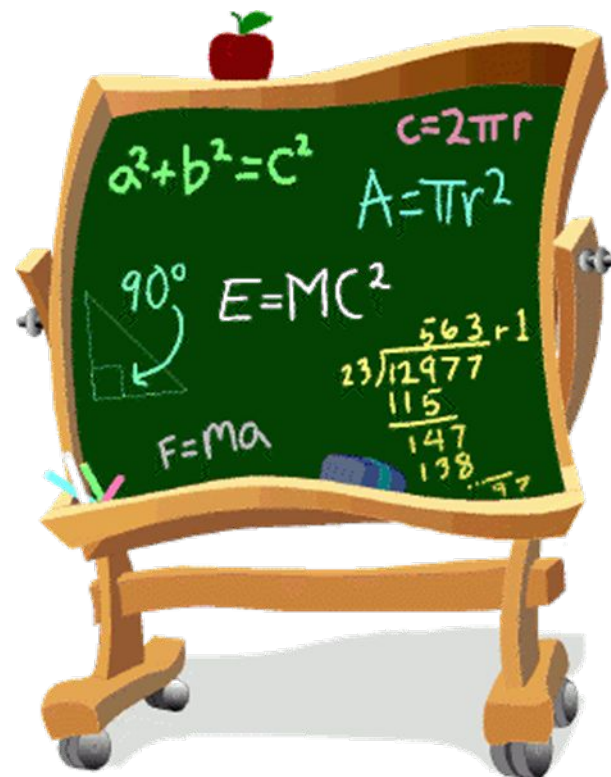


ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ



Логика



Аристотель (384-322 до н.э.).

Основоположник формальной логики (понятие, суждение, умозаключение).



Джордж Буль (1815-1864). Создал новую область науки - Математическую логику (Булеву алгебру или Алгебру высказываний).



Клод Шеннон (1916-2001). Его исследования позволили применить алгебру логики в вычислительной технике.

Высказывание

Высказывание - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями:

Земля вращается вокруг Солнца.

Москва - столица.

Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием:

Это высказывание ложное.

Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

Без стука не входить!

Откройте учебники.

Ты выучил стихотворение?



Алгебра логики

Алгебра логики определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют логическими переменными.

Если высказывание **истинно**, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают **единицей ($A = 1$)**, а если **ложно** - **нулём ($B = 0$)**.

0 и 1 называются **логическими значениями**.



Простые и сложные высказывания

Высказывания бывают простые и сложные.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Сложные (составные) высказывания строятся из **простых** с помощью **логических операций**.

Название логической операции	Логическая связка
Конъюнкция	«и»; «а»; «но»; «хотя»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»; «неверно, что»

Логические операции

Дизъюнкция - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

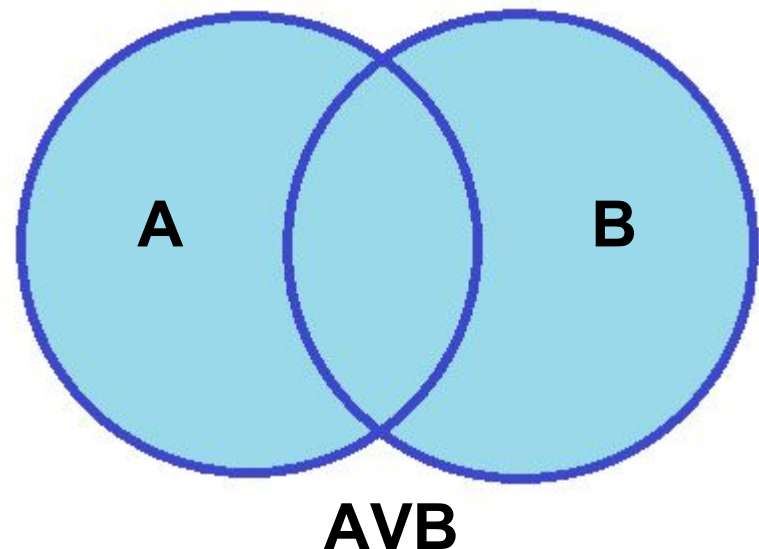
Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения: **$\vee$, $|$, ИЛИ, $+$** .

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



Логические операции

Конъюнкция - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

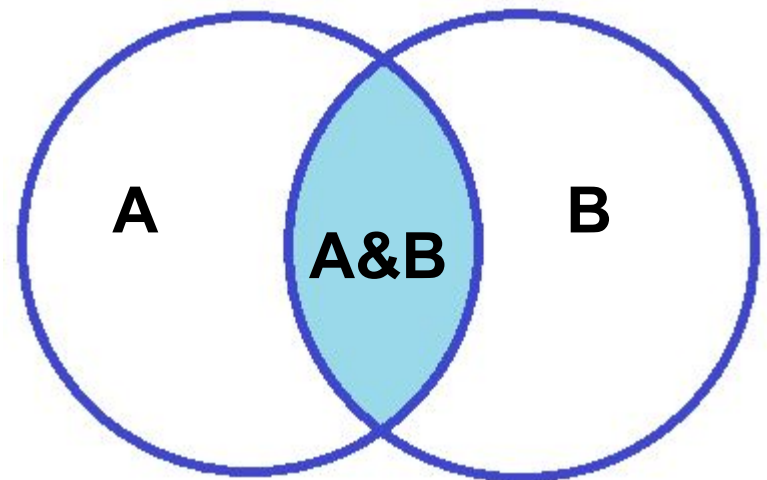
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения: $\wedge$, $\times$, $\&$, И.

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



Логические операции

Инверсия - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

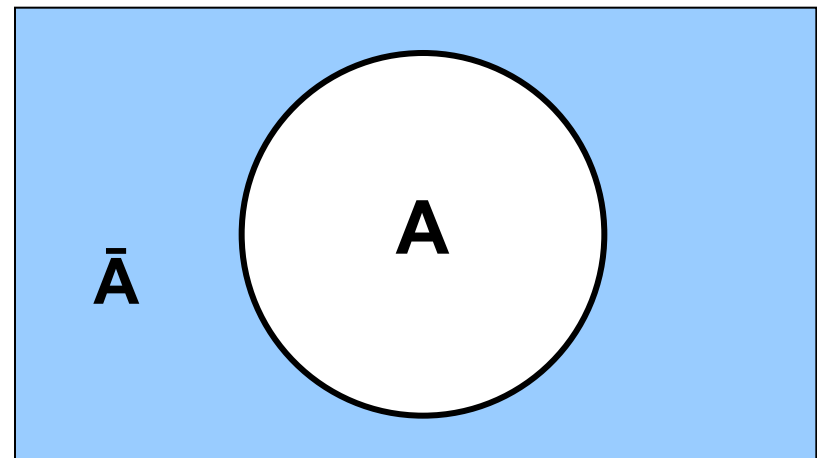
Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**, $\neg$, $\bar{}$.

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Графическое представление



Логические операции имеют следующий приоритет

инверсия

отрицание

КОНЪЮНКЦИЯ

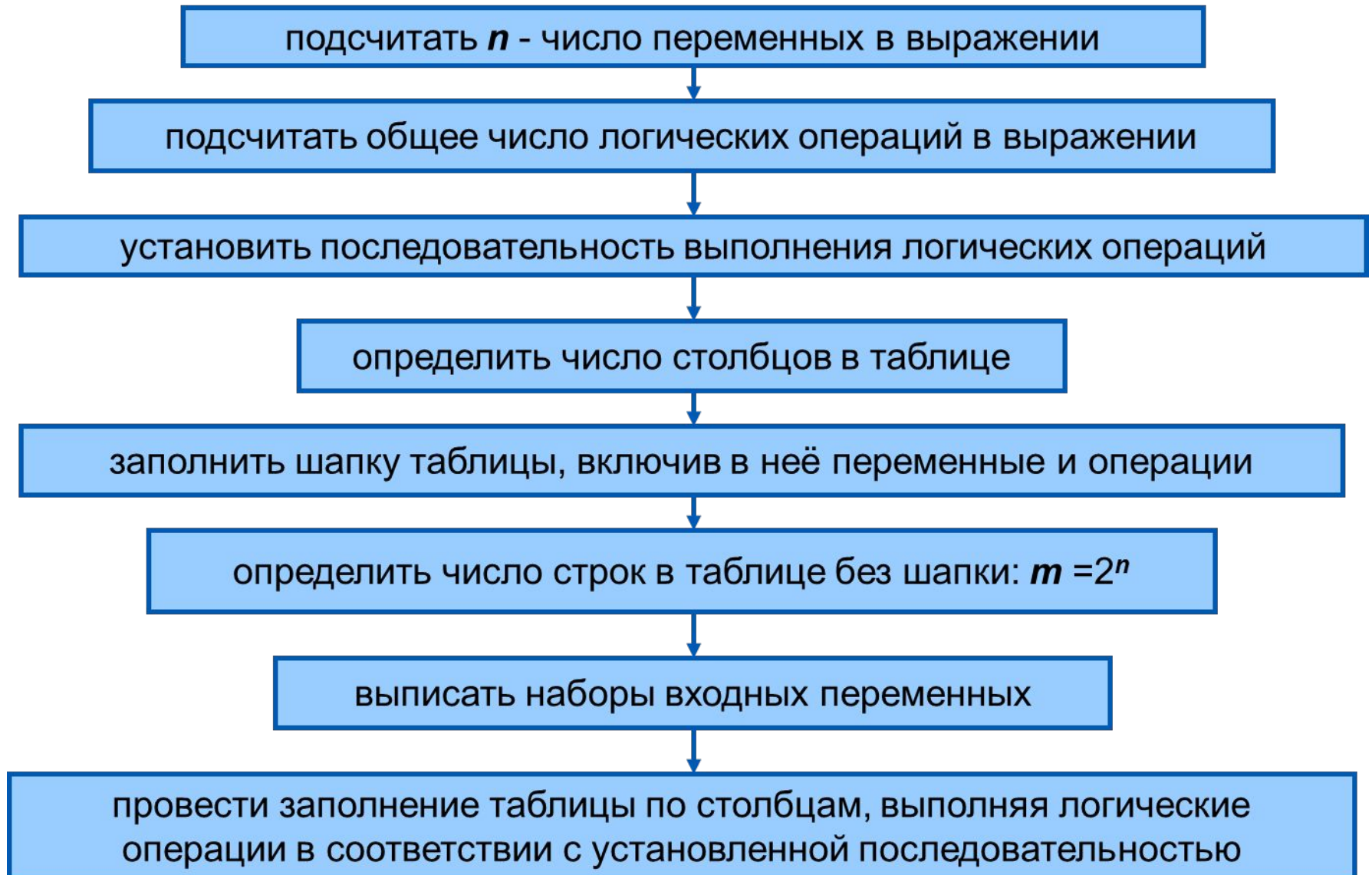
умножение

ДИЗЪЮНКЦИЯ

сложение



Построение таблиц истинности для логических выражений



Пример построения таблицы истинности

$$A \vee A \& B$$

$$n = 2, m = 2^2 = 4.$$

Приоритет операций: $\&$, $\vee$

A	B	$A \& B$	$A \vee A \& B$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Отрицание

A	$\neg A$
1	0
0	1

Дизъюнкция

A	B	$A \vee B$	$A+B$	A или B
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0

Конъюнкция

A	B	$A \wedge B$	$A \cdot B$	A и B
1	1	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	0	0	0

Импликация

A	B	$A \Rightarrow B$	Если A, то B
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

Эквивалентность

A	B	$A \Leftrightarrow B$	A тогда и только тогда, когда B
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1

Законы алгебры-логики

Закон исключения
третьего

$$A \& \bar{A} = 0$$

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон повторения

$$A \& A = A$$

$$A \vee A = A$$

Законы операций
с 0 и 1

$$A \& 0 = 0; A \& 1 = A$$

$$A \vee 0 = A; A \vee 1 = 1$$

Законы общей
инверсии

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$$

Конец урока!!!

