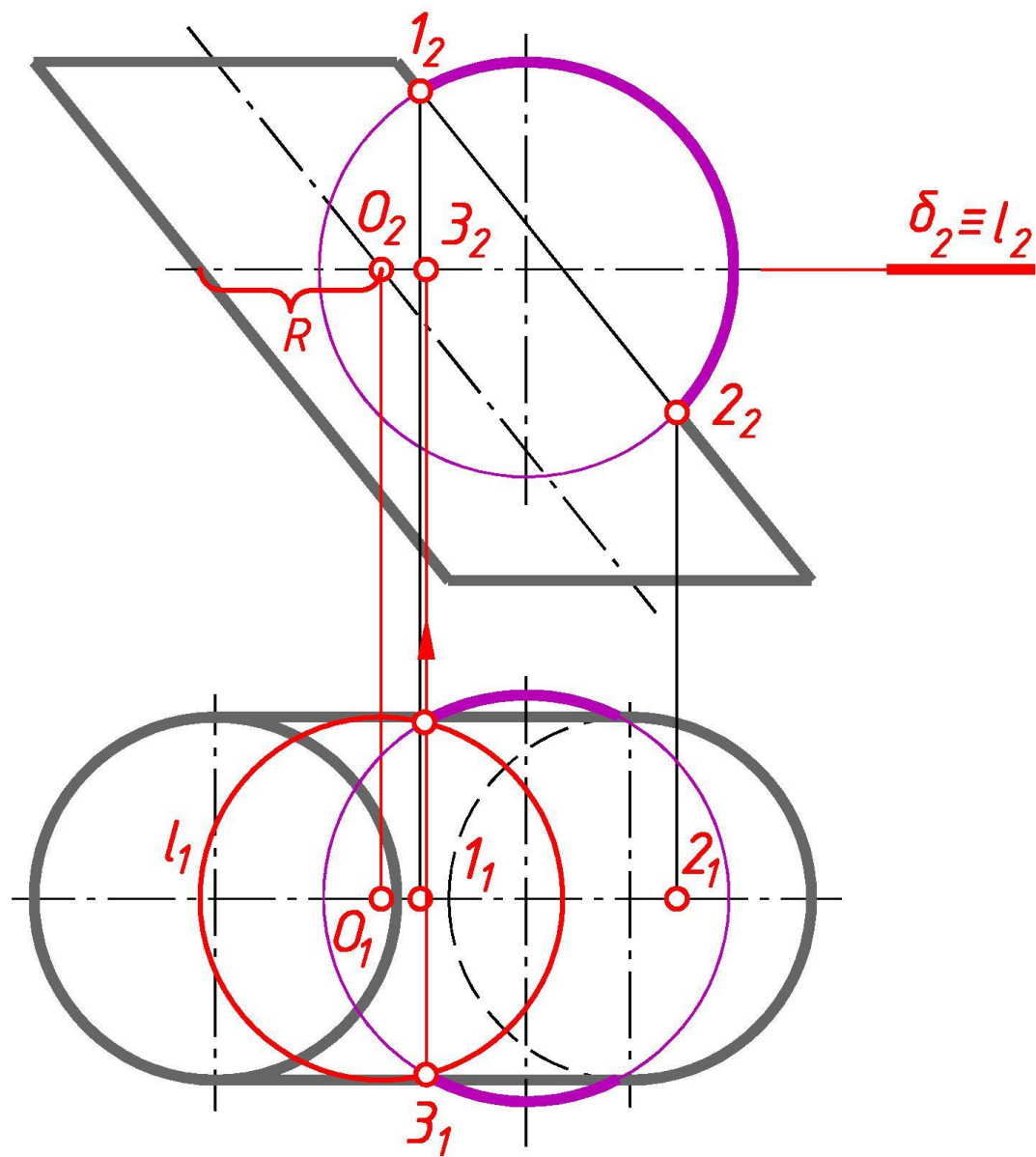


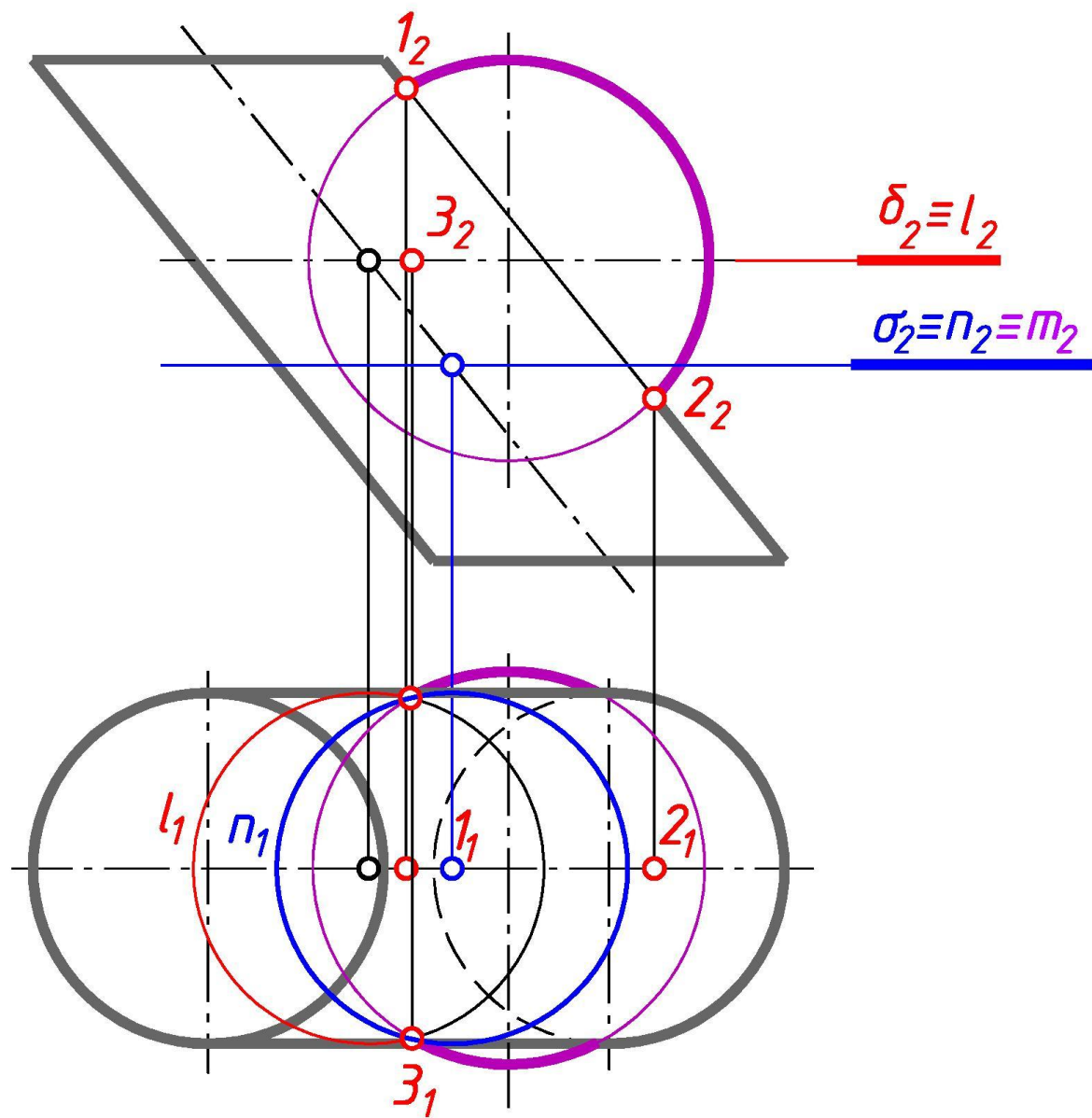


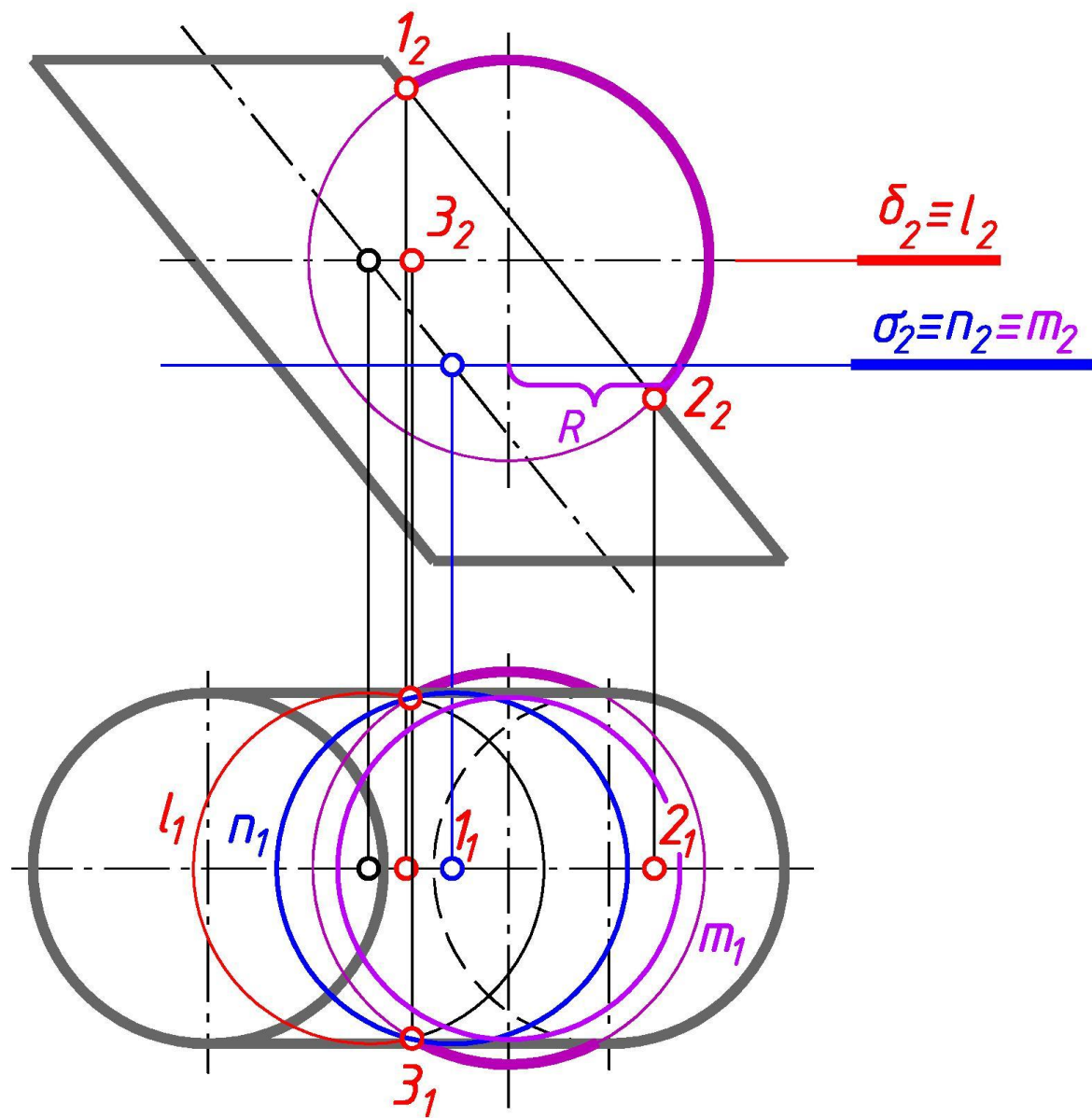


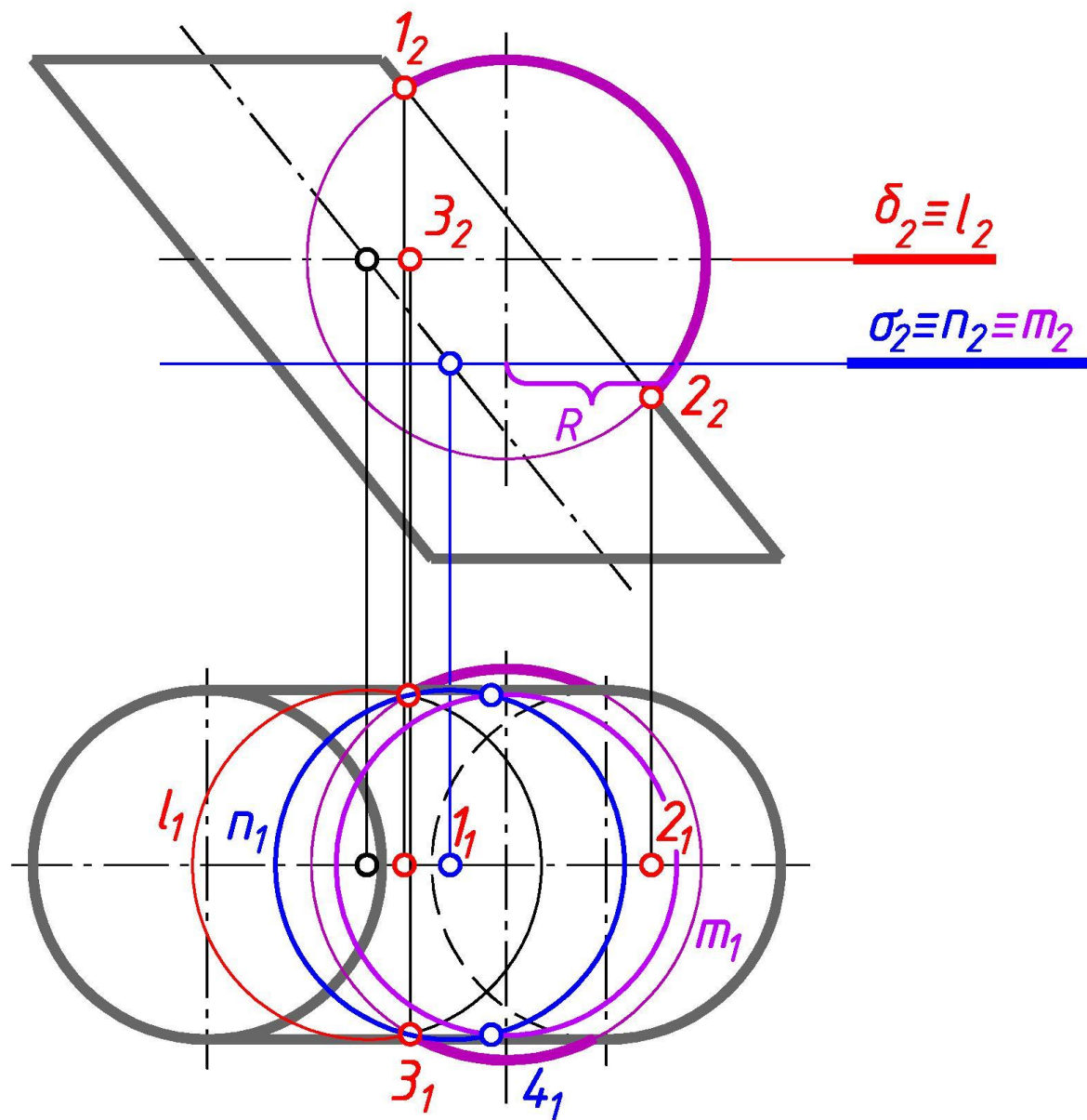


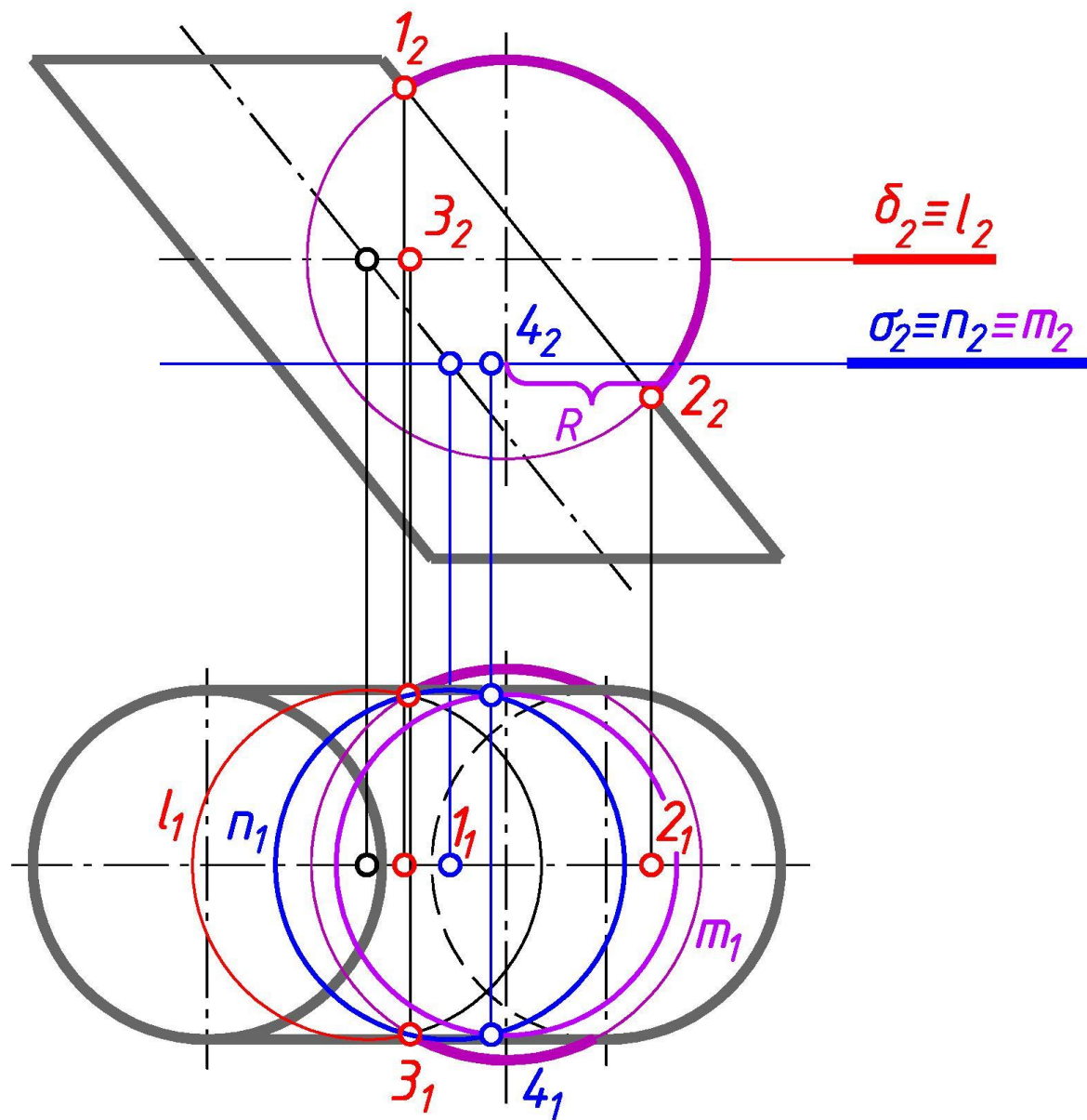


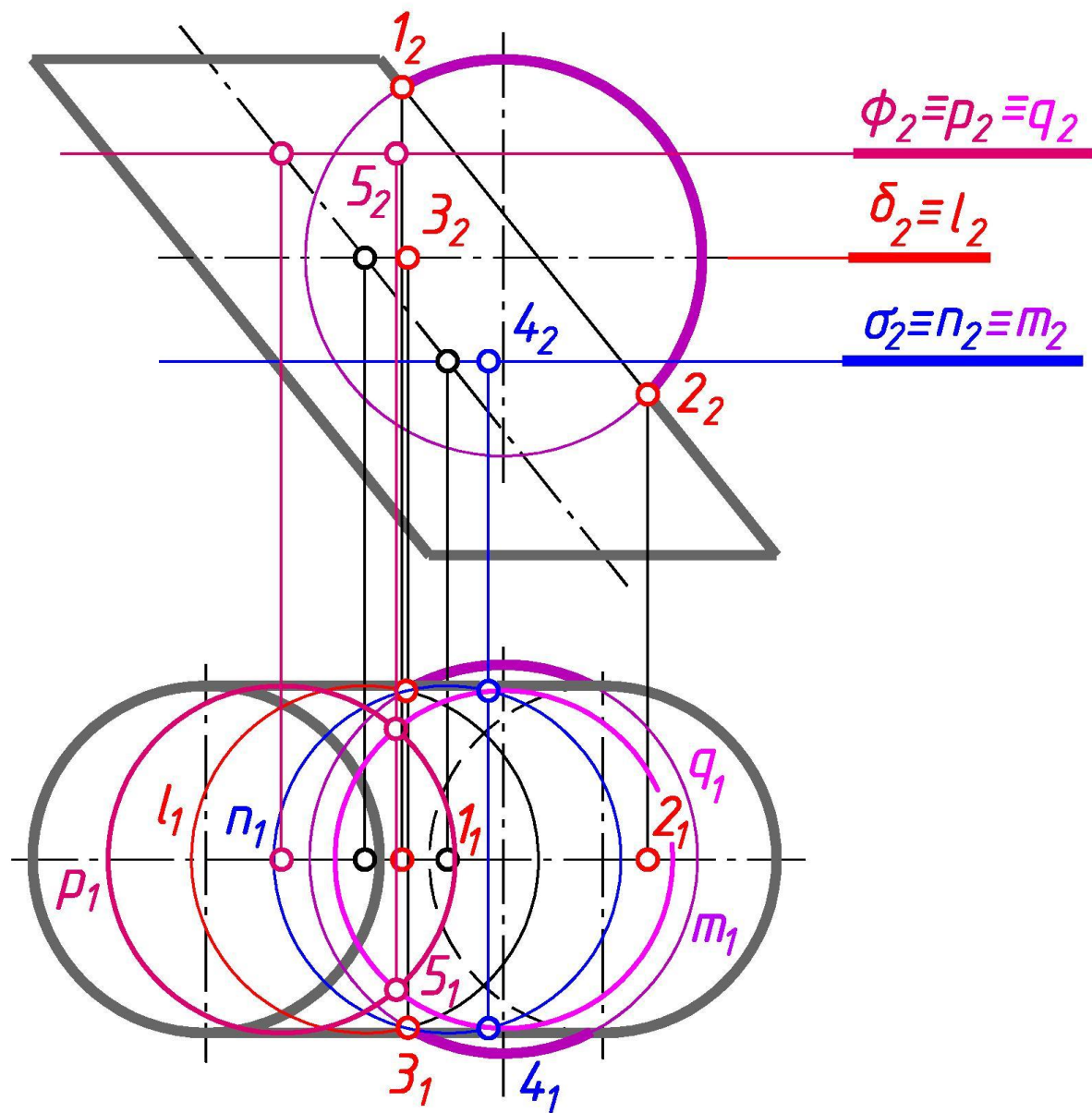


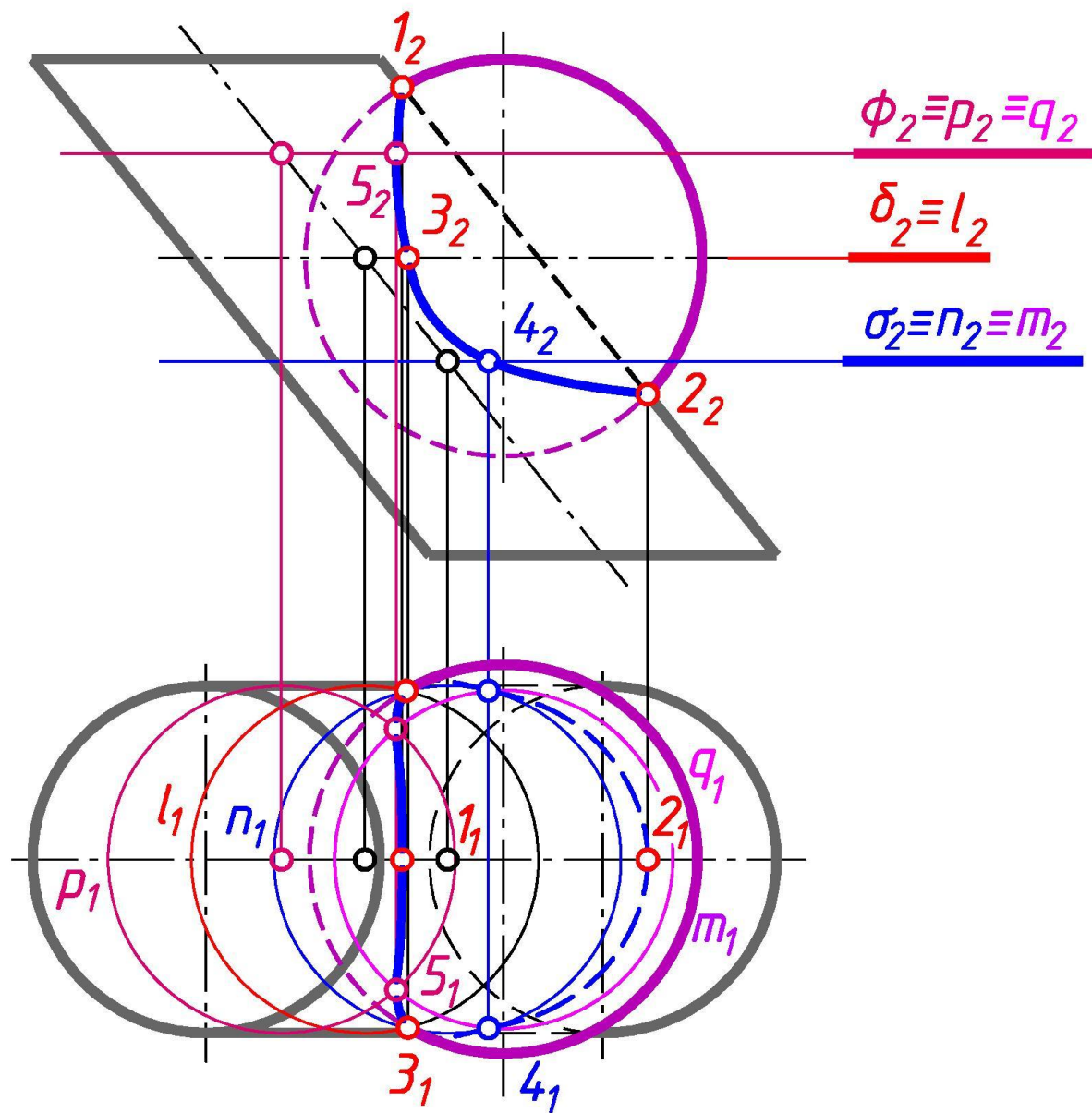


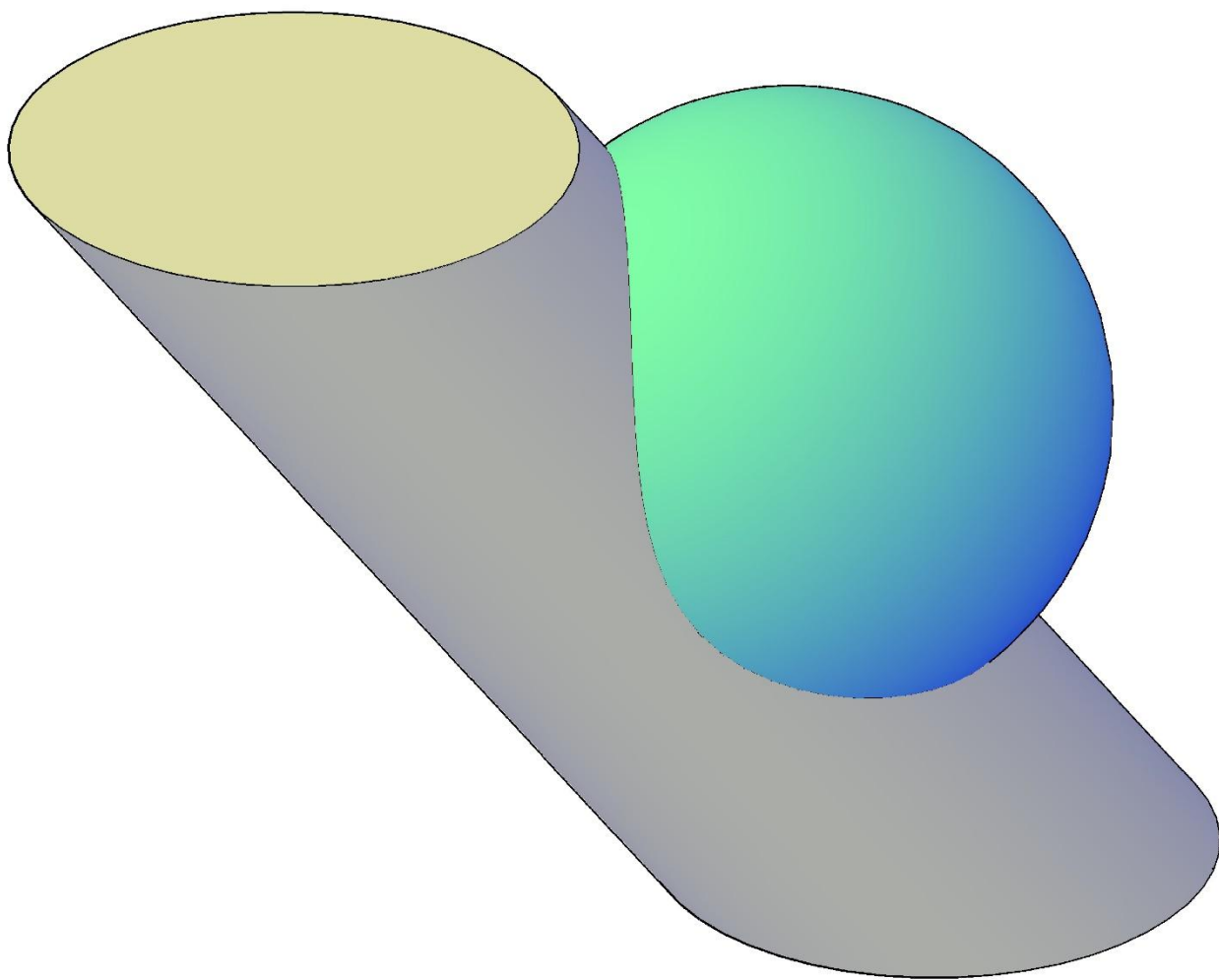


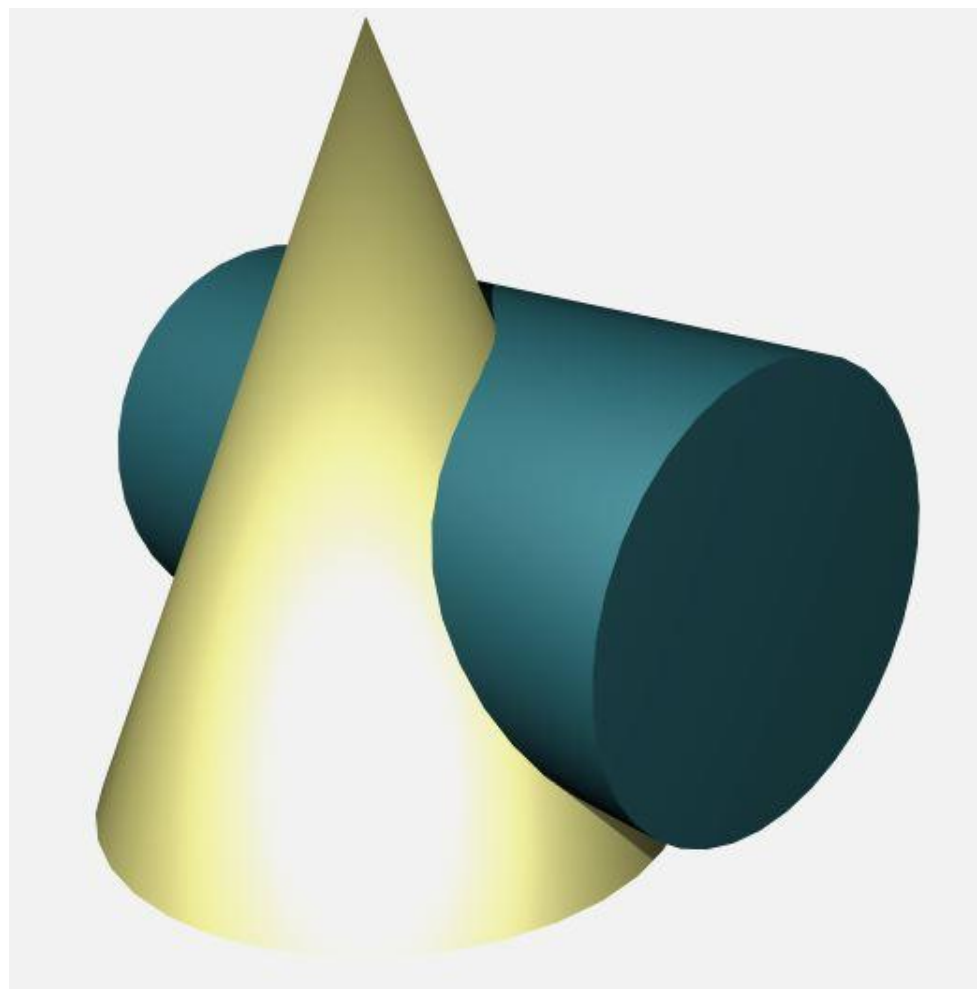
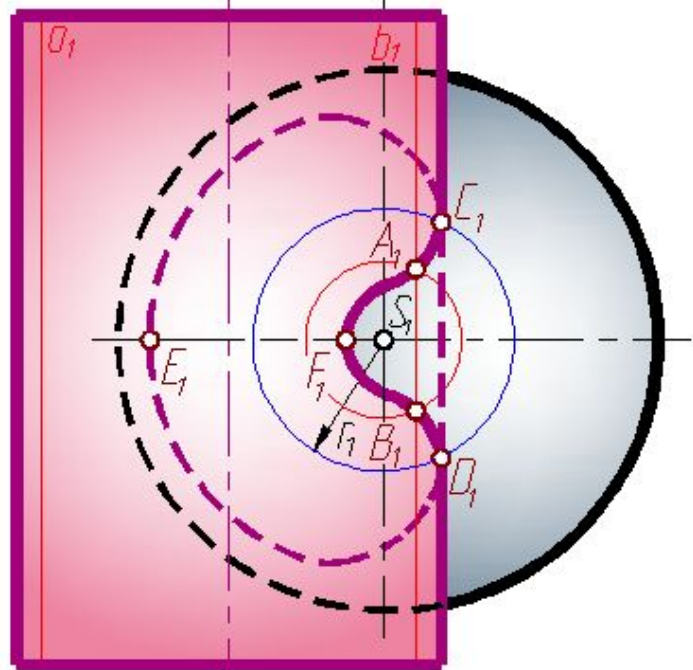
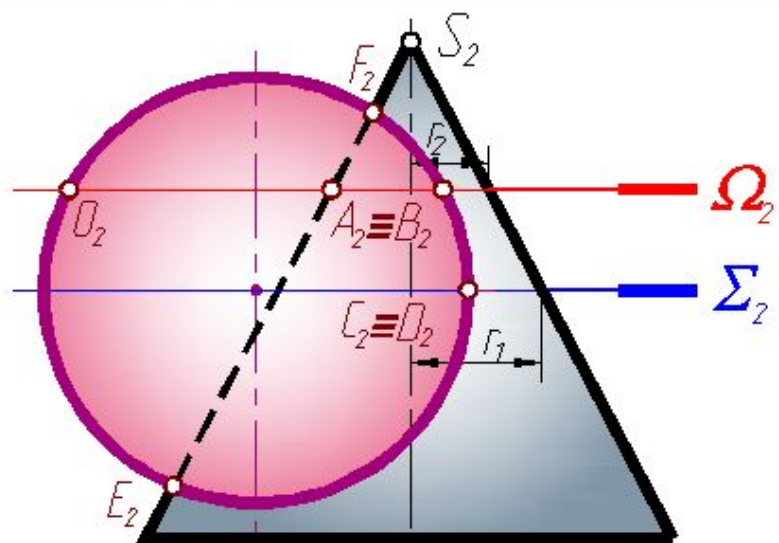


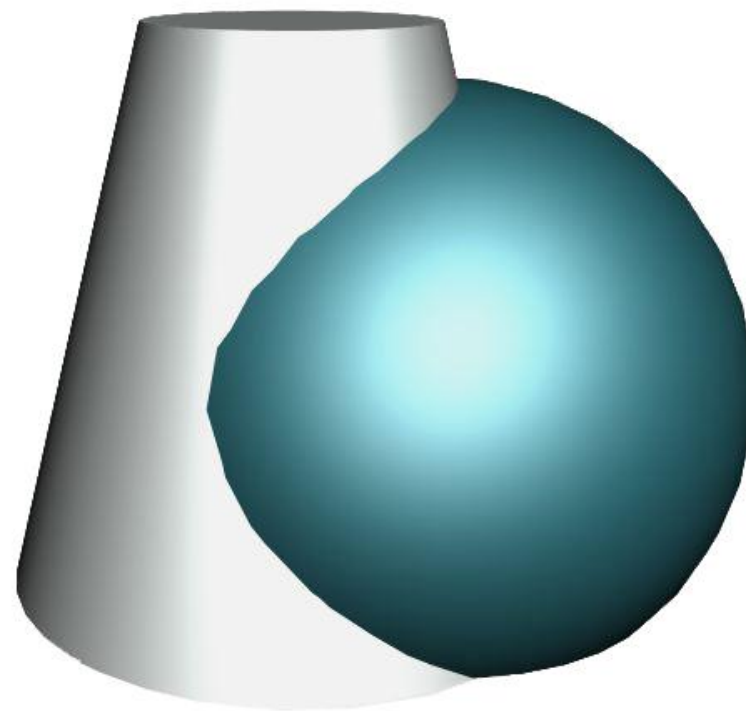
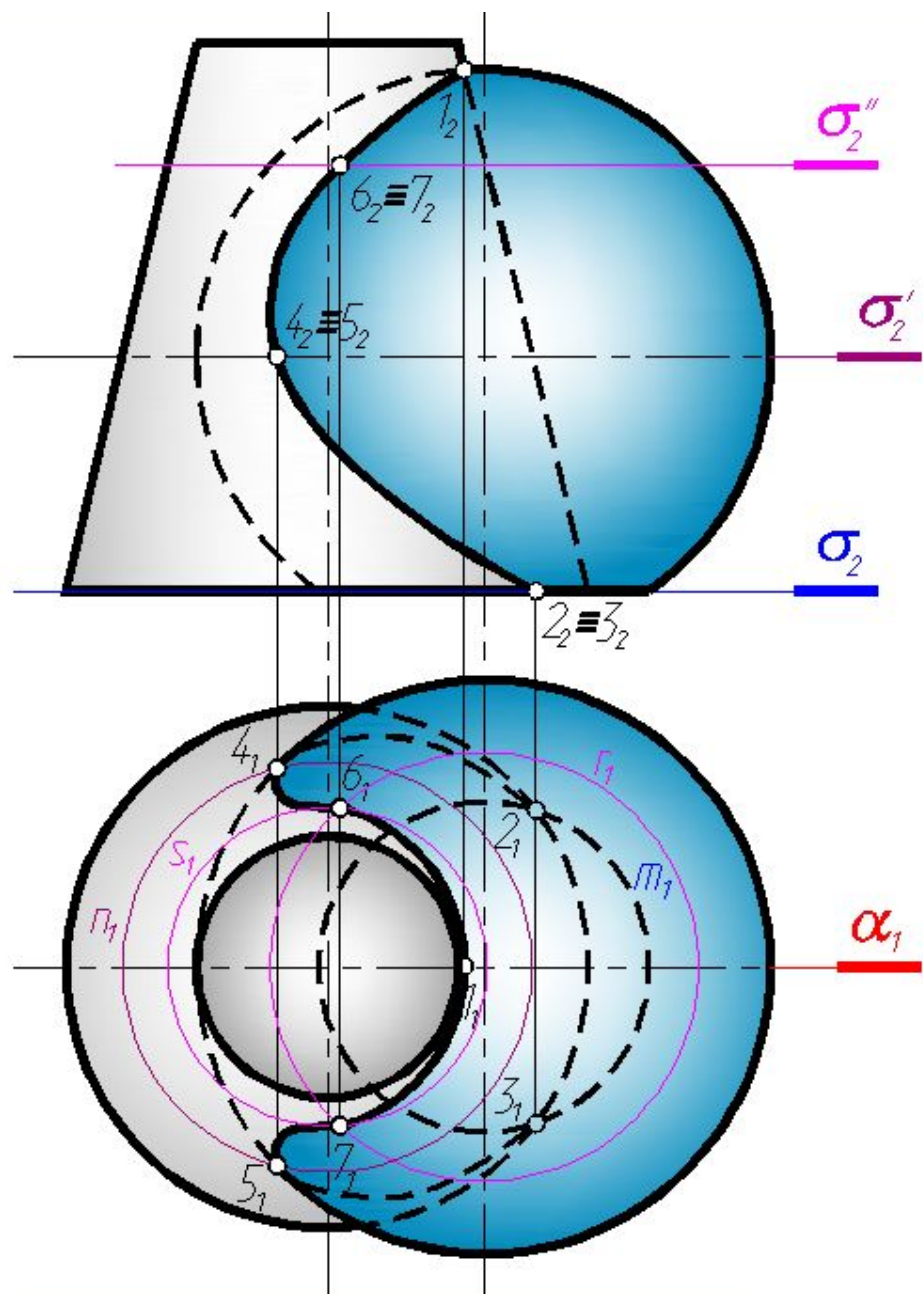










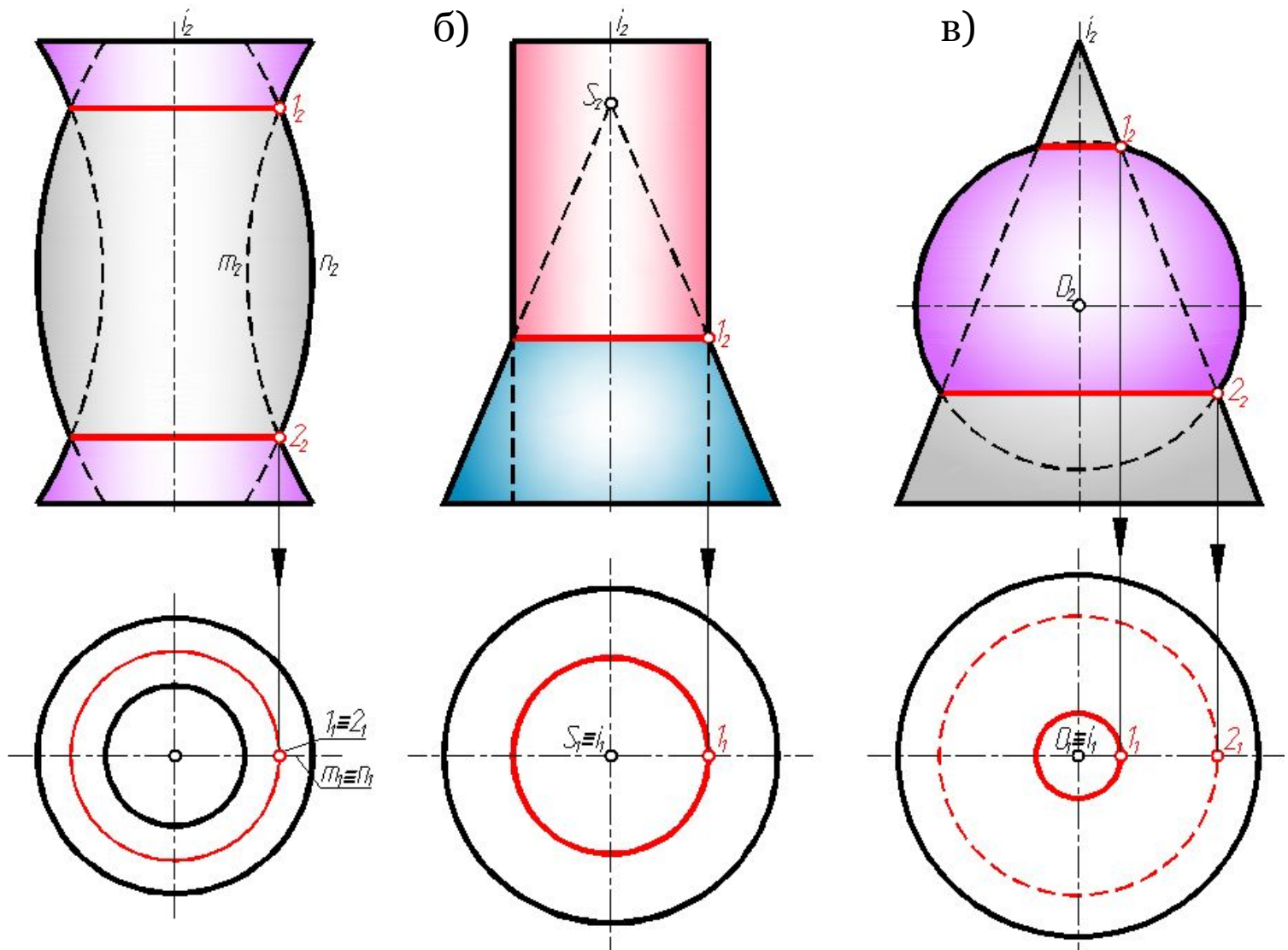


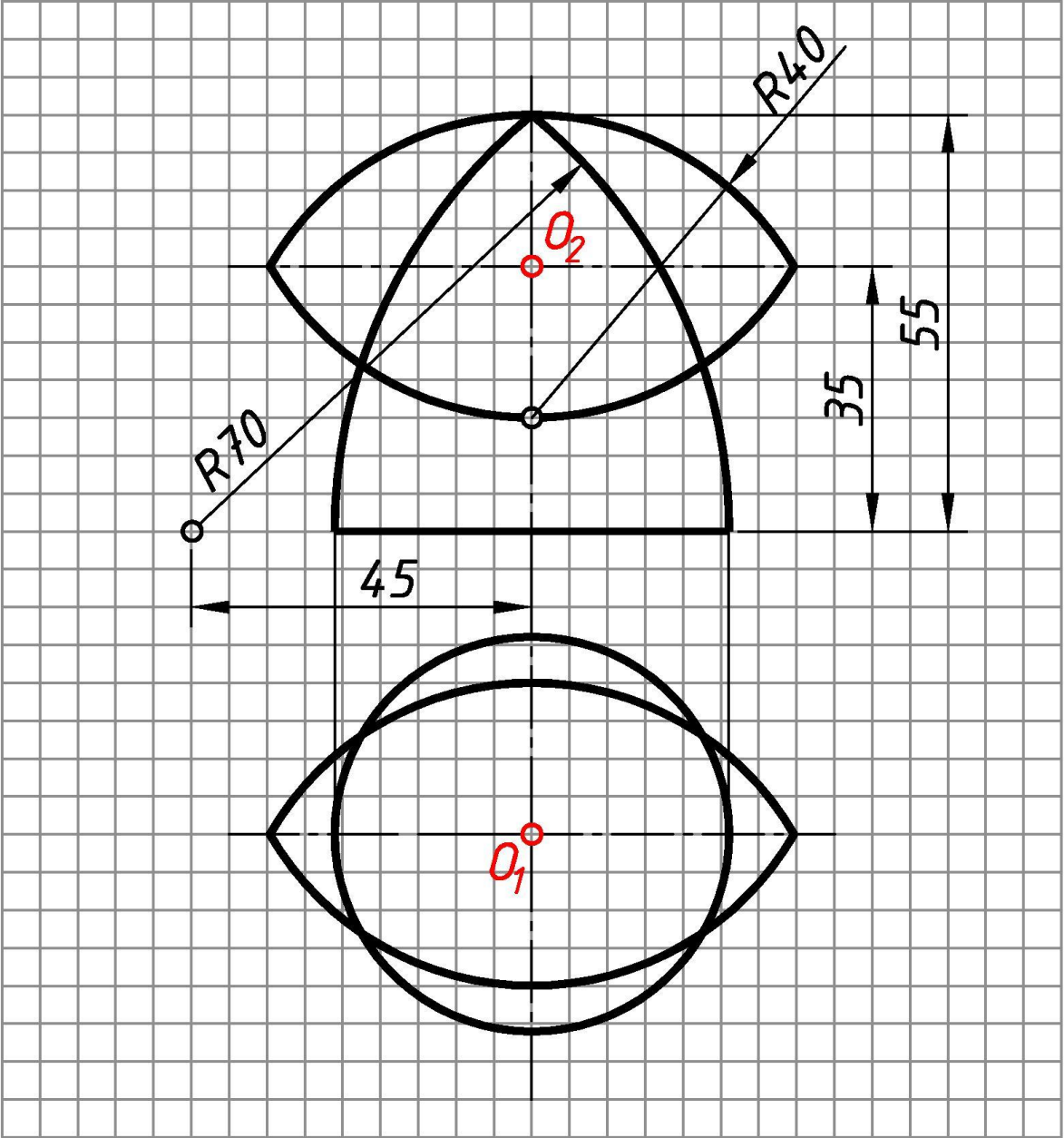
Б. Метод концентрических сфер-посредников

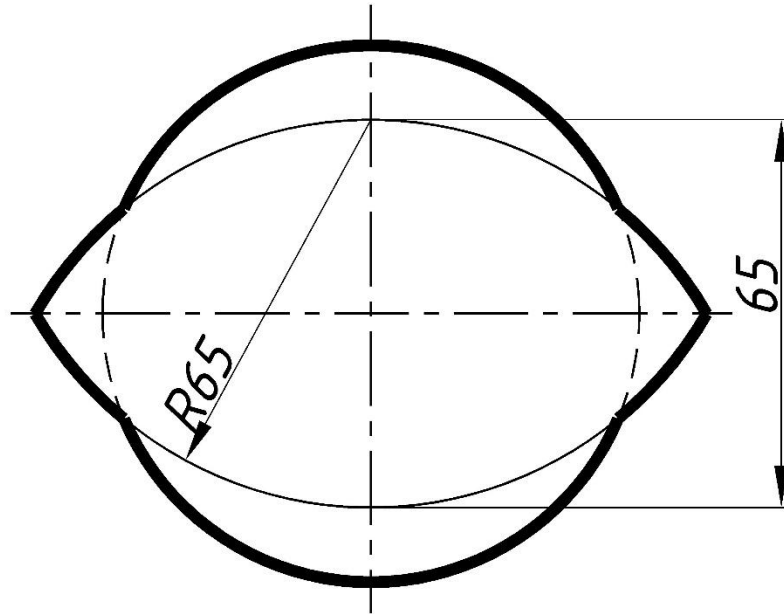
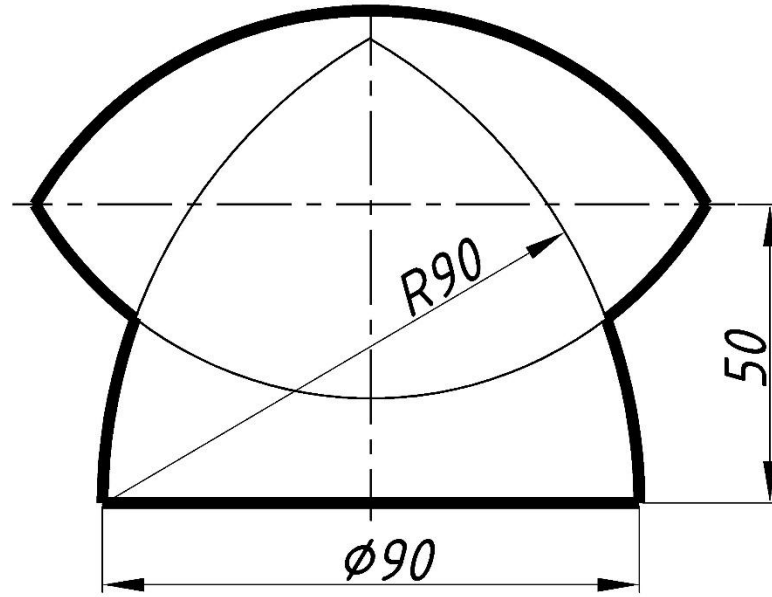
Общий подход к составлению алгоритма решения задач:

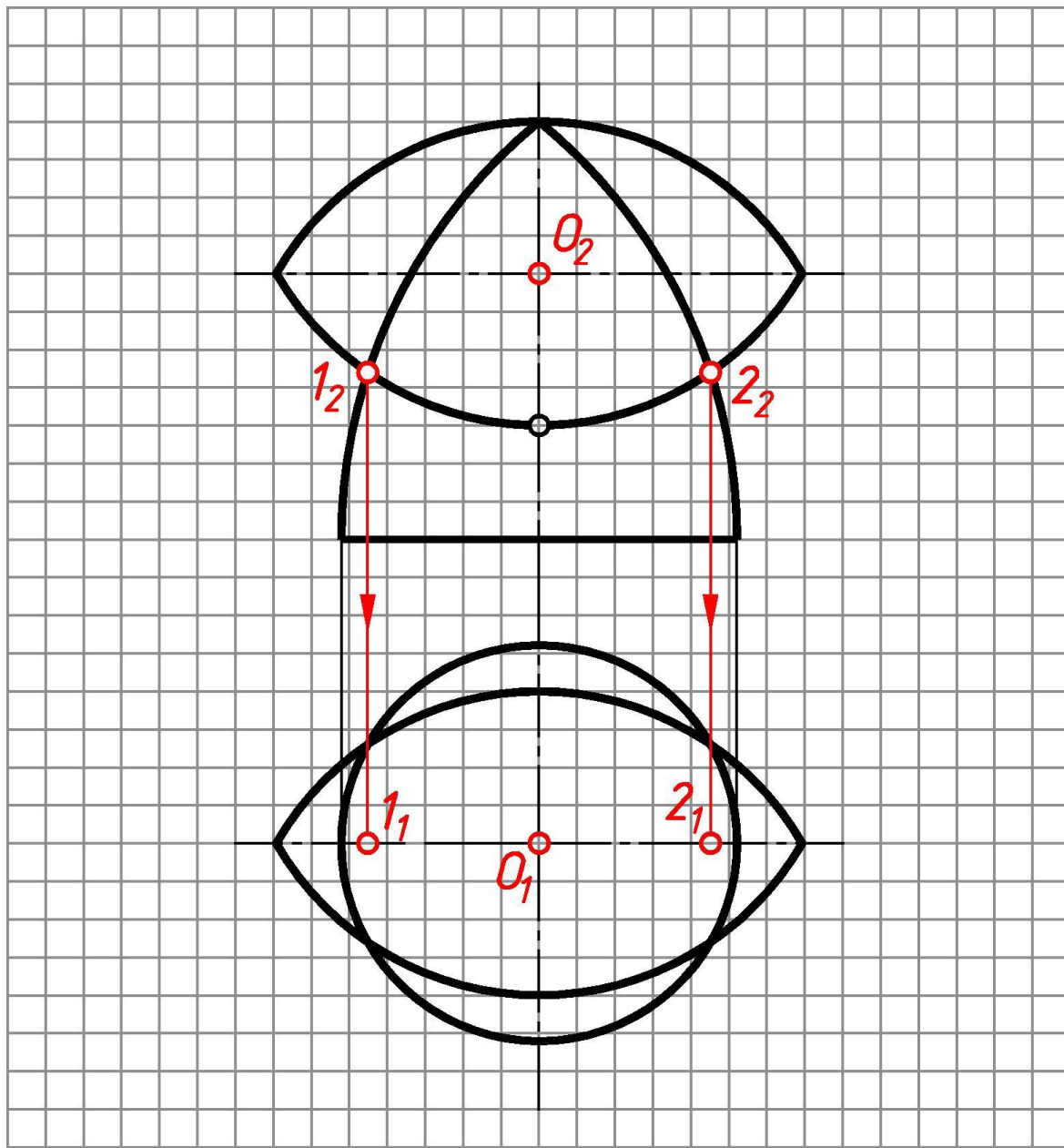
- 1 Проводят анализ заданных поверхностей по способу их расположения относительно плоскостей проекций.
- 2 Определяют характерные точки, принадлежащие линии пересечения;
- 3 Для определения промежуточных точек определяют область проведения концентрических сфер, которые находятся между сферами (R_{max} , R_{min}), при этом:
 - R_{max} – радиус сферы, равный расстоянию от центра проведения сферы до самой удаленной характерной точки линии пересечения;
 - R_{min} – радиус сферы, которая касается одной пересекаемой поверхности и одновременно пересекает другую поверхность.
- 4 Соединяют полученные точки плавной кривой линией.
- 5 Определяют видимость линии пересечения и поверхностей.

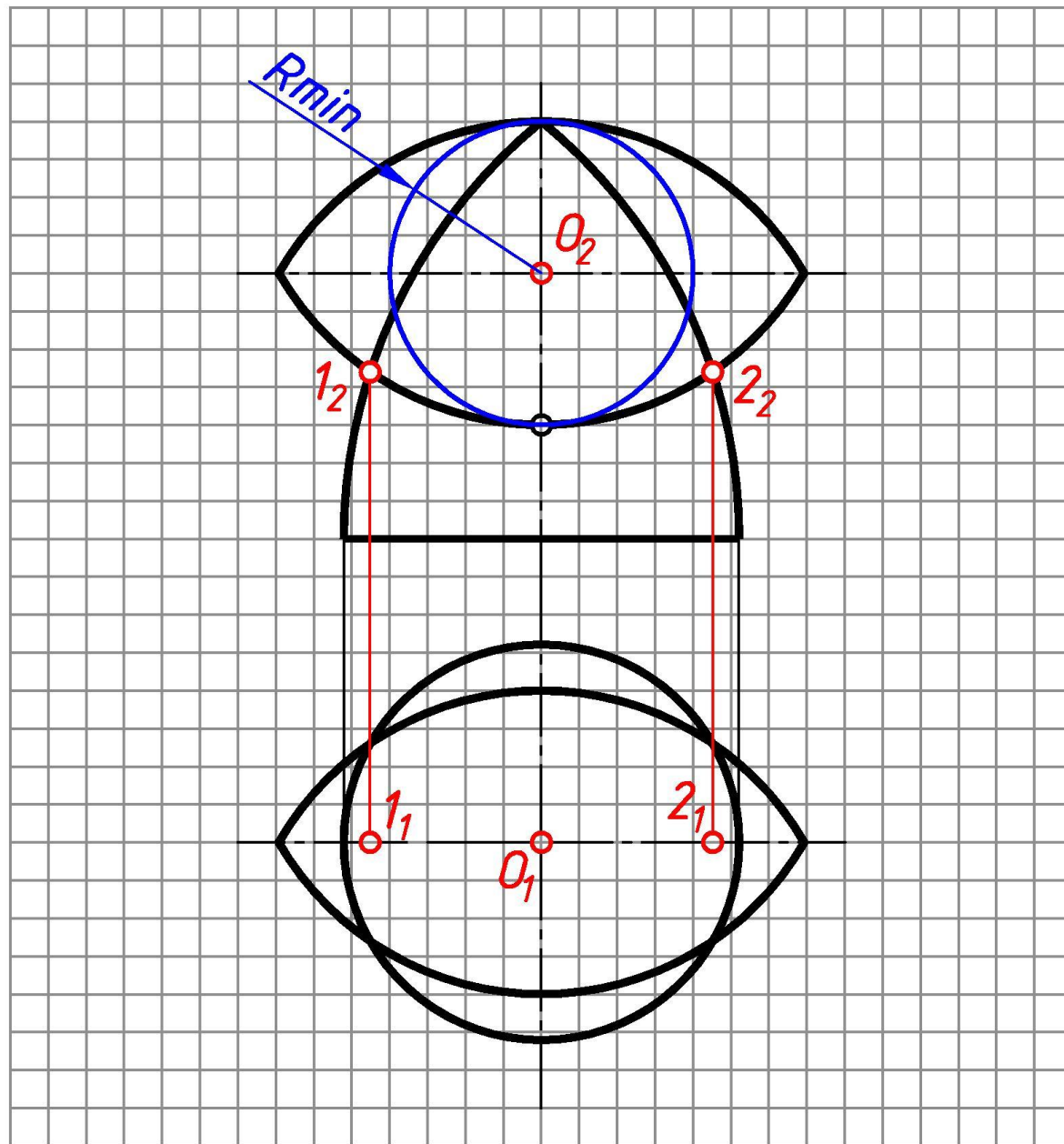
Сфера с центром в точке **О** пересечения осей двух поверхностей вращения будет соосна с каждой из этих поверхностей и пересечет их по окружностям **l** и **m**.

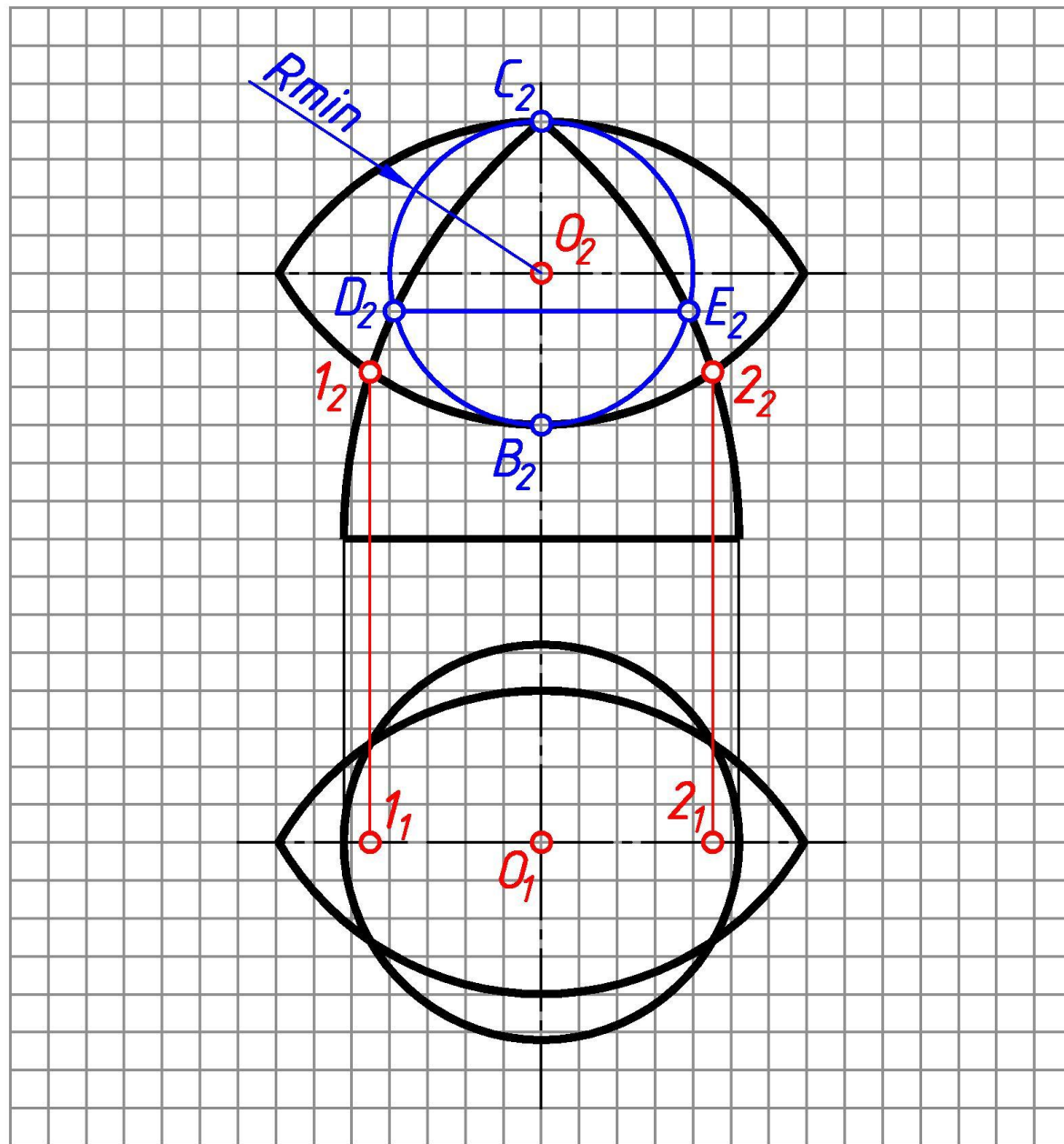


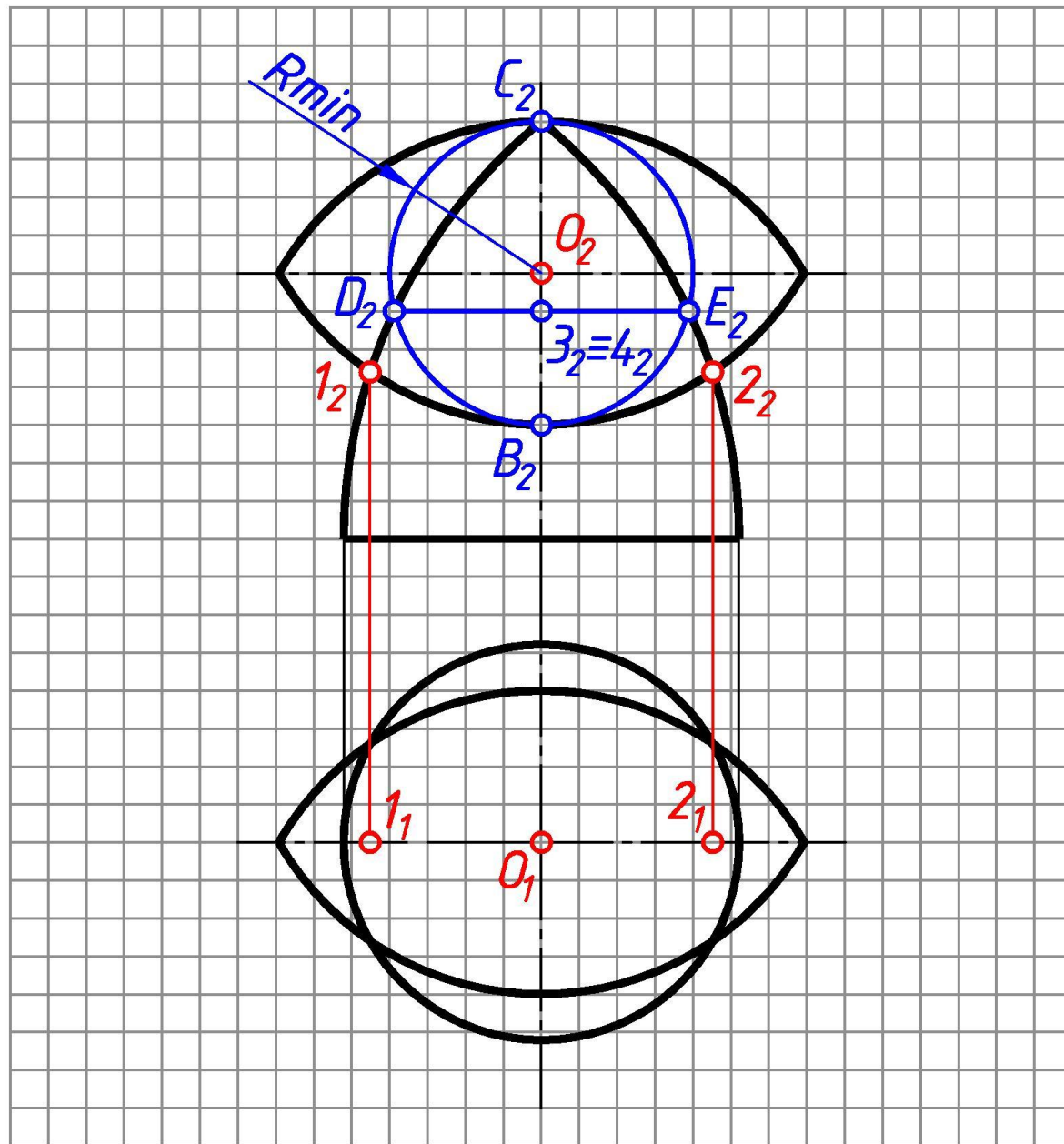


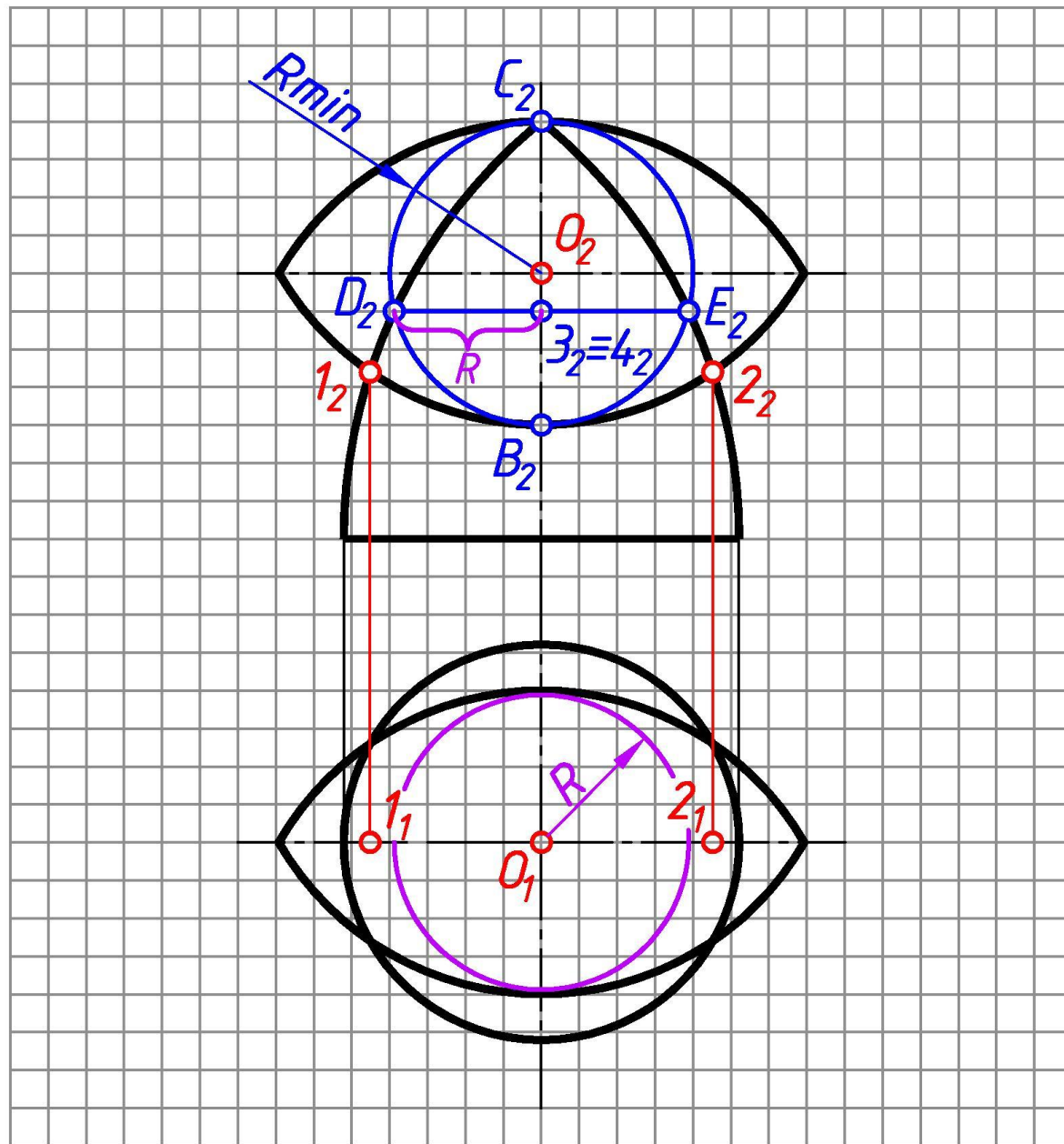


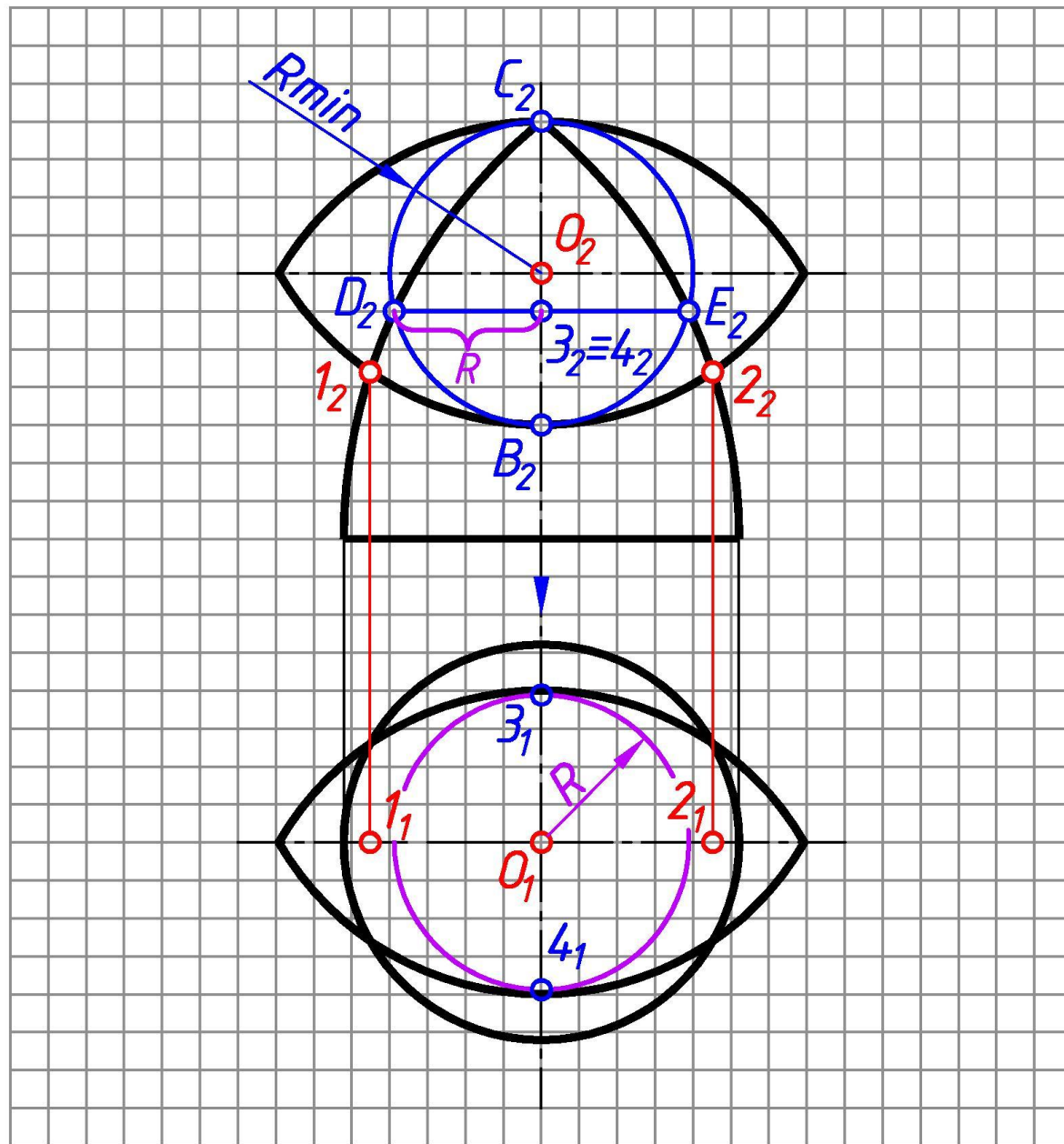


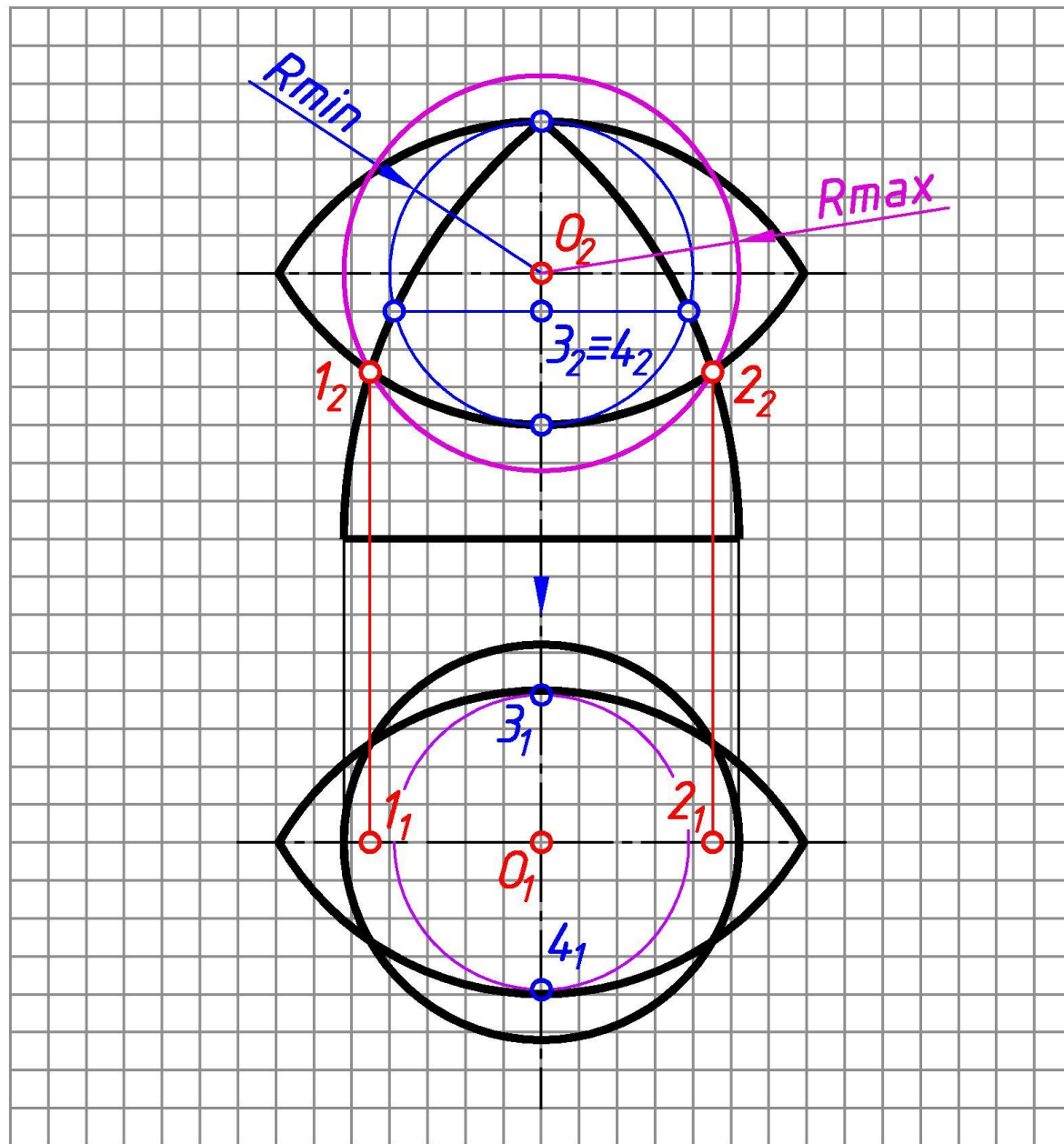


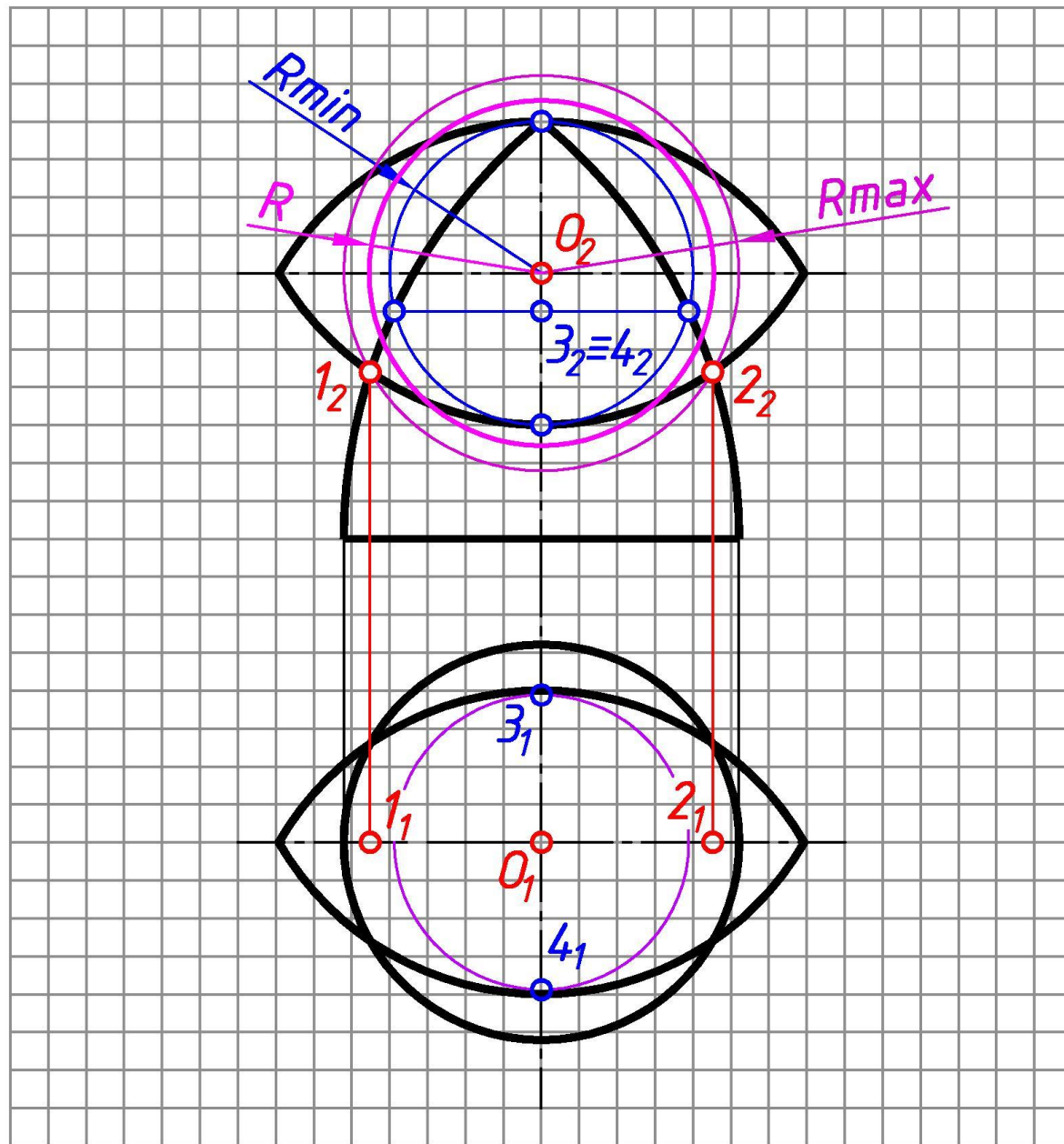


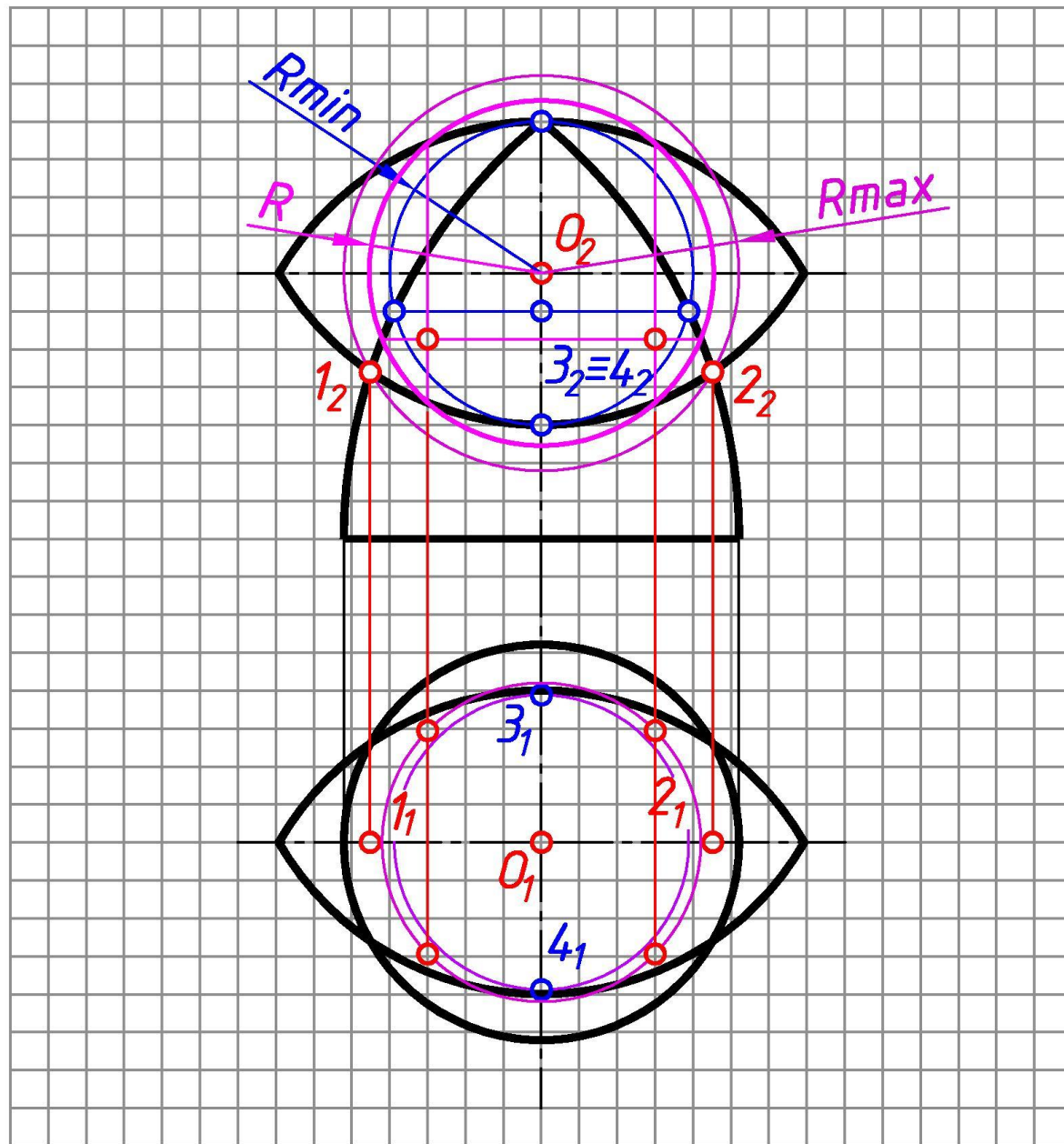


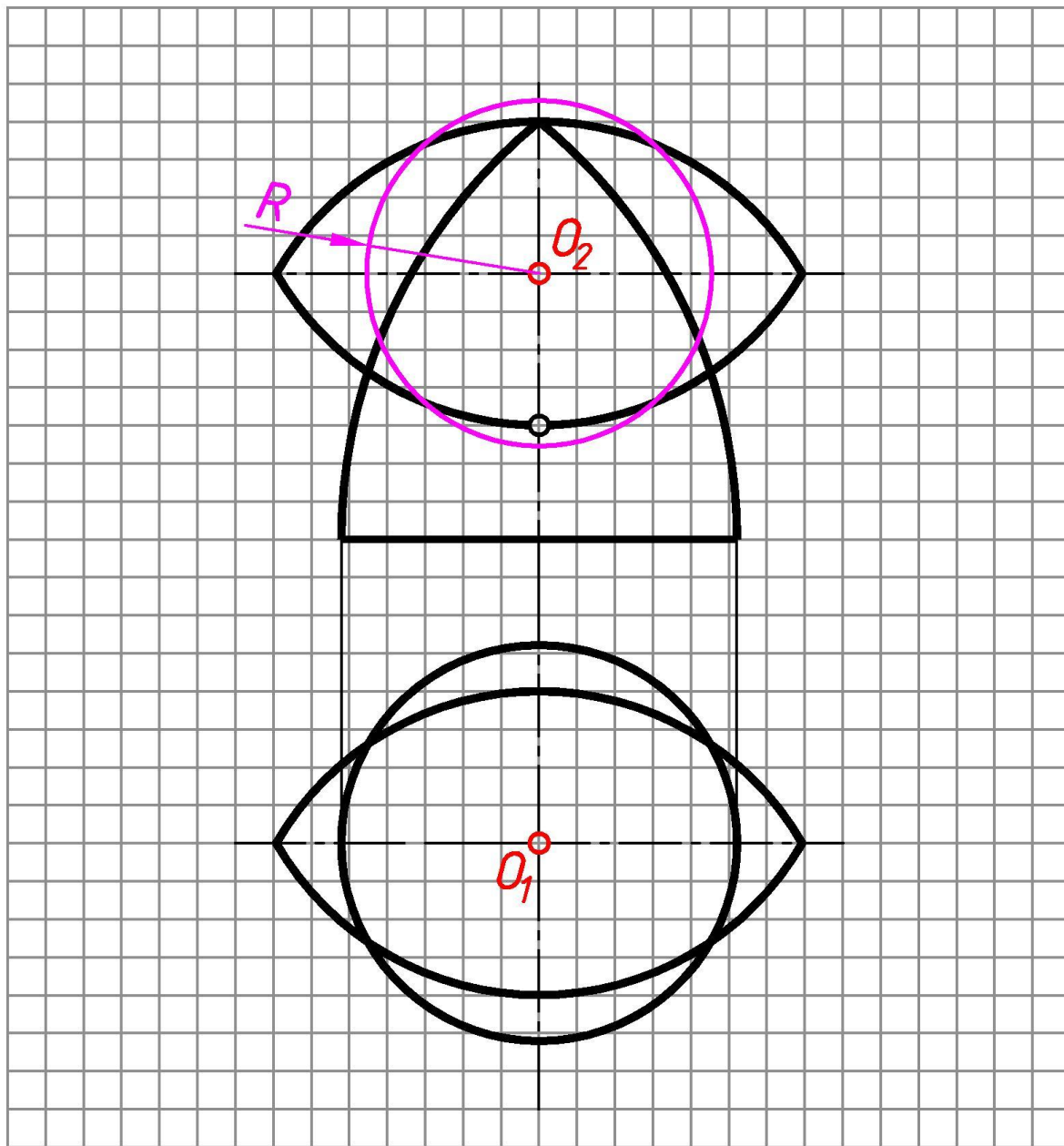


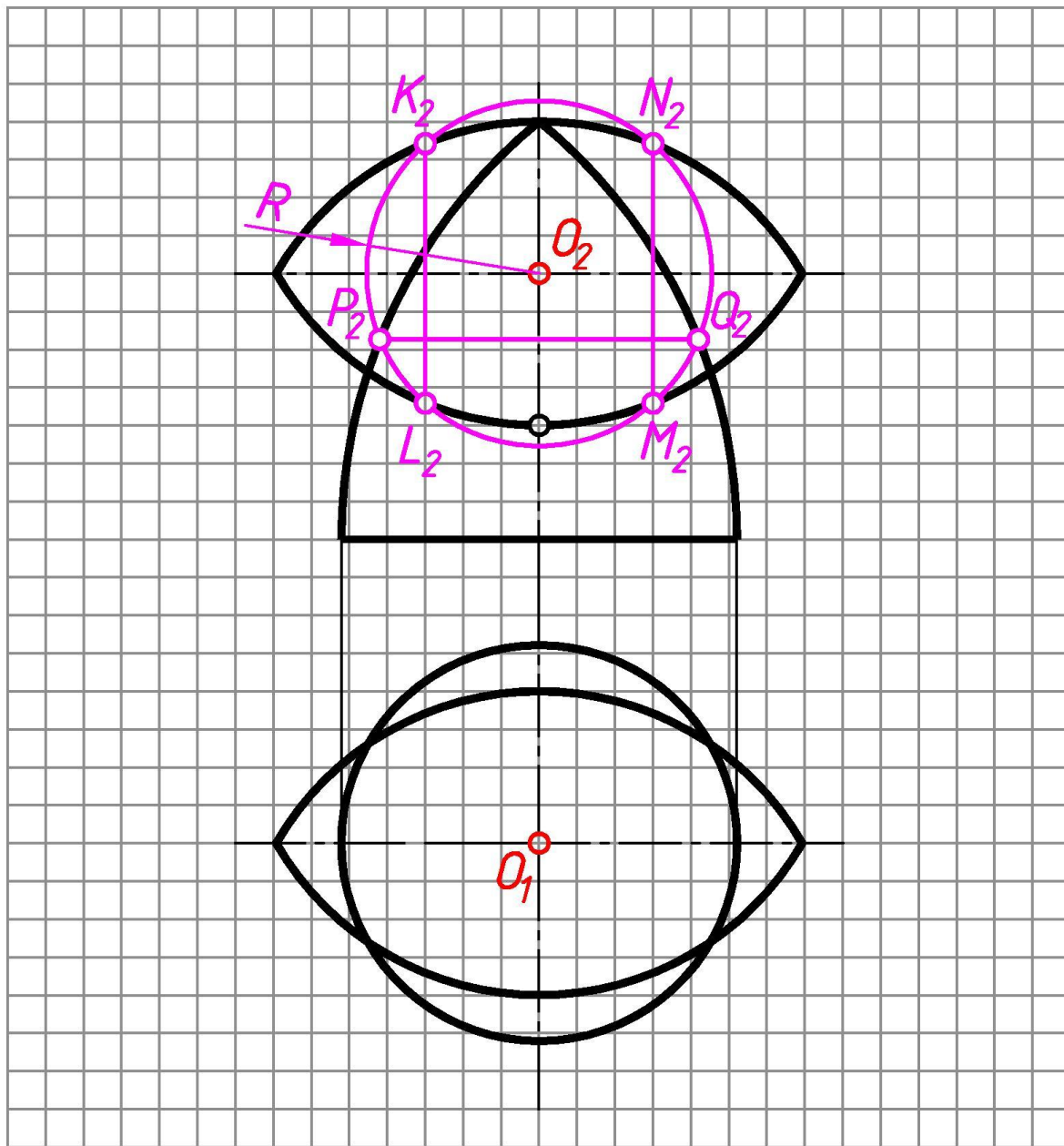


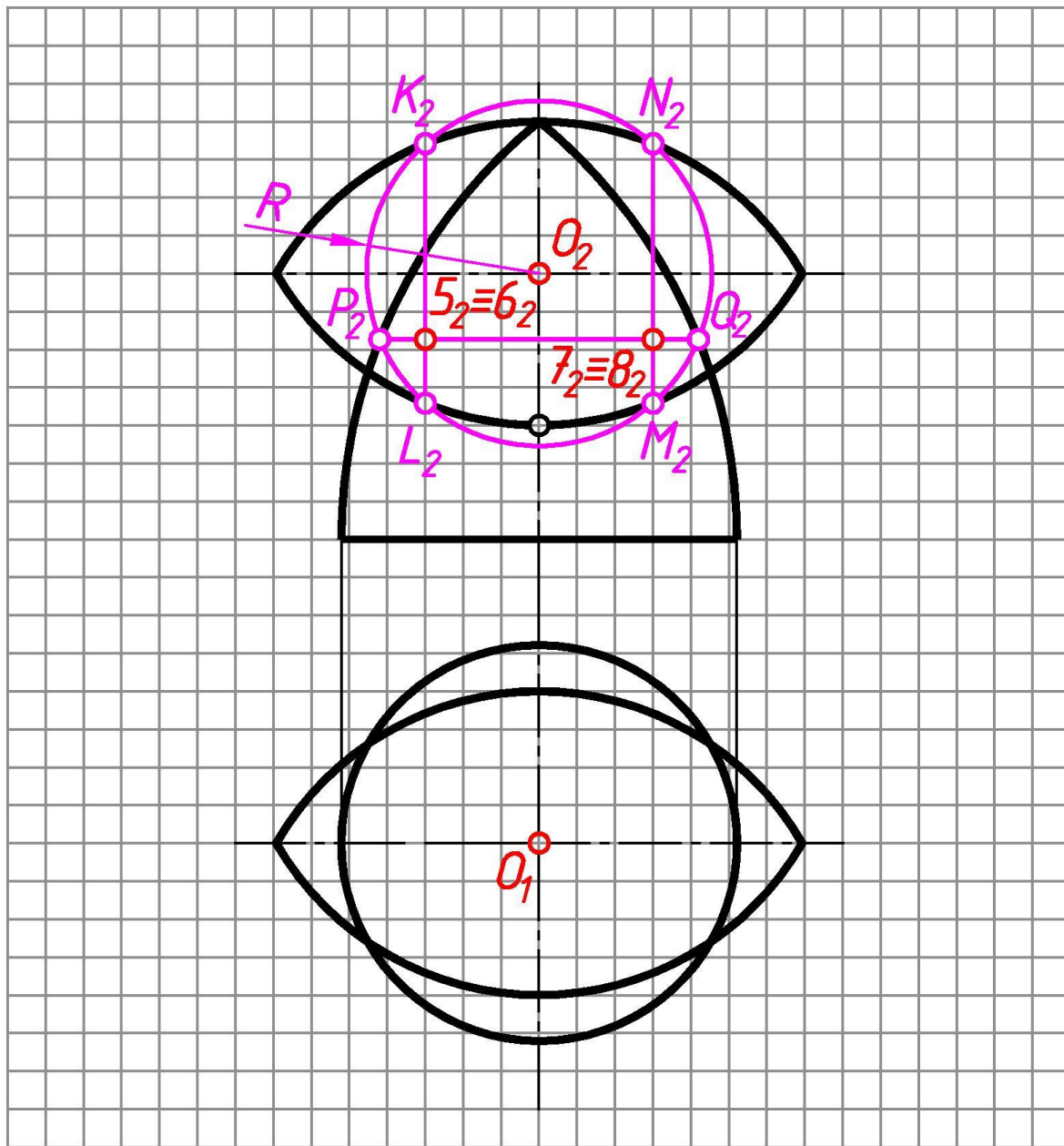


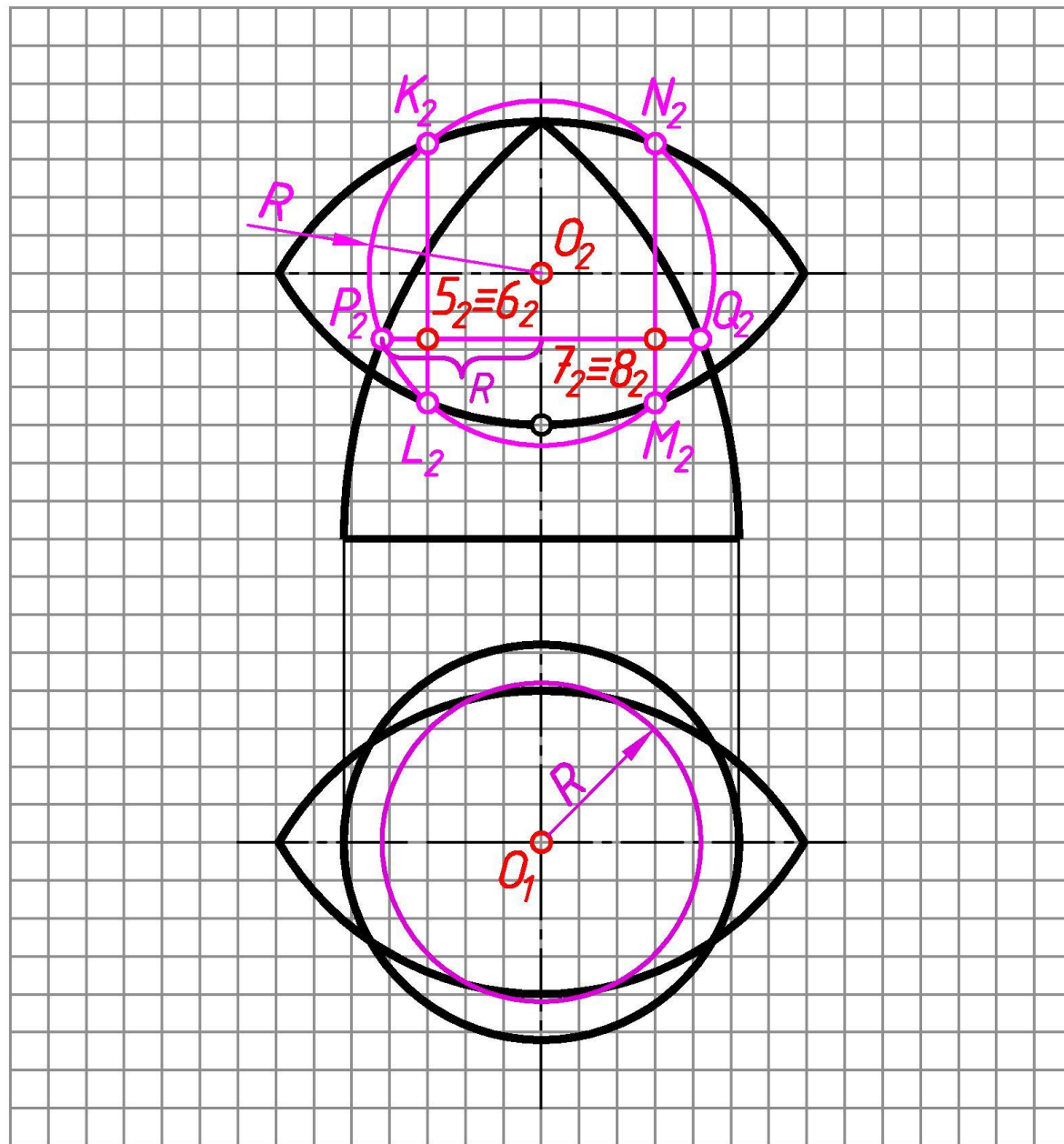


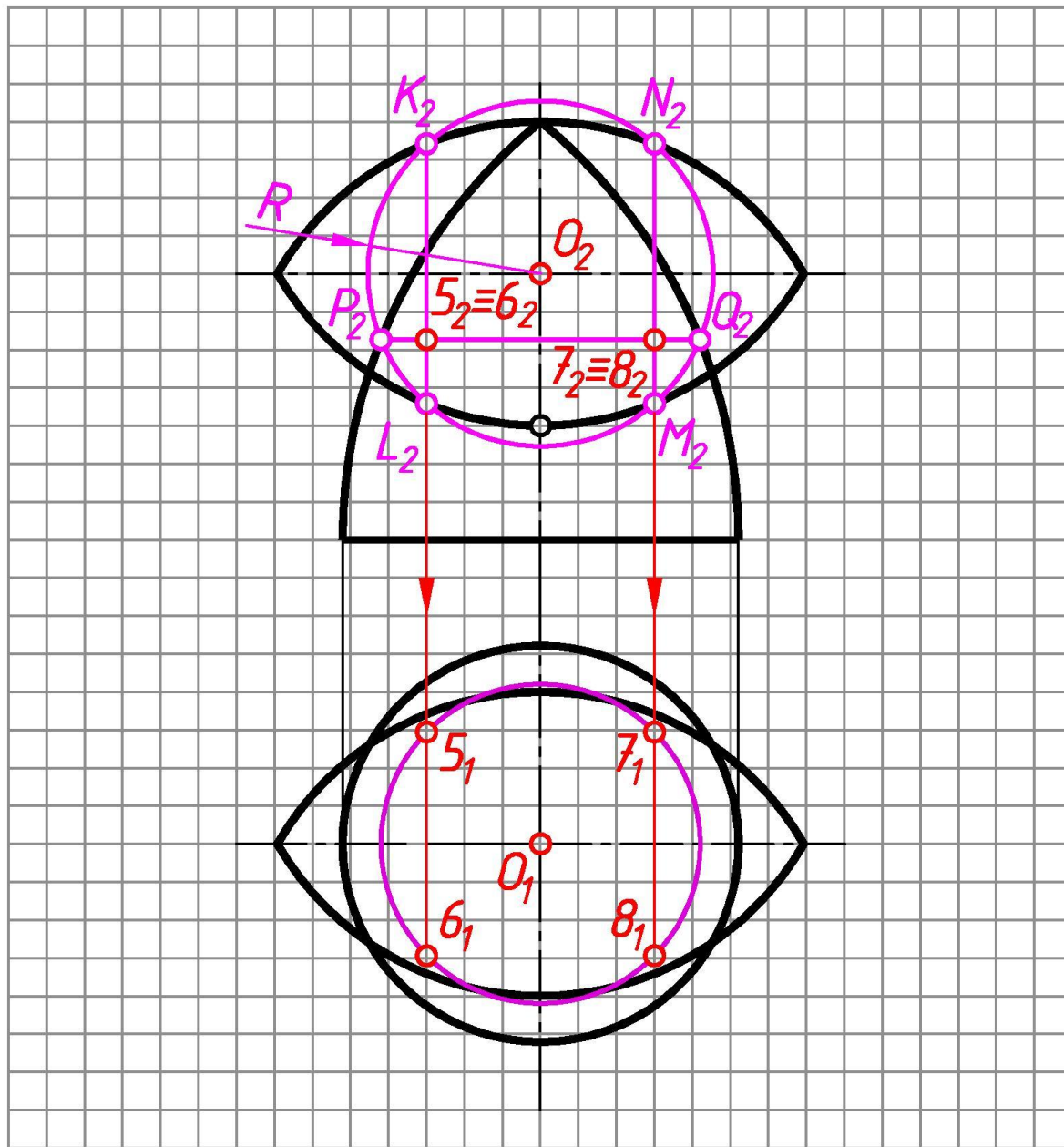


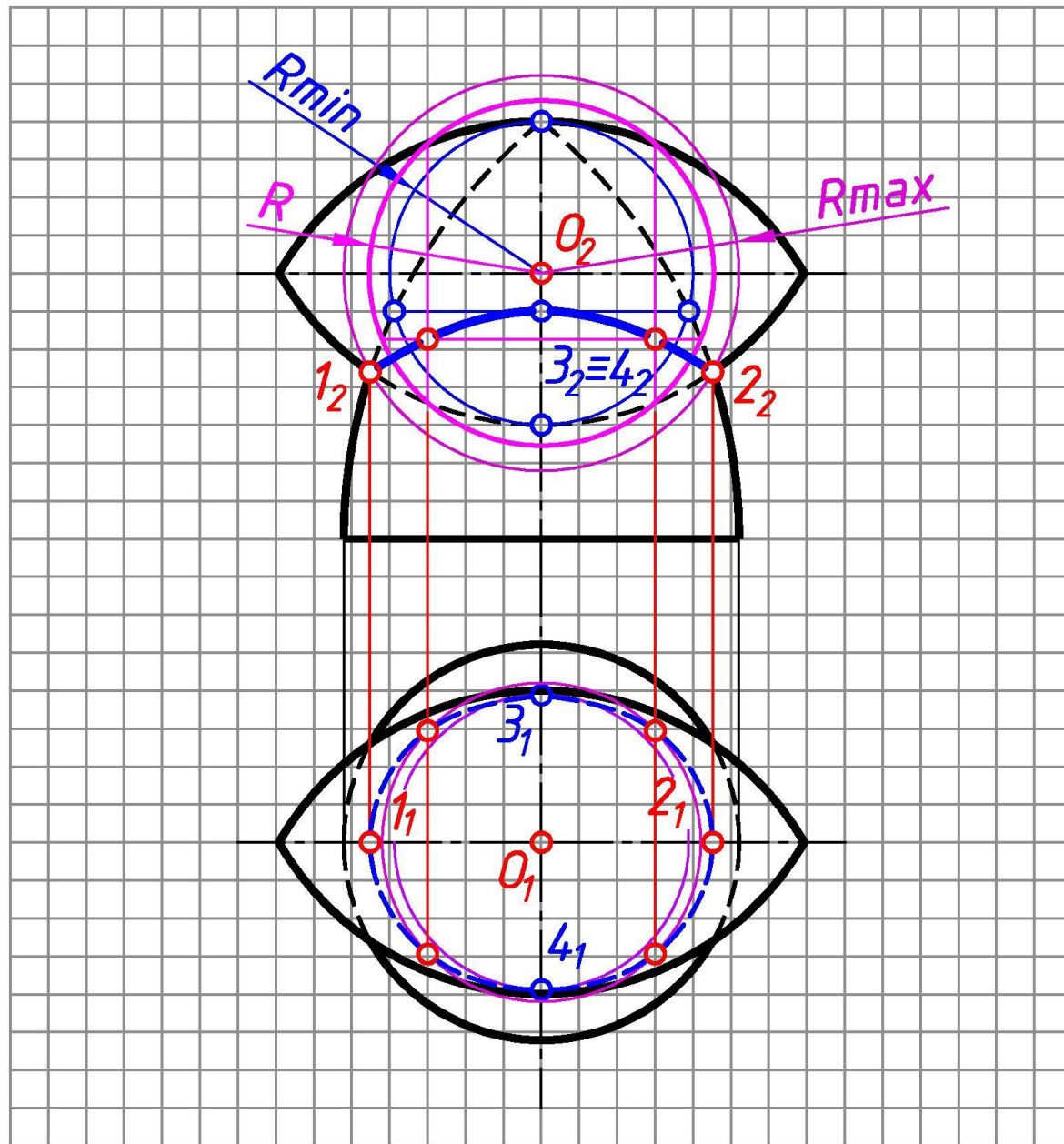


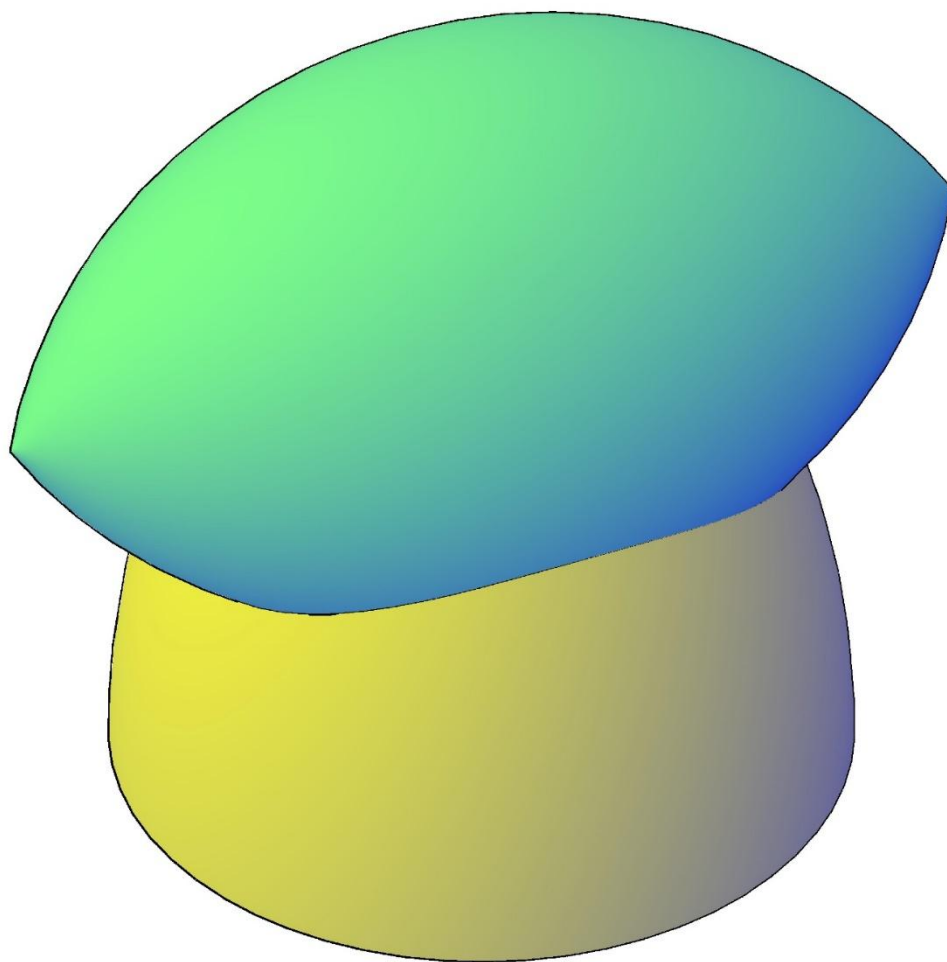


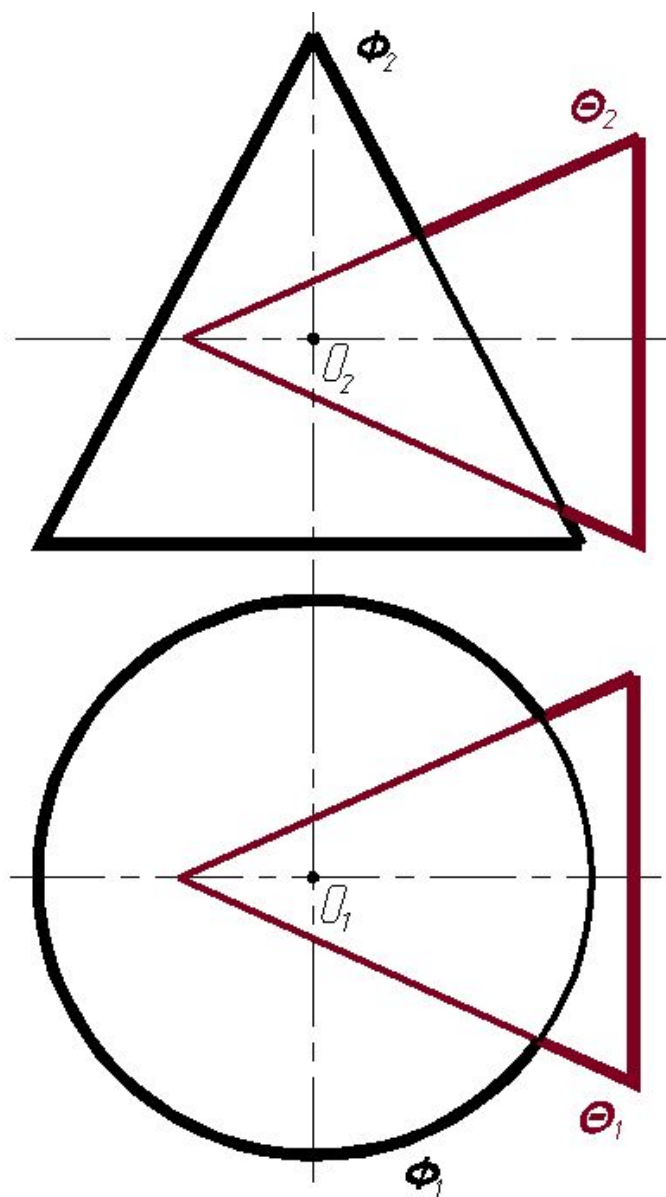






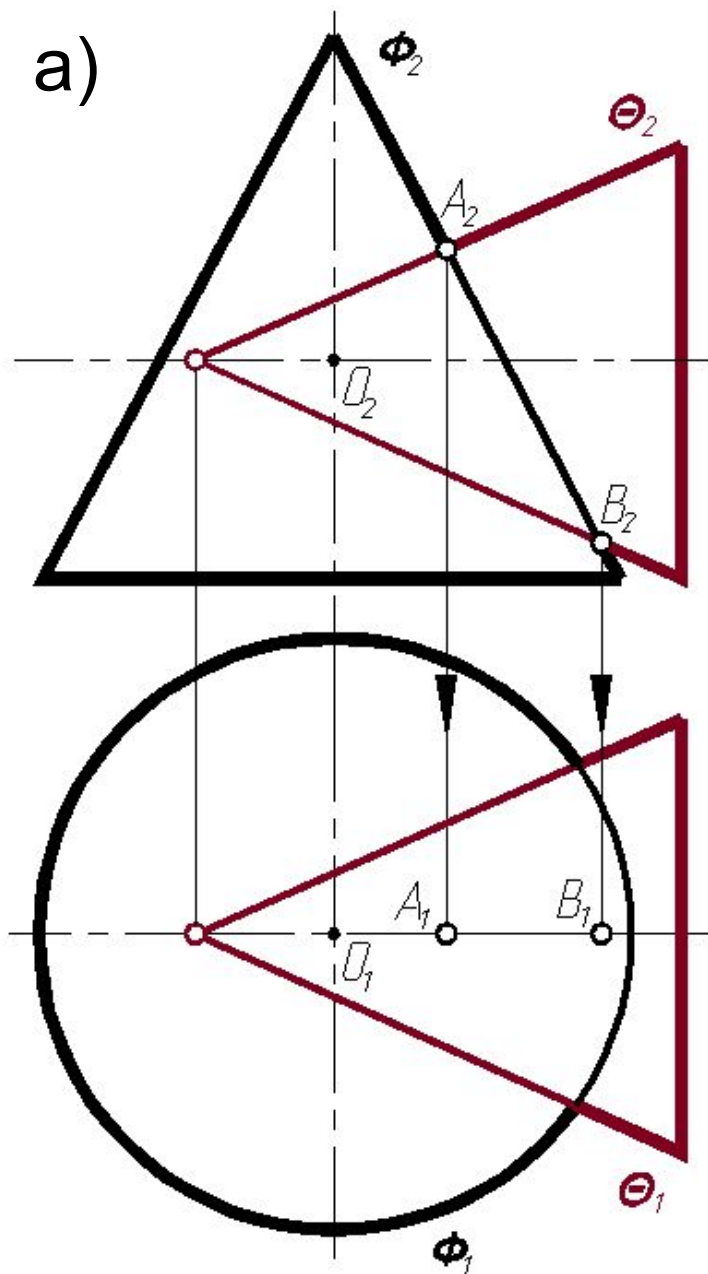






ЗАДАЧА 13.8: Построить линию пересечения поверхностей вращения. Обе поверхности общего положения. Оси вращения заданных поверхностей пересекаются и образуют плоскость, параллельную Π_2 и перпендикулярную Π_1 (см. рисунок 13.12).

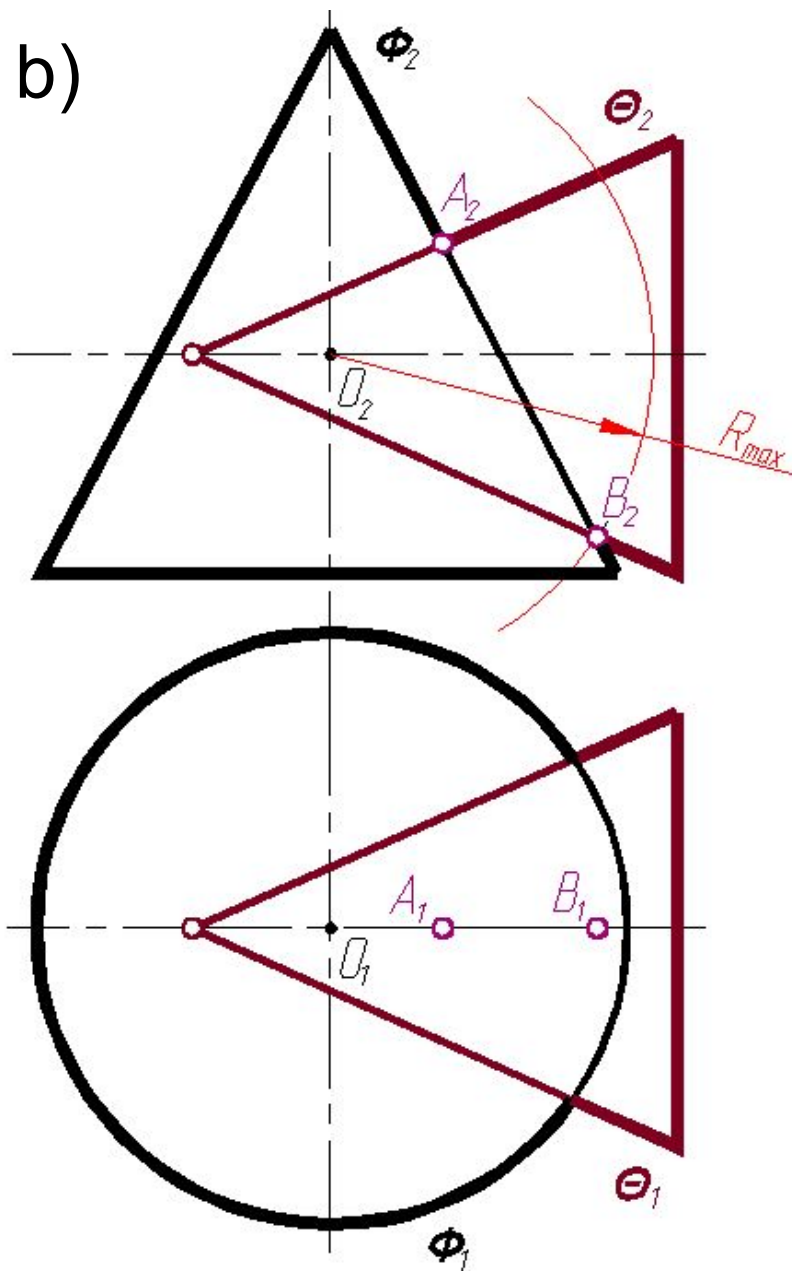
a)



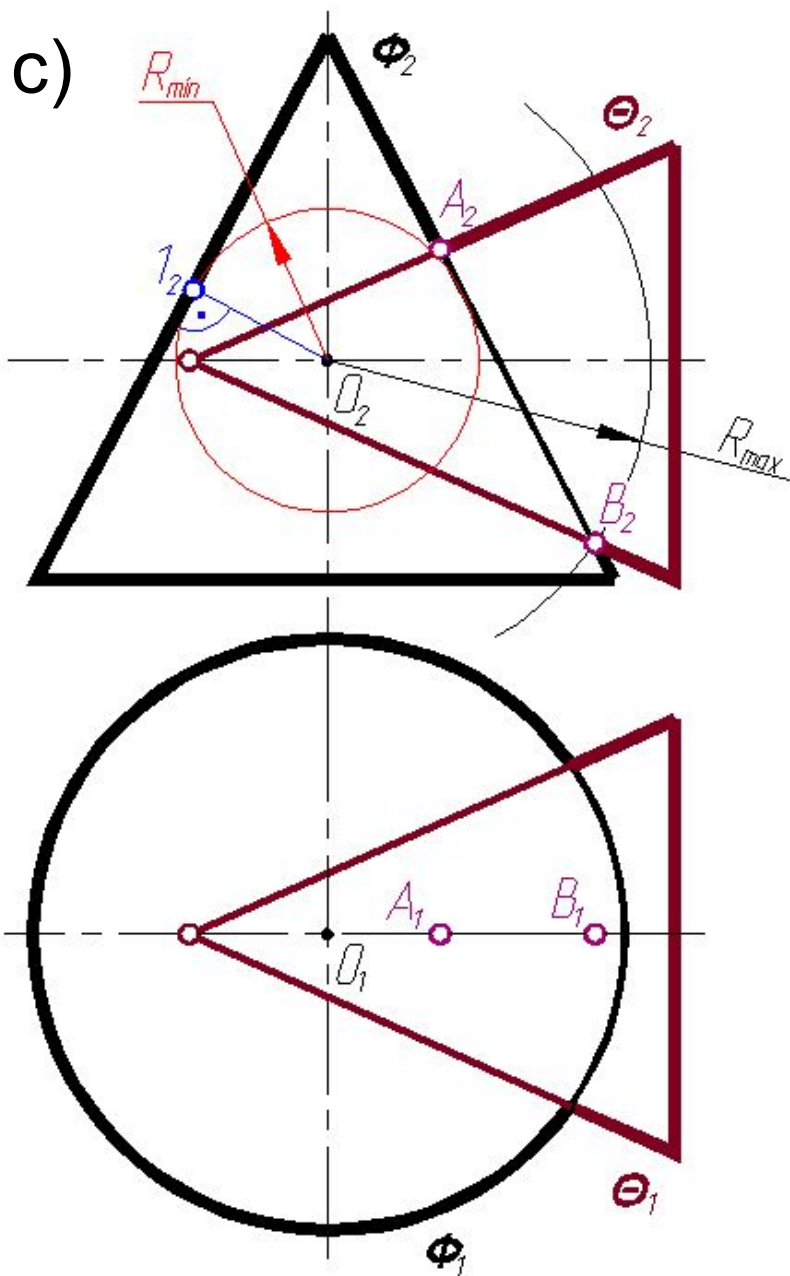
Алгоритм решения задачи:

1 Характерными точками на чертеже являются A_2 , B_2 – точки пересечения очерковых образующих заданных поверхностей во фронтальной плоскости проекций. Горизонтальные их проекции определяем на основании принадлежности данных точек одной из поверхностей, методом простейших графических построений.

b)



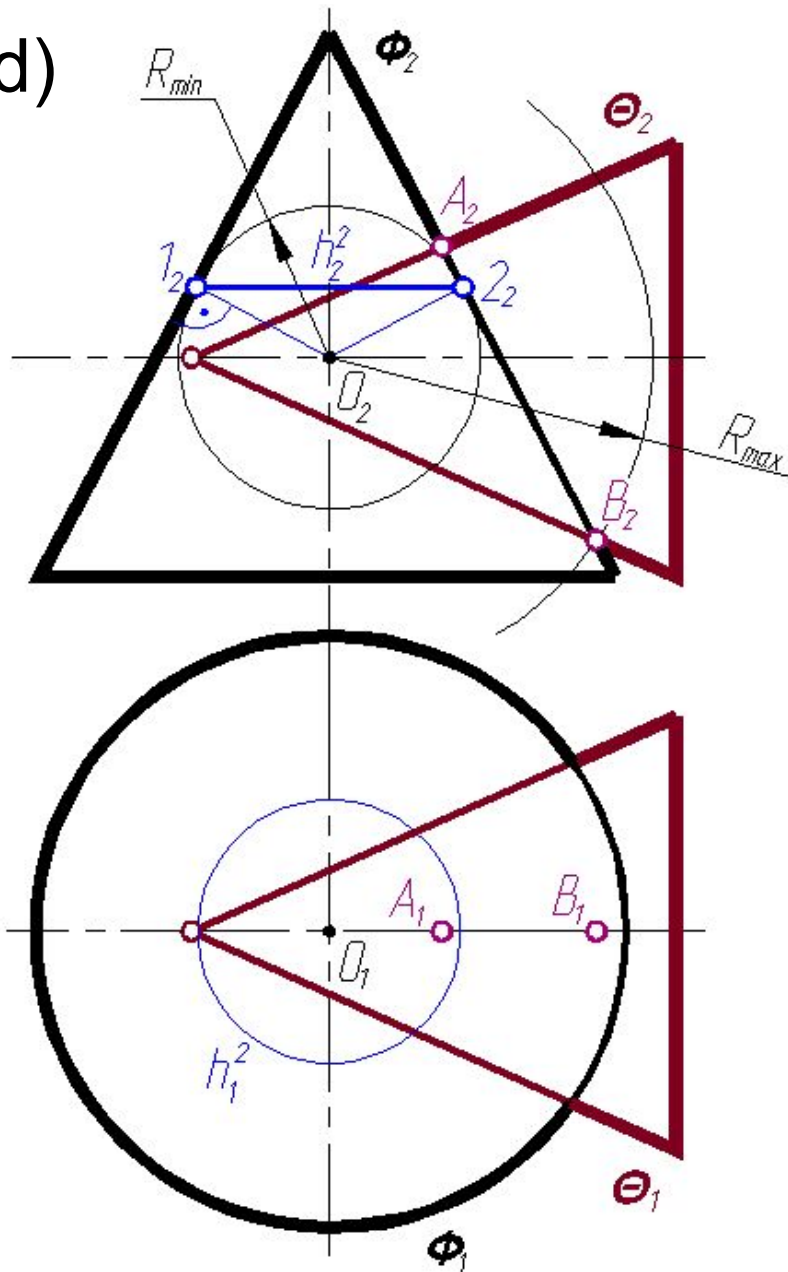
2 Выявляем область проведения
концентрических сфер-посредников:
Расстояние на фронтальной проекции
чертежа от O_2 до наиболее удаленной
точки B_2 является радиусом
максимальной сферы (R_{max}).



R_{min} – радиус минимальной сферы, которая касается одной поверхности конуса и пересекает вторую поверхность конуса.

В пределах от R_{max} до R_{min} проводятся концентрические сферы и определяются промежуточные точки линии пересечения.

d)



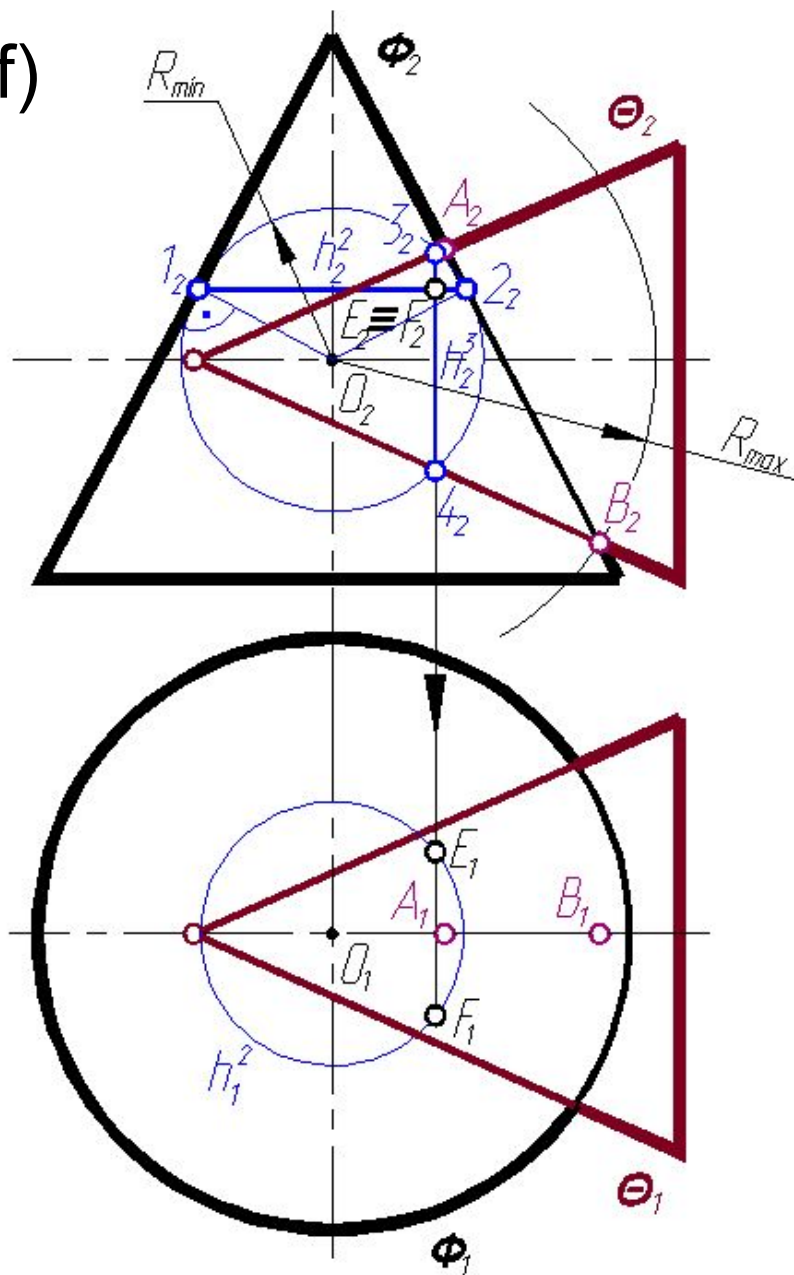
3 Находим другие характерные и промежуточные точки.
Проводим концентрическую сферу-посредник с центром в точке O_2 , радиуса R_{min} . Сфера-посредник пересекает поверхность конуса Φ по окружности h_2 , фронтальная проекция которой выродится в линию $1_2 2_2$:
 $окр.(O_2 \rightarrow R_{min}) \cap \Phi_2 = 1_2 2_2$;

Проводим $окр.(O_1 \rightarrow R^2$ (от оси до 1_2) (h_1^2).

e)

Diagram e) illustrates two geometric configurations. The top configuration shows a triangle with a central point Q_2 and a blue circle h_2^2 . A red triangle is inscribed within it, with vertices A_2 , B_2 , and C_2 . The bottom configuration shows a circle with a central point Q_1 and a blue circle h_1^2 . A red triangle is inscribed within it, with vertices A_1 , B_1 , and C_1 . Both configurations show a red triangle with vertices A , B , and C , and a blue circle h^2 . The top configuration is labeled R_{min} and the bottom configuration is labeled R_{max} .

f)

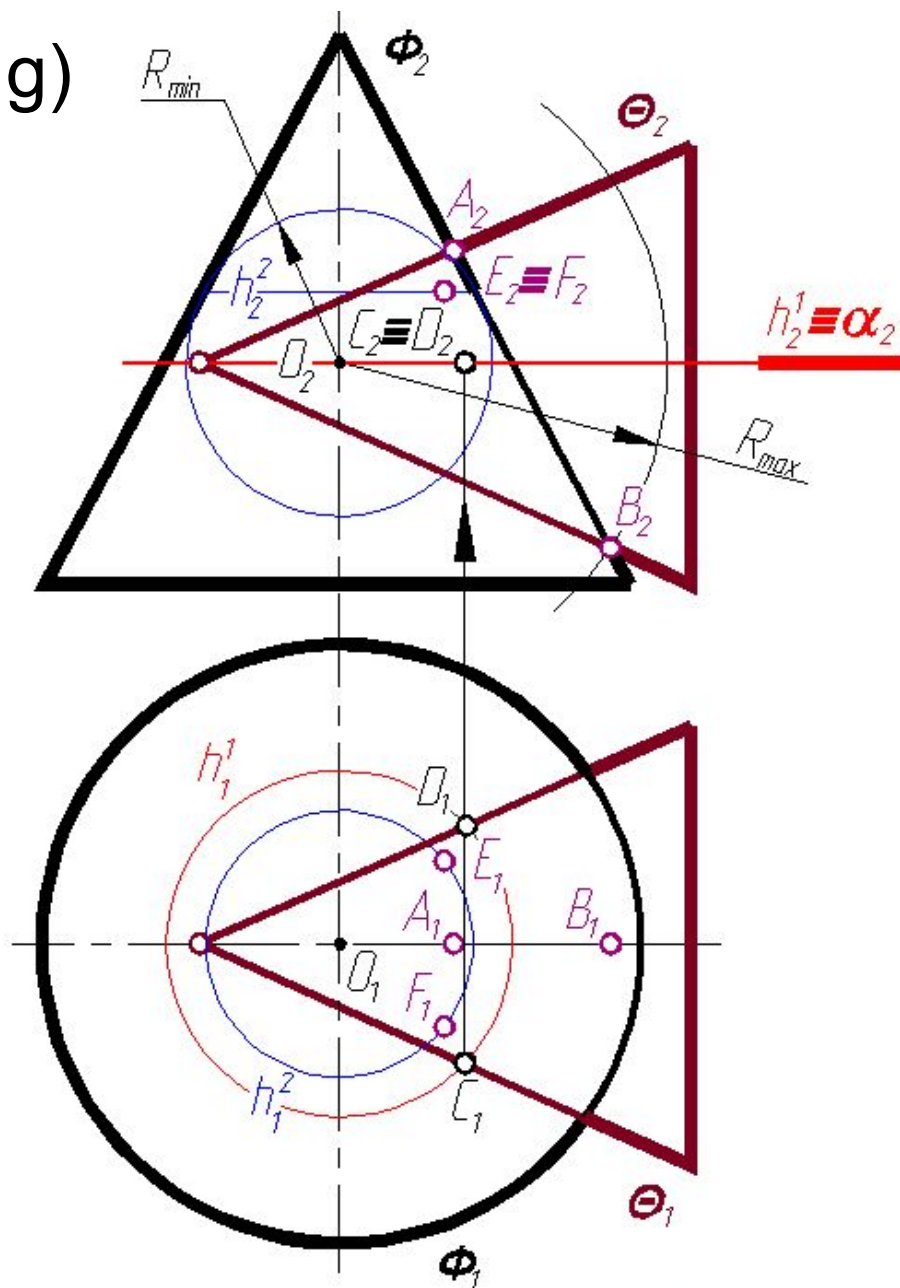


На пересечении линий $1_2 2_2$ и $3_2 4_2$ отмечаем точки $E_2 \equiv F_2$, принадлежащие линии пересечения поверхностей.

$$1_2 2_2(h^2_2) \cap 3_2 4_2(h^3_2) = E_2 \equiv F_2;$$

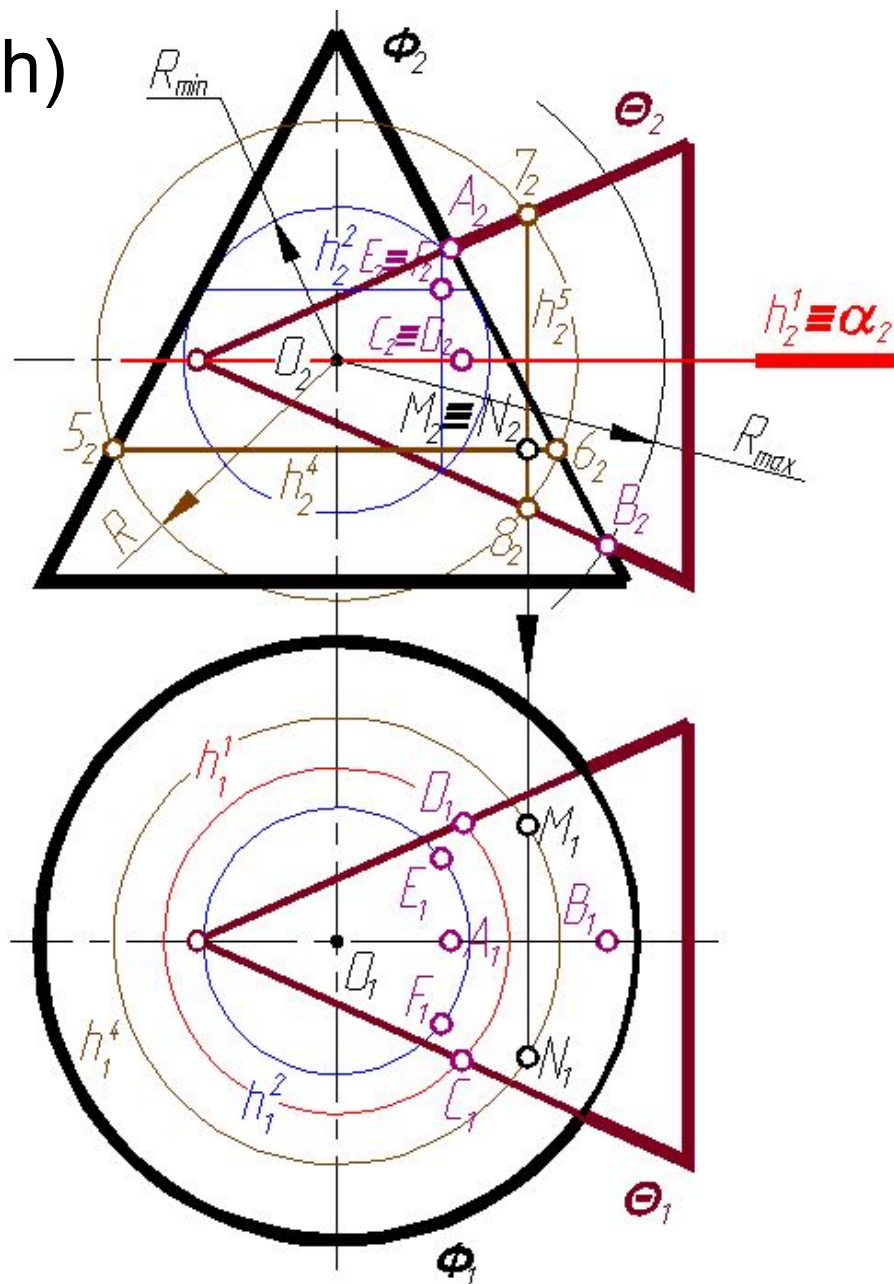
По линиям проекционной связи определяем горизонтальные проекции точек E и F : E_1 и $F_1 \in h^2_1$.

g)



4 Точки **C** и **D**, являющиеся точками смены видимости на Π_1 , строим с помощью вспомогательной плоскости-посредника горизонтального уровня α (α_2).

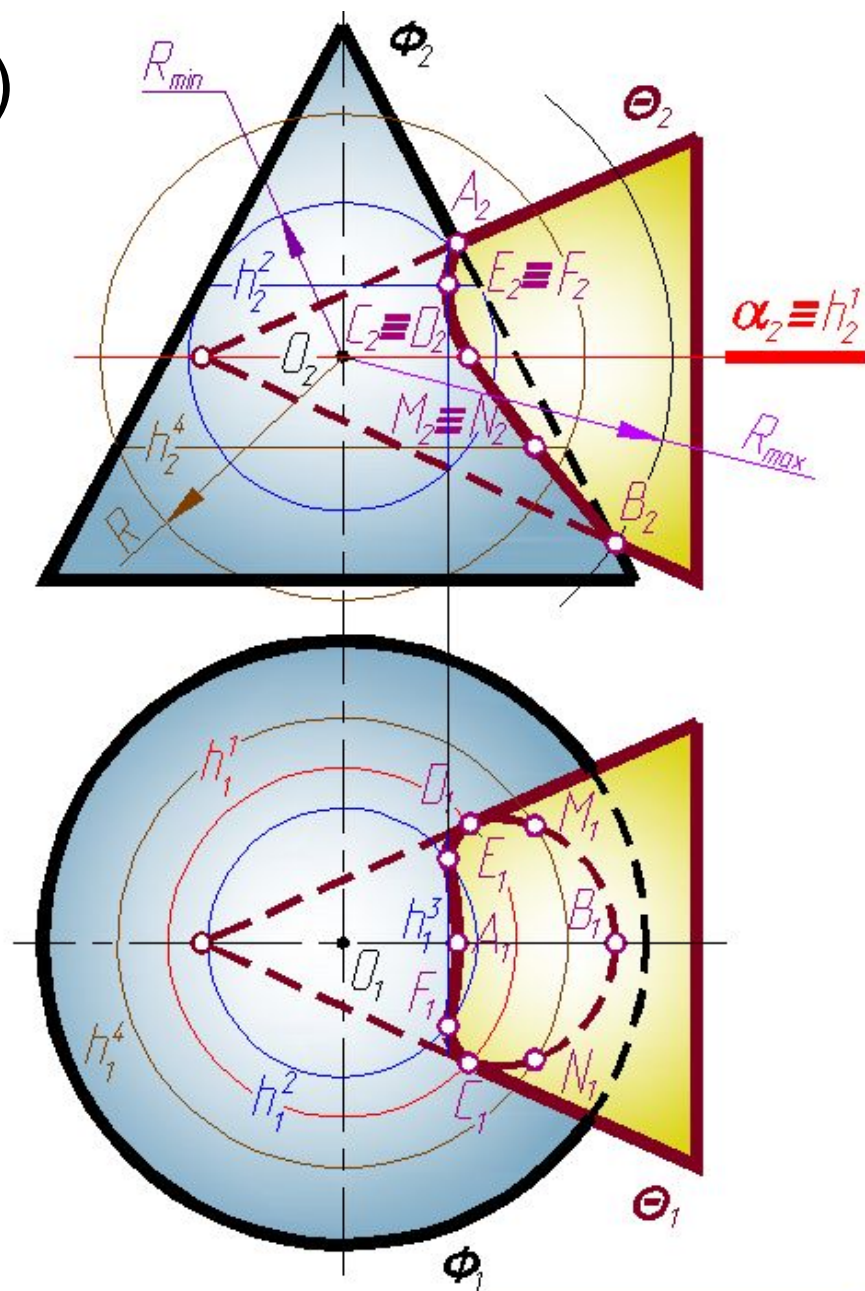
h)



5 Определяем промежуточные точки линии пересечения. Проводим концентрическую сферу-посредник с центром в точке O_2 , радиуса R :

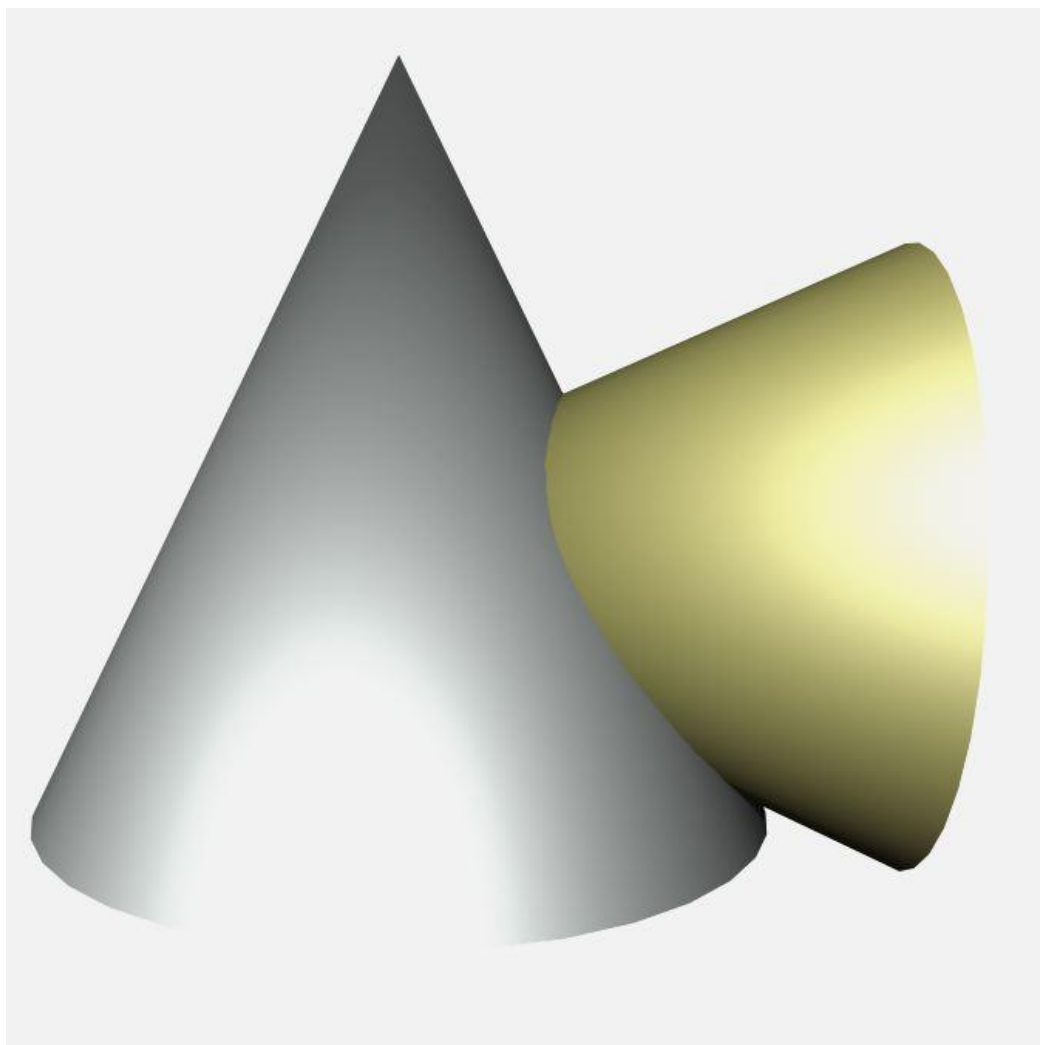
$\text{окр.}(O_2 \rightarrow R) \cap \Phi_2 = 5_2 6_2$;
 $\text{окр.}(O_2 \rightarrow R) \cap \Theta_2 = 7_2 8_2$;
 $5_2 6_2 (h_2^4) \cap 7_2 8_2 (h_2^5) = M_2 \equiv N_2$;
 Проводим $\text{окр.}(O_1 \rightarrow R^4)$ (от оси до 5_2) (h_1^4);
 M_1 и $N_1 \in h_1^4$.

i)



- 6 Соединяем полученные точки кривой;
- 7 Определяем видимость.

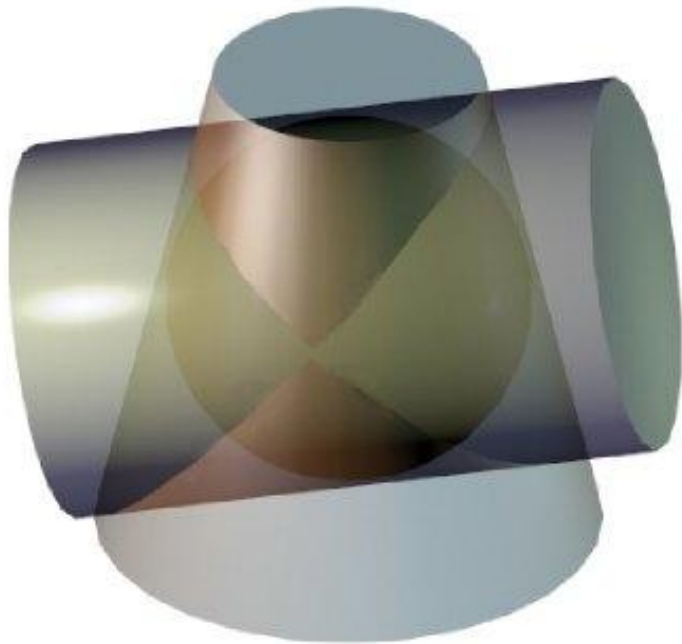
j)



A 3D rendering of a red cone and a teal cylinder standing on a gray square base. The cone is on the left, and the cylinder is on the right, leaning slightly towards the cone. Both objects have a smooth, glossy finish. The base is a flat gray square, and the background is white.

Теорема 1. Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой (**5 – 2 – 6**), то они пересекаются по одной кривой (**3 – 5 – 4 – 6**), которая тоже будет плоской.

а)



Теорема 2 (Теорема Монжа).

Две поверхности вращения второго порядка, вписанные в третью поверхность вращения второго порядка, или описанные вокруг нее, пересекаются между собой по двум плоским кривым второго порядка.

б)

