

Задание №16: рекурсия

Решение через Excel

Время выполнения: 9 минут

Эта неполная презентация. На экзамене может потребоваться решить задачу с помощью собственной программы на Python/Pascal/C++.

ЕГЭ-16: решение через Excel

В этой презентации рассмотрено решение некоторых задач из 16 задания ЕГЭ через Excel.

Презентация не подготовит Вас полностью к решению 16-го задания!

Нужно будет также научиться решать задачи программированием: некоторые типы задач невозможно или слишком тяжело решить с помощью Excel.

Задача 1

Задача 1

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = n + F(n-1), \text{ если } n \text{ чётно,}$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n > 1 \text{ и } n \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(26)$?

Решение задачи 1 - Excel

Решение с помощью Excel является усовершенствованным способом решения через таблицу. Будьте очень аккуратны при решении задач таким методом: очень легко допустить ошибку, скопировав не в ту ячейку.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	F(n)																										

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	F(n)	1																									

Заполним ячейку B2 (значение $F(1)$). По условию задачи $F(1) = 1$.

Решение задачи 1 - Excel

Следующая ячейка, которую нужно заполнить, B3 (значение $F(2)$). 2 – чётное число, поэтому:

$$F(n) = n + F(n-1)$$

$$\text{Если } n = 2, F(2) = 2 + F(1)$$

Чтобы формулу в дальнейшем можно было растащить, везде, там, где в формуле стоит n и $F(n-1)$, мы поставим ссылки на конкретные ячейки в таблице. Конкретные значения (2 и 1) подставлять ни в коем случае не нужно!

$n = 2$ - это ячейка C1

$F(n-1) = F(1)$ – это ячейка B2

Решение задачи 1 - Excel

FLOOR.M... : X ✓ fx =C1+B2						
	A	B	C	D	E	F
1	n	1	2	3	4	5
2	F(n)	=C1+B2				

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	F(n)	1	3									

FLOOR.M... : X ✓ fx =2*B2					
	A	B	C	D	E
1	n	1	2	3	4
2	F(n)	1	3	=2*B2	

Для F(3):

Решение задачи 1 - Excel

Получаем:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	F(n)	1	3	2						

Для F(4) F(6) F(8) F(10) F(26) будет работать та же формула, что и для F(2), а для

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	F(n)	1	3	2										

<- нужно зажать квадратик в правом нижнем углу выделения и протянуть до числа 26

Решение задачи 1 - Excel

Получаем:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
2	F(n)	1	3	2	6	4	10	8	16	16	26	32	44	64	78	128	144	256	274	512	532	1024	1046	2048	2072	4096	4122

Ответ: 4122

Самостоятельно

Самостоятельно

1.1) Чему равно значение функции $F(10)$?

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + n + 3, \text{ если } n > 1$$

1.2) Чему равно значение функции $F(1)$?

$$F(n) = 2n - 5 \text{ при } n > 12$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n+2) + n - 4, \text{ если } n \leq 12$$

1.3) Чему равно значение $F(64)$?

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1), \text{ если } n \text{ чётно,}$$

$$F(n) = 5n + F(n-2), \text{ если } n \text{ нечётно.}$$

ОТВЕТЫ

1.1) 3569

1.2) 1671

1.3) 10232

Задача 2

Задача 2

Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 5 - n \text{ при } n < 5$$

$$F(n) = 4 \cdot (n - 5) \cdot F(n - 5), \text{ если } n \text{ делится на } 3,$$

$$F(n) = 3n + 2 \cdot F(n - 1) + F(n - 2), \text{ если } n \text{ не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $F(20)$?

Решение задачи 2 - Excel

Решение подстановкой выходит очень сложным – слишком много возможностей допустить арифметическую ошибку. Гораздо удобнее решать эту задачу в Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	F(n)																				

По условию задачи $F(n) = 5 - n$ при $n < 5$. На самом деле это – выход из рекурсии (потому что значение $F(n)$ можно вычислить сразу же).

Решение задачи 2 - Excel

Итоговая формула для ячейки B2:

FLOOR.M... : X ✓ fx =5-B1

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	F(n)	=5-B1					

B2 : X ✓ fx =5-B1

	A	B	C	D	E	F
1	n	1	2	3	4	5
2	F(n)	4				

а при $n < 5$, т.е. для ячеек B2 – E2. Растиражируем:
← нужно зажать квадратик в правом нижнем углу выделения и протянуть до числа 4 (ячейка E2)

Решение задачи 2 - Excel

Получаем:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	F(n)	4	3	2	1						
3											

Для остальных ячеек эта формула уже не подойдёт.

Для $n=5$:

$$F(n) = 3n + 2 \cdot F(n-1) + F(n-2)$$

Решение задачи 2 - Excel

F2		✕ ✓ <i>f_x</i>		=3*F1+2*E2+D2							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	F(n)	4	3	2	=3*F1+2*E2+D2						
3											

F6		✕ ✓ <i>f_x</i>					
	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	F(n)	4	3	2	1	19	
3							

Решение задачи 2 - Excel

Для F(6) (ячейка G2):

$F(n) = 4 \cdot (n - 5) \cdot F(n-5)$, т.к. 6 делится на 3

4 – константа, так и переписываем, n - это ячейка G1, $F(n - 5)$ – это F(1), т.е. ячейка

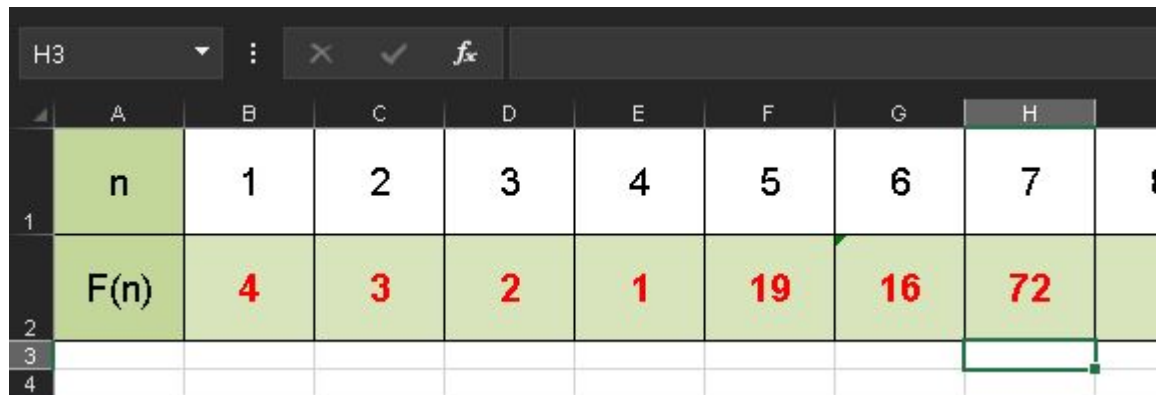
FLOOR.M...		:	✕	✓	fx	= 4 * (G1 - 5) * B2		
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	1	2	3	4	5	6	7
2	F(n)	4	3	2	1	= 4 * (G1 - 5) * B2		

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	F(n)	4	3	2	1	19	16
3							

Решение задачи 2 - Excel

Для $F(7)$ (ячейка H2) формула строится по такому же принципу, как и для $F(5)$.

Получаем, что в ячейку H2 надо записать формулу:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	1	2	3	4	5	6	7
2	F(n)	4	3	2	1	19	16	72
3								
4								

Решение задачи 2 - Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	F(n)	4	3	2	1	19	16	72						
3														

← нужно зажать квадратик в правом нижнем углу выделения и протянуть до числа 4 (ячейка E2)

Обратите внимание: тиражируются ячейки F2-H2, первые ячейки таблицы мы не

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	F(n)	4	3	2	1	19	16	72	184	16	246	541	2016	4612	11282	9840	31010	71911	#####	#####	1343116

После тиражирования:

полностью значение в ячейки S2-U2 не влезает, чтобы увидеть ответ, растяните ячейку U2

Решение задачи 2 - Excel

Ответ: 1343116

Самостоятельно

Самостоятельно

2.1) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \cdot n \cdot n \cdot n + n \cdot n \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+2) + 2 \cdot F(n+3), \text{ если } n \leq 25$$

Чему равна сумма цифр значения функции $F(2)$?

2.2) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 + 2n \text{ при } n < 5$$

$$F(n) = 2 \cdot (n + 1) \cdot F(n-2), \text{ если } n \text{ делится на } 3,$$

$$F(n) = 2 \cdot n + 1 + F(n-1) + 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n \text{ не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $F(15)$?

2.3) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 3 \text{ при } n < 3$$

$$F(n) = (n + 2) \cdot F(n-4), \text{ если } n \text{ делится на } 3,$$

$$F(n) = n + F(n-1) + 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n \text{ не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $F(20)$?

ОТВЕТЫ

2.1) 33

2.2) 5158048

2.3) 1112057

Задача 3

Задача 3

Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(1) = G(1) = 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2, \text{ если } n > 1$$

$$G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1), \text{ если } n > 1$$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

Решение задачи 3 – Excel

Создадим таблицу из 3 строк и 15 колонок.

[illegible]

По условию задачи $F(1) = 1$, $G(1) = 1$.

[illegible]

Решение задачи 3 – Excel

Разберём формулу $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2$, если $n > 1$

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	Л	М	Н	О
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	F(n)	1													
3	G(n)	1													
4															

Для $F(2)$ получаем: $F(2) = 2 \cdot F(1) + G(1) - 2$

$F(1)$ – это ячейка B2

$G(1)$ – это ячейка B3

$F(2)$ – это ячейка C2

Т.е. в ячейку C2 нужно записать формулу:

$= 2 \cdot B2 + B3 - 2$

Решение задачи 3 – Excel

Получаем:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	1	2	3	4	5	6
2	F(n)	=2*B2+B3-2					
3	G(n)	1					

The formula bar at the top displays the formula $=2*B2+B3-2$. The cell C2 is highlighted with a blue border, and the cell C3 is highlighted with a red border.

	A	B	C	D	E	F
1	n	1	2	3	4	5
2	F(n)	1	1			
3	G(n)	1				

Formula bar: $=2*B2+B3-2$

Сразу же тиражируем на всю 2-ю строчку. Значения получатся неправильные, но мы потом их исправим.

[illegible]

Решение задачи 3 – Excel

Разберём формулу $G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1)$, если $n > 1$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	F(n)	1	1	0	-2	-6	-14	-30	-62	-126	-254	-510	-1022	-2046	-4094
3	G(n)	1													
4															

Для $G(2)$ получаем: $G(2) = F(1) + 2 \cdot G(1)$

$F(1)$ – это ячейка B2

$G(1)$ – это ячейка B3

$G(2)$ – это ячейка C3

Т.е. в ячейку C3 нужно записать формулу:

$= B2 + 2 \cdot B3$

Решение задачи 3 – Excel

Получаем:

The screenshot displays the Microsoft Excel interface. The formula bar at the top shows the formula $=B2+2*B3$. The spreadsheet grid has columns labeled A through E and rows numbered 1 through 4. The data is as follows:

	A	B	C	D	E
1	n	1	2	3	4
2	F(n)	1	1	0	-2
3	G(n)	$=B2+2*B3$			

Red lines highlight the range B2:B3 and the formula cell B4.

	A	B	C	D	E
1	n	1	2	3	4
2	F(n)	1	1	3	4
3	G(n)	1	3		
4					

Сразу же тиражируем на всю 3-ю строчку. Теперь значения во всей таблице будут правильными.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	F(n)	1	1	3	11	37	117	359	1087	3273	9833	29515	88563	#####	#####
3	G(n)	1	3	7	17	45	127	371	1101	3289	9851	29535	88585	#####	#####

Решение задачи 3 – Excel

Растянем последний столбец, чтобы увидеть, чему равны значения $F(14)$ и $G(14)$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	F(n)	1	1	3	11	37	117	359	1087	3273	9833	29515	88563	#####	797149
3	G(n)	1	3	7	17	45	127	371	1101	3289	9851	29535	88585	#####	797175
4															

Т.к. в ответе требуется сумма $F(14)+G(14)$, в какой-нибудь произвольной пустой ячейке запишем:
 $= O2 + O3$

Решение задачи 3 – Excel

Получаем:

M	N	O	
12	13	14	1
563	#####	797149	
585	#####	797175	
		=O2+O3	

	M	N	O	P
	12	13	14	15
15	88563	#####	797149	
35	88585	#####	797175	
			1594324	

Ответ: 1595324

Самостоятельно

Самостоятельно

3.1) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = F(n-1) - n \cdot G(n-1), \text{ при } n > 1$$

$$G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1), \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $G(18)$?

3.2) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1), \text{ при } n > 1$$

$$G(n) = F(n-1) + G(n-1) + n, \text{ при } n > 1$$

Чему равна сумма цифр значения функции $G(36)$?

3.3) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 4 \cdot n - 2 \text{ при } n > 7$$

$$F(n) = F(n+1) - G(n+2) + n, \text{ при } n \leq 7$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n+2) - G(n+1), \text{ при } n \leq 7$$

Чему равно значение $F(-9) + G(-9)$?

ОТВЕТЫ

3.1) 87810480

3.2) 40

3.3) -219