

Кодирование числовой информации

Система счисления — это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Все системы счисления делятся на две большие группы:

- *ПОЗИЦИОННЫЕ*
- *НЕПОЗИЦИОННЫЕ*

В *ПОЗИЦИОННЫХ* системах счисления значение цифры зависит от ее положения в числе, а в *НЕПОЗИЦИОННЫХ* — не зависит.

Примером непозиционной системы счисления является римская система счисления.

В римской системе счисления в качестве цифр используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Число **CCXXXII** равно двумстам тридцати двум.

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания. В таком случае их значения складываются. Если же слева записана меньшая цифра, а справа – большая, то их значения вычитаются.

Например:

VI = 5 + 1 = 6, а **IV** = 5 – 1 = 4.

MCMXCVIII =

№1 (стр. 29)

Какие числа записаны с помощью римских цифр:
MMMD, IV, XIX, MCMXCIVII?

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

MMMD =

IV =

XIX =

MCMXCIVII =

Позиционные

Позиционные

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Позиционные системы счисления

Возможно множество позиционных систем, так как за основание системы счисления можно принять любое число не меньше 2. Наименование системы счисления соответствует ее основанию (десятичная, двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная и т. д.).

В позиционных системах счисления количественный эквивалент (значение) цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа.

Десятичная система характеризуется тем, что в ней 10 единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего старшего разряда. Другими словами, единицы различных разрядов представляют собой различные степени числа 10.

Десятичная система счисления

Основание: $q = 10$

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Пример 1.

Десятичное число $A_{10} = 4718,63$

в развернутой форме запишется так:

$A_{10} =$

Двоичная система счисления

Основание: $q = 2$

Алфавит: $0, 1$

Здесь a_i — возможные цифры (0, 1).

Итак, двоичное число представляет собой цепочку из нулей и единиц. При этом оно имеет достаточно большое число разрядов. Быстрый рост числа разрядов — самый существенный недостаток двоичной системы счисления.

Записав двоичное число $A_2 = 1001,1$ в развернутом виде и произведя вычисления, получим это число, выраженное в десятичной системе счисления:

$$A_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = \text{[]} \text{[]}$$

Восьмеричная система счисления

Основание: $q=8$.

Алфавит: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Записав восьмеричное число $A_8=7764,1$ в развернутом виде и произведя вычисления, получим это число, выраженное в десятичной системе счисления:

$$\begin{aligned} A_8 &= 7 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} = \\ &= 3584 + 448 + 48 + 4 + 0,125 = \\ &= 4084,125_{10} \end{aligned}$$

Шестнадцатеричная система счисления

Основание: $q=16$.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

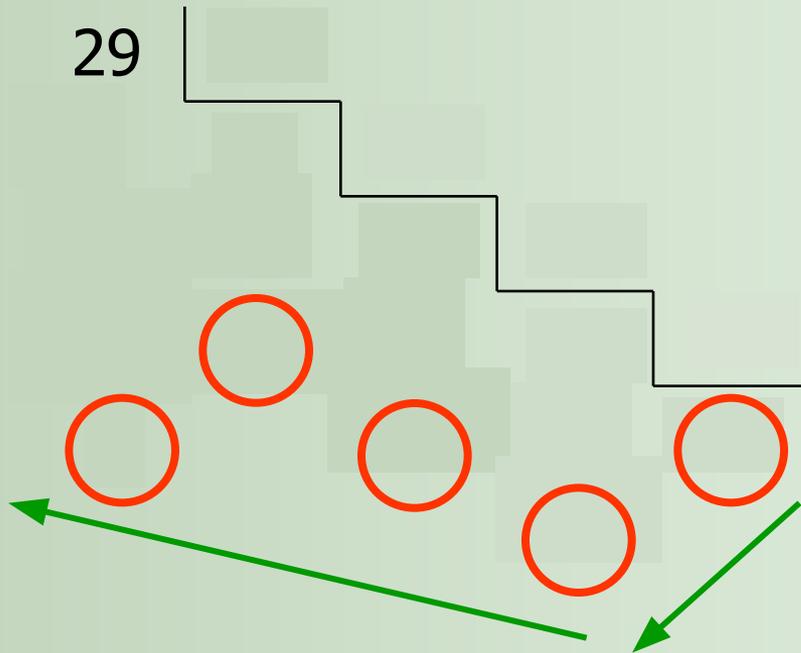
Здесь только десять цифр из шестнадцати имеют общепринятое обозначение 0,1, ...9. Для записи остальных цифр (10, 11, 12, 13, 14 и 15) обычно используются первые пять букв латинского алфавита.

Таким образом, запись $3AF_{16}$ означает:

$$\begin{aligned} 3AF_{16} &= 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \\ &= 768 + 160 + 15 = 943_{10}. \end{aligned}$$

Задача 1.

Перевести число 29_{10} в двоичную систему счисления.



Задача 2.

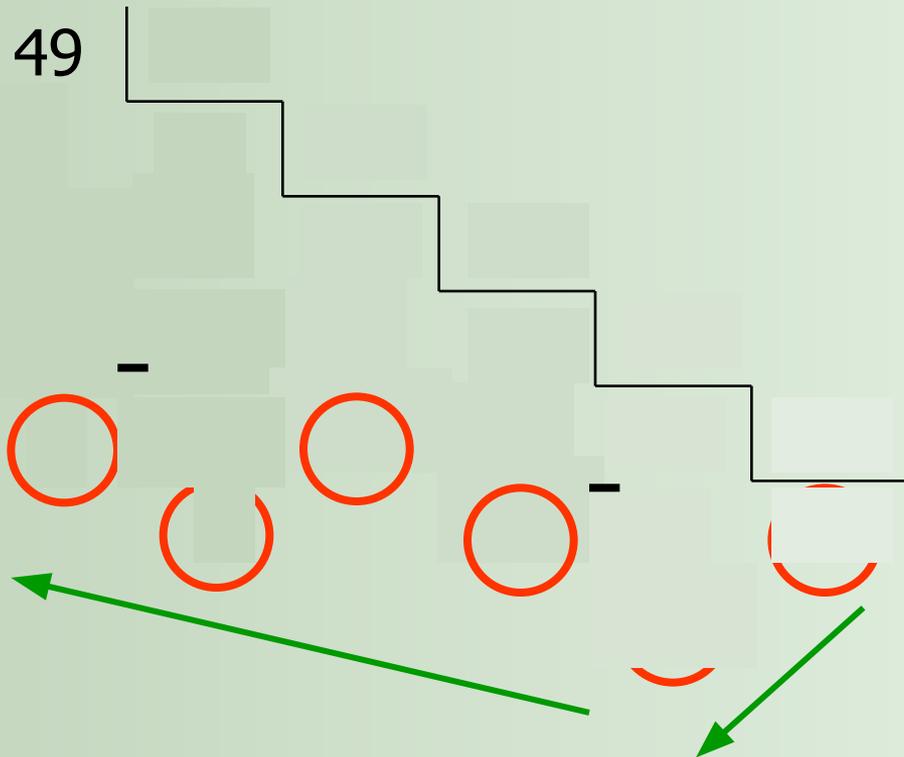
Перевести число 11101_2 в десятичную систему счисления.

$$11101_2 =$$

$$= 16 + 8 + 4 + 0 + 1 =$$

Задача 3.

Перевести число 49_{10} в двоичную систему счисления.



Задача 4.

Перевести число 110001_2 в десятичную систему счисления.

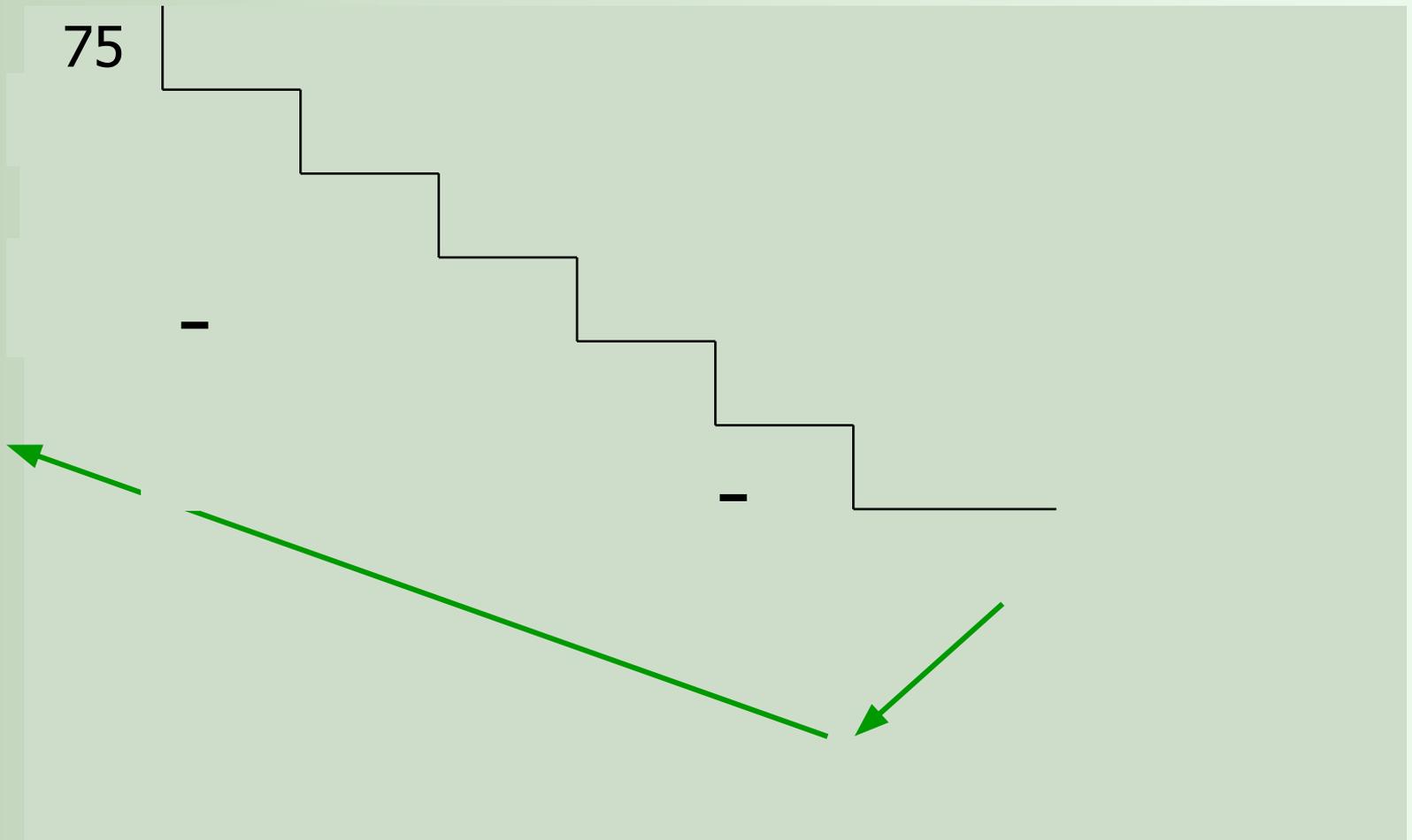
$$110001_2 =$$

$$= 1 \cdot 32 +$$

$$= 32 + 16 + 1 =$$

Задача 5.

Перевести число 75_{10} в двоичную систему счисления.



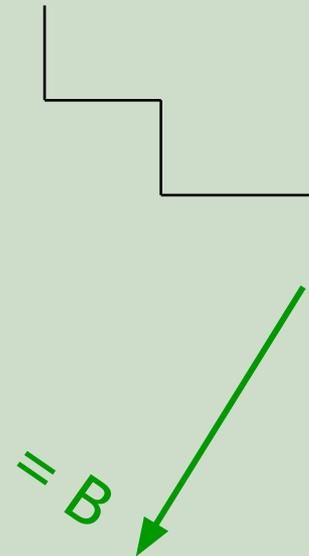
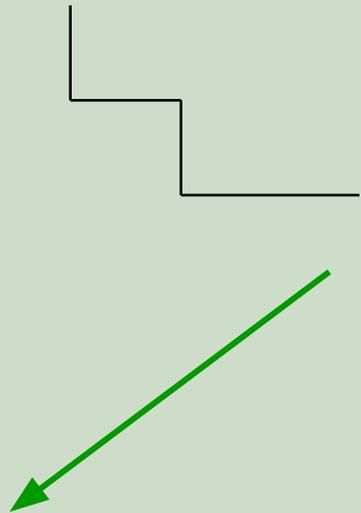
Задача 6.

Перевести число 75_{10} в восьмеричную и в шестнадцатеричную систему счисления.

The diagram illustrates the conversion of the decimal number 75_{10} into octal and hexadecimal systems. It features a large light green rectangular area with a white background. At the bottom left, the text $75_{10} =$ is displayed. From this text, two green arrows point upwards and to the right. The first arrow points to a diagram of a staircase with three steps, representing the octal conversion process. The second arrow points to a diagram consisting of a single L-shaped corner, representing the hexadecimal conversion process. To the right of the staircase diagram, there is a green arrow pointing downwards and to the right, with the text $= 47$ written vertically next to it, indicating the octal result.

Задача 6.

Перевести число 315_{10} в восьмеричную и в шестнадцатеричную систему счисления.



Задача 7.

Перевести число 1001011_2 в десятичную систему счисления.

$$1001011_2 =$$

$$= 1 \cdot 64 +$$

Задача 8.

Перевести число 113_8 в десятичную систему счисления.

$$113_8 =$$
$$= 64 +$$

Задача 9.

Перевести число $4B_{16}$ в десятичную систему счисления.

$$4B_{16} =$$
$$= 64 +$$

Д/З:

- стр. 75 – 79
- № 3.1, 3.2, 3.4, 3.5
(стр.80)