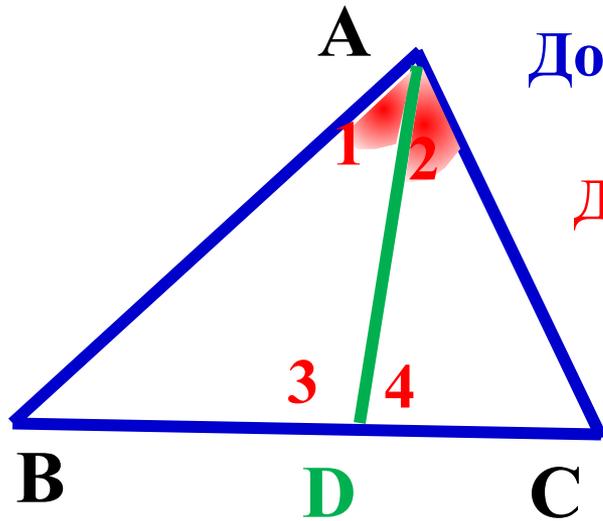


*Теорема о биссектрисе  
треугольника*

# Теорема о биссектрисе треугольника

Биссектриса треугольника делит его сторону на части, пропорциональные двум другим сторонам



Доказать:

$$\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$$

Доказательство: (используйте рекомендации)

1). Запишите теорему синусов для  $\triangle ABD$ , используя стороны  $DB$  и  $AB$

$$\frac{DB}{AB} = \frac{\sin \angle 1}{\sin \angle 3} (*)$$

2). Перепишите пропорцию в виде

3). Запишите теорему синусов для  $\triangle ACD$ , используя стороны  $DC$  и  $AC$

$$\frac{DC}{AC} = \frac{\sin \angle 2}{\sin \angle 4} (**)$$

4). Перепишите пропорцию в виде

5). Учтите свойство синусов

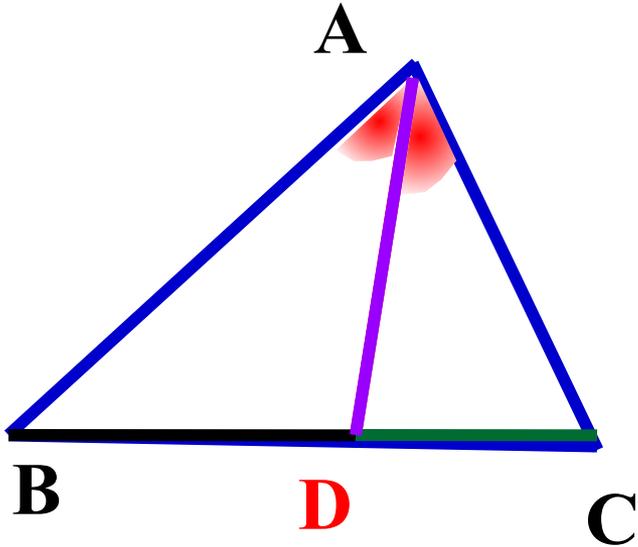
смежных углов и то, что  $\angle 1 = \angle 2$

6). Сравните равенства

$(*)$  и  $(**)$

## Следствие к теореме

В  $\triangle ABC$  со сторонами  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  и биссектрисой  $AD$  справедливы равенства



$$1) \quad DB = \frac{BC \cdot AB}{AC + AB},$$

$$2) \quad DC = \frac{BC \cdot AC}{AC + AB},$$

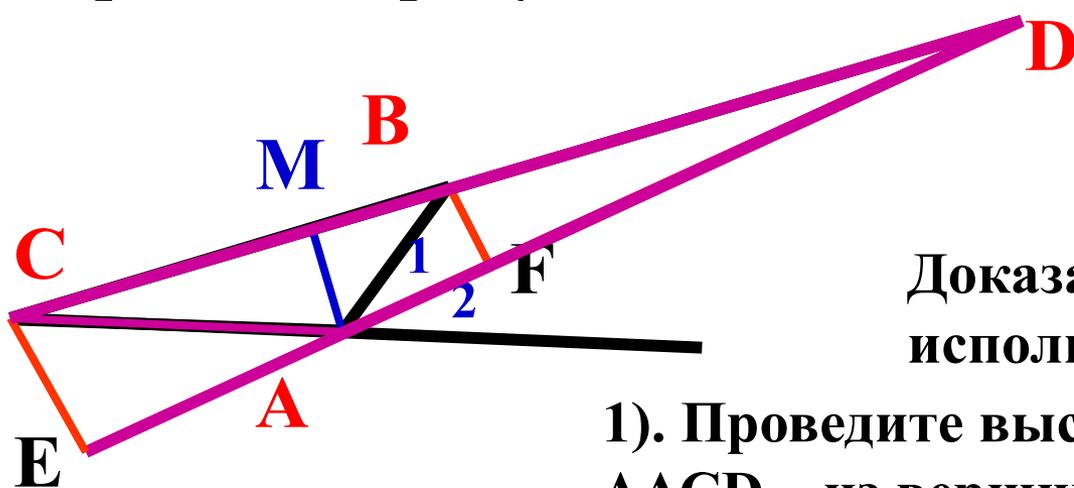
**Следующее утверждение связывает  
биссектрису  $AD$  со сторонами  $\triangle ABC$**

$$AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC$$

**Квадрат биссектрисы треугольника,  
проведённой из какой-либо его вершины,  
равен произведению двух его сторон,  
проведённых из этой же вершины,  
минус произведение отрезков третьей стороны**

## Рекомендации к решению задачи №837

Биссектриса внешнего угла  $\triangle ABC$  при вершине  $A$  ( $\angle 1 = \angle 2$ ) пересекает прямую  $BC$  в точке  $D$  **Докажите:  $BD:AB = DC:AC$**



или

$$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$$

Доказательство: (затрудняйтесь – используйте рекомендации)

1). Проведите высоту  $\triangle ACD$  из вершины  $A$

$$(AM \perp CD)$$

2) Задайте площади:  $\triangle ACD$  и  $\triangle ABD$ , используя высоту  $AM$

3) Вычислите:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} (*)$$

4). Проведите высоту  $\triangle ACD$  из вершины  $C$

$$(CE \perp AD)$$

5) Задайте площадь  $\triangle ACD$ , используя высоту  $CE$

6). Проведите высоту  $\triangle ABD$  из вершины  $B$

$$(BF \perp AD)$$

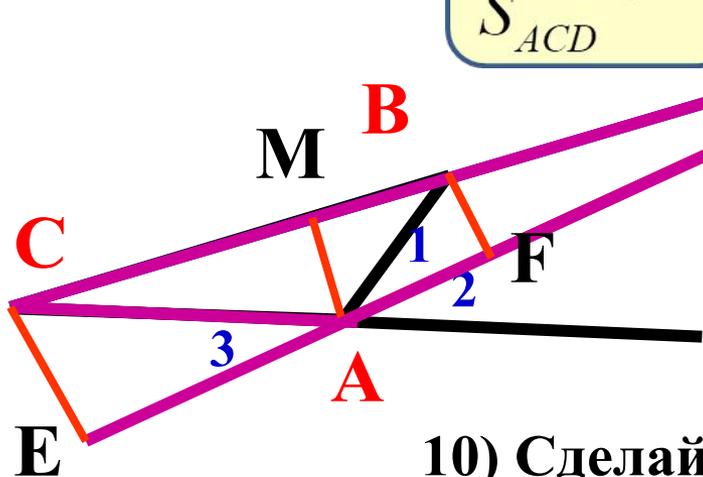
7) Задайте площадь  $\triangle ABD$ , используя высоту  $BF$

## Продолжение №837

8) Вычислите:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} (**)$$

Из равенств (\*) и (\*\*) составьте пропорцию, обозначьте её (\*\*\*)



9) Сделайте заключение об углах 2 и 3

10) Сделайте заключение об углах 3 и 1

11) Обоснуйте подобие  $\triangle ABF$  и  $\triangle ACE$

12) Запишите пропорцию, используя стороны: BF, CE и AB, AC; обозначьте её (\*\*\*\*)

13) Составьте новую пропорцию, используя равенства (\*\*\*) и (\*\*\*\*)

14) Сравните её с тем, что надо было доказать

**С удачным завершением решения задачи, успехов!!!**

**Письменный опрос следующего  
урока, проверяющий усвоение  
теории, может включать следующие  
задания:**

- 1. Изобразите треугольник;  
обозначьте его вершины;  
(для каждого варианта названия вершин даст  
учитель);  
запишите для него теорему синусов**
- 2. Запишите теорему косинусов для какой – то  
стороны треугольника**
- 3. Запишите выражения для косинуса какого-то  
угла треугольника**
- 4. Проведите какую-то медиану, запишите  
равенство по теореме о медиане треугольника**
- 5. Проведите какую-то биссектрису, запишите для  
неё равенство по теореме о биссектрисе**
- 6. Запишите равенство для квадрата биссектрисы**