Тестовые задания

Модой M_0 называют варианту, которая имеет наибольшую частоту.

Пример 1.

Варианта	1	4	7	9
Частота	5	1	20	6

Ответ: **Мода равна 7**

Пример 2.

Мода вариационного ряда 5; 8; 8; 9; 10; 11; 13 равна:

Ответ: **Мода равна 8**

Медианой m_e называют варианту, которая делит вариационный ряд на 2 части, равные по числу вариант.

Если число вариант нечетно, т.е. $n=2k+1$, то $m_e=x_{k+1}$, при четном $n=2k$ медиана

$$m_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$$

Пример 1. Для ряда 2, 3, 5, 6, 7 медиана равна 5

Пример 2. Для ряда 2, 3, 5, 6, 7, 9 медиана равна

$$m_e = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$$

Пример 3. Медиана вариационного ряда 11, 13, 13, 14, 15, x_6 , 18, 19, 21, 24, 25, 25 равна 17. Тогда значение варианты x_6 равно … 16, 17, 18, 15

Решение:

$$17 = \frac{x_6 + 18}{2} \Rightarrow x_6 = 16$$

Пример 4. Медиана вариационного ряда 5, 7, 9, 12, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 21 равна … **15, 12, 16, 13**

Ответ: 15. Медиана-это середина ряда

Размахом варьирования R называют разность между наибольшей и наименьшей вариантами:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Пример 1. Для ряда 1, 3, 4, 5, 6, 10 размах равен 10-1=9

Пример 2. Размах варьирования вариационного ряда 2, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 10, 12, 14, x_{11} равен 15. Тогда значение x_{11} равно …17, 13, 15, 11

Решение: 15= x_{11}-2

x_{11}=17

Пример 1. Точечная оценка вероятности биномиально распределенного количественного признака равна 0,38. Тогда его интервальная оценка может иметь вид …

1). (0,25;0,51) 2). (-0,06;0,81)

3). (0,38;0,51) 4). (0,29;0,49)

Ответ: 1). (0,25;0,51), т.к. (0,25+0,51)/2=0,38

2). Дан доверительный интервал (12,02; 16,28) для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака. Тогда при уменьшении объема выборки этот доверительный интервал может принять вид …

1). (11,71;16,59) **2).(12,52;15,78)**

3). (12,02;16,92) **4). (9,89;16,28)**

<u>**Решение:**</u> Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распреде-ленного количественного признака можно предста-вить в виде симметричного интервала $(\bar{x}_в - \sigma; \bar{x}_в + \sigma)$, где точечная оценка математического ожидания $\bar{x}_в = 14,15$ а точность оценки $\sigma = 2,13$. В случае уменьшения объема выборки точность оценки ухудшается, то есть значение σ будет больше 2,13.

Ответ: **1). (11,71;16,59)**

1). Соотношением вида можно определить: $P(K < -2{,}78) + P(K > 2{,}78) = 0{,}01$

)Двустороннюю критическую область;

)Левостороннюю критическую область;

)Правостороннюю критическую область;

)Область принятия гипотезы

Ответ:

1) Двустороннюю критическую область;

2). Соотношением вида $P(K < -2{,}09) = 0{,}025$ можно определить:

1)Двустороннюю критическую область;

2)Левостороннюю критическую область;

3)Правостороннюю критическую область;

4)Область принятия гипотезы

Ответ:

1) Левостороннюю критическую область;

3). Двусторонняя критическая область может определяться из соотношения …

1). $P(K < -2{,}02) + P(K > 2{,}02) = 0{,}05$

2). $P(K < -2{,}02) = 0{,}05$

3). $P(K > 2{,}02) = 0{,}05$

4). $P(-2{,}02 < K < 2{,}02) = 0{,}05$

Ответ: 1). $P(K < -2{,}02) + P(K > 2{,}02) = 0{,}05$

Двусторонней называют область вида

$$P(K < K_{кр}) + P(K > K_{кр}) = \alpha$$

1). Выборочное уравнение прямой линии регрессии X на Y имеет вид X=-4,72+2,36Y . Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен …

1). 0,71 2). -0,50

3). 2,36 4). -2,0

Ответ: По свойствам коэффициента корреляции 1). 0,71

2). При построении выборочного уравнения парной регрессии вычислены выборочный коэффициент корреляции $r_в = 0{,}54$ и выборочные средние квадратические отклонения $\sigma_x = 1{,}6$ $\sigma_y = 3{,}2$. Тогда выборочный коэффициент регрессии *Y* на *X* … 1,08; -1,08; 0,27; -0,27

Решение:

$$\rho_{yx} = r_в \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$\rho_{yx} = 0{,}54 \cdot \frac{3{,}2}{1{,}6} = 1{,}08$$

Ответ: 1,08

3). Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид $\overline{y}_x - 2{,}5 = 1{,}34(x + 3{,}46)$

Тогда выборочное среднее признака $\overline{x}$ равно … -3,46; 3,46; -2,5; 2,5

Ответ: -3,46, т.к.

$$\overline{y}_x - \overline{y} = \rho_{yx}(x - \overline{x})$$

4).При построении выборочного уравнения прямой линии регрессии Y на X вычислены выборочный коэффициент регрессии $\rho_{yx} = -2,45$ и выборочные средние $\bar{x} = 3,44$ и $\bar{y} = 7,18$. Тогда уравнение регрессии примет вид …

1). $\bar{y}_x = -2,45x + 15,608$

2). $\bar{x}_y = -2,45x + 15,608$

3). $\bar{y}_x = -2,45x + 1,248$

4). $\bar{y}_x = -2,45x - 15,608$

Ответ: 1).

$$\bar{y}_x = -2,45x + 15,608, \ т.к. \ \bar{y}_x - 7,18 = -2,45(x - 3,44)$$

Случайные величины

1).Математическое ожидание дискретной случайной величины , заданной законом распределения вероятностей:

X	3	5
p	p_1	p_2

равно 4,4. Тогда значение вероятности p_2 равно …

1). 0,7 2). 0,3

3). 0,6 4). 0,4

Ответ: 1). 0,7

<u>Решение:</u> **$4{,}4=3p_1+5*0{,}7$; $4{,}4=3p_1+3{,}5$**

$3p_1=0{,}9$; $p_1=0{,}3$

2). Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	2	3	4	5
P	0,15	a	b	0,1	0,2

Тогда значения a и b могут быть:

1). a=35 b=0,2

2) a=25 b=0,2

3). a=35 b=0,15

4). a=35 b=0,3

Ответ: 1). a=35 b=0,2

3).Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей:

X	-1	3	6	7	8
P	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

Тогда вероятность $P(3 \le X \le 7)$ равна … 0,8; 0,3; 0,7; 0,4

Решение:

$$P(3 \le X \le 7) = P(3) + P(6) + P(7) = 0{,}8$$

4).Непрерывная случайная величина задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ \dfrac{x}{7} & \text{при } 0 < x \le 7, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

Тогда ее дисперсия равна …

Решение: Эта случайная величина распределена равномерно в интервале $(0,7)$

Тогда ее дисперсию можно вычислить по формуле

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$D(X) = \frac{(7-0)^2}{12} = \frac{49}{12}$$

5).Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le 0, \\ \dfrac{2x}{25} & \text{при } 0<x\le 5, \\ 0 & \text{при } x>5. \end{cases}$$

Тогда ее дисперсия равна …

Решение:

$$D(X)=M\left(X^2\right)-(M(X))^2$$

$$D(X)=\int_0^5 x^2\frac{2x}{25}dx-\left(\int_0^5 x\frac{2x}{25}dx\right)^2=\frac{25}{2}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{25}{18}$$

6). Проводится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события *A* постоянна и равна 0,6. Тогда математическое ожидание M(X) и дисперсия D(X) дискретной случайной величины *X* – числа появлений события *A* в n=100 проведенных испытаниях равны …

1). M(X)=60, D(X)=24 2). M(X)=24, D(X)=60

3). M(X)=6, D(X)=24 4). M(X)=24, D(X)=6

Ответ: **1). M(X)=60, D(X)=24**

7).Для дискретной случайной величины X функция распределения вероятностей имеет вид:

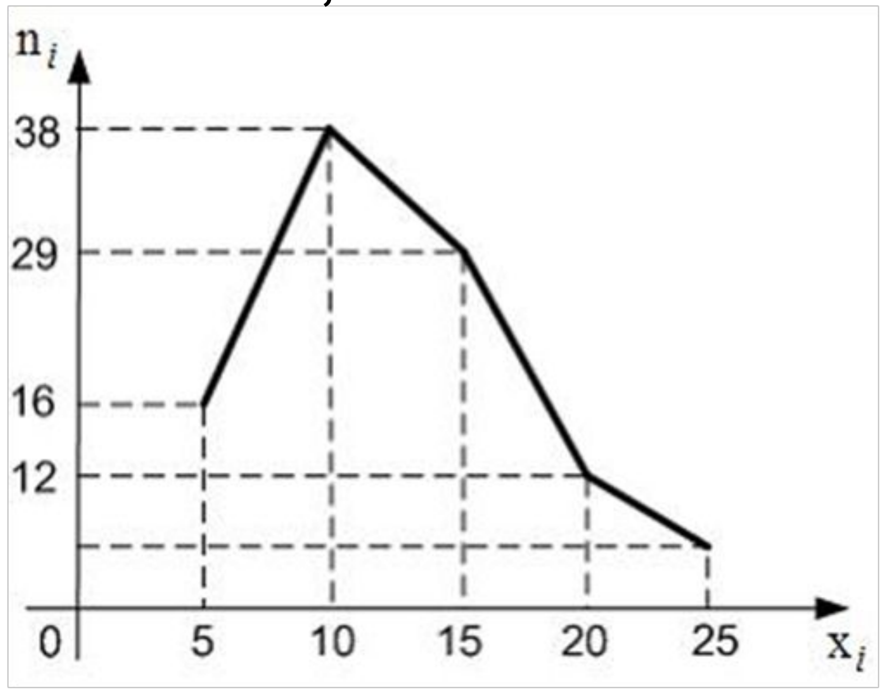
X	1	4	8	9
P	p_1	p_2	p_3	p_4

$$F(x)=\begin{cases}0, x\le 1\\ 0{,}65, \quad 1<x\le 4\\ p, \quad 4<x\le 8\\ 0{,}85, \quad 8<x\le 9\\ 1, \quad x>9\end{cases}$$

Тогда значение p равно: 0,7; 1; 0,85; 0,6

Ответ: 0,7

1).Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=100, полигон частот которой имеет вид:

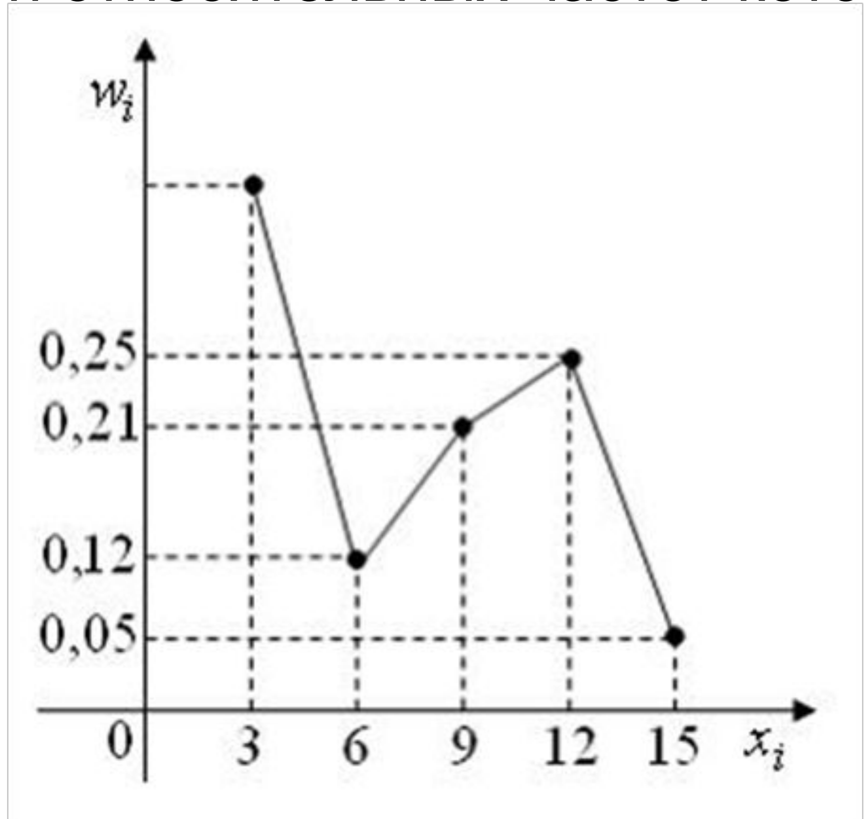


Тогда относительная частота варианты x_5 в выборке равна …

Решение: $W_i = \dfrac{n_i}{n}$

$$n_5 = 100 - 16 - 38 - 29 - 12 = 5, \qquad W_5 = \frac{5}{100} = 0{,}05$$

2).Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=100, полигон относительных частот которой имеет вид:



Тогда число вариант x_1=3 в выборке равно …

Решение: $W_1 = 1 - 0{,}25 - 0{,}21 - 0{,}12 - 0{,}05 = 0{,}37$

$$W_i = \frac{n_i}{n} \Rightarrow n_1 = W_1 \cdot n = 0{,}37 \cdot 100 = 37$$

Теория вероятности

1). Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков не меньше девяти, равна …

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$m - \text{благоприятные исходы}$$

$$n - \text{всевозможные исходы}$$

n=36, m=10 (3+6, 4+5, 4+6, 5+4, 5+5, 5+6, 6+3, 6+4, 6+5, 6+6)

$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

2). Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – семь, а разность – три, равна …

Решение:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

$$m - \textit{благоприятные исходы}$$

$$n - \textit{всевозможные исходы}$$

n=36, m=2 (2+5, 5+2)

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

3).При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Тогда вероятность того, что номер набран правильно, равна …

__Решение:__ Вычислим n- всевозможные исходы. Предпоследний номер можно набрать пятью способами (1,3,5,7,9), а последний – четырьмя, так как набранные цифры должны быть разными. Тогда по правилу произведения n=5*4=20, из которых благоприятным является один исход m=1 (правильный номер)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{20}$$

4). В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет годных, равна …

Решение:

$$P(A)=\frac{m}{n},$$

$$m=C_5^3=\frac{5\cdot 4}{1\cdot 2}=10$$

$$n=C_{12}^3=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3}=220$$

$$P(A)=\frac{10}{220}=\frac{1}{22}$$

5). Из урны, в которой находятся 6 черных шаров и 4 белых шара, вынимают одновременно 3 шара. Тогда вероятность того, что среди отобранных два шара будут черными, равна …

Решение:

$$P(A)=\frac{m}{n},$$

$$m=C_6^2\cdot C_4^1=\frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}\cdot\frac{4}{1}=60$$

$$n=C_{10}^3=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3}=120$$

$$P(A)=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$$

6).В урну, в которой лежат 6 белых и 5 черных шаров добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Тогда вероятность того, что все три шара будут белыми, равна …

Решение: После того, как в урну положили 2 белых шара, в ней стало всего13 шаров, из них 8 белых.

Вероятность того, что 1 раз достали белый шар

$$P(A) = \frac{8}{13}$$

Вероятность того, что 2 раз достали белый шар, при условии, что 1 раз был вынут также белый шар

$$P_A(B) = \frac{7}{12}$$

Вероятность того, что 3 раз достали белый шар, при условии, что первые два шара белые равна

$$P_{AB}(C) = \frac{6}{11}$$

Вероятность того, что все 3 шара белые равна:

$$P(D) = \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{28}{143}$$

7).В первой урне 5 черных и 6 белых шаров. Во второй урне 3 белых шара и 6 черных шаров. Из первой урны переложили один шар во вторую урну. Тогда вероятность того, что шар, вынутый наудачу из второй урны, будет черным, равна ...

Решение: По формуле полной вероятности

$$P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)$$

$P(B_1)$ - вероятность того, что из 1 урны переложили белый шар

$P(B_2)$ - вероятность того, что из 1 урны переложили черный шар

$P_{B_1}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если из первой урны во вторую был переложен белый шар;

$P_{B_2}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если из первой урны во вторую был переложен черный шар.

$$P(A)=\frac{6}{11}\cdot\frac{6}{10}+\frac{5}{11}\cdot\frac{7}{10}=\frac{71}{110}$$

8).Банк выдает 35% всех кредитов юридическим лицам, а 65% – физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,15; а для физического лица эта вероятность составляет 0,1. Тогда вероятность непогашения в срок очередного кредита равна …

Решение:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)$$

$$\boldsymbol{P}(A) = 0{,}35 \cdot 0{,}15 + 0{,}65 \cdot 0{,}1 = 0{,}1175$$

9).В первой урне 3 черных шара и 7 белых шаров. Во второй урне 4 белых шара и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар, который оказался черным. Тогда вероятность того, что этот шар вынули из второй урны, равна …

Решение:

$P(B_1)$ – вероятность того, что шар извлечен из первой урны;

$P(B_2)$ – вероятность того, что шар извлечен из второй урны;

$P_{B_1}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если он извлечен из первой урны;

$P_{B_2}(A)$ – условная вероятность того, что вынутый шар черный, если он извлечен из второй урны

Вычислим вероятность события *A* (вынутый наудачу шар – черный) по формуле полной вероятности:

$$P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)$$

$$P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{10}=\frac{9}{20}=0{,}45$$

Вычислим условную вероятность того, что этот шар был извлечен из второй урны, по формуле Байеса:

$$P_A(B_2)=\frac{P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)}{P(A)}=\frac{0{,}5\cdot 0{,}6}{0{,}45}=\frac{2}{3}$$

10). Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребует его вмешательства первый станок, равна 0,15; второй –0,25 ; третий – 0,2 . Тогда вероятность того, что в течение часа потребует вмешательства наладчика хотя бы один станок, равна …

Решение:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) =$$

$$= 1 - 0{,}85 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}8 = 0{,}49$$

11). Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребует его вмешательства первый станок, равна 0,1; второй –0,15 ; третий – 0,2 . Тогда вероятность того, что в течение часа потребует вмешательства наладчика только один станок, равна …

Решение:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) +$$

$$+ P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) +$$

$$+ P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) =$$

$$= 0{,}1 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}8 + 0{,}9 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}8 +$$

$$+ 0{,}9 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}2 = 0{,}329$$

12).Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна …

Решение: По теореме Бернулли

$$P_n(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}, n = 5, k = 3, p = 0{,}1, \ q = 0{,}9$$

$$P_5(X = 3) = C_5^3 0{,}1^3 \cdot 0{,}9^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 0{,}001 \cdot 0{,}81 = 0{,}0081$$