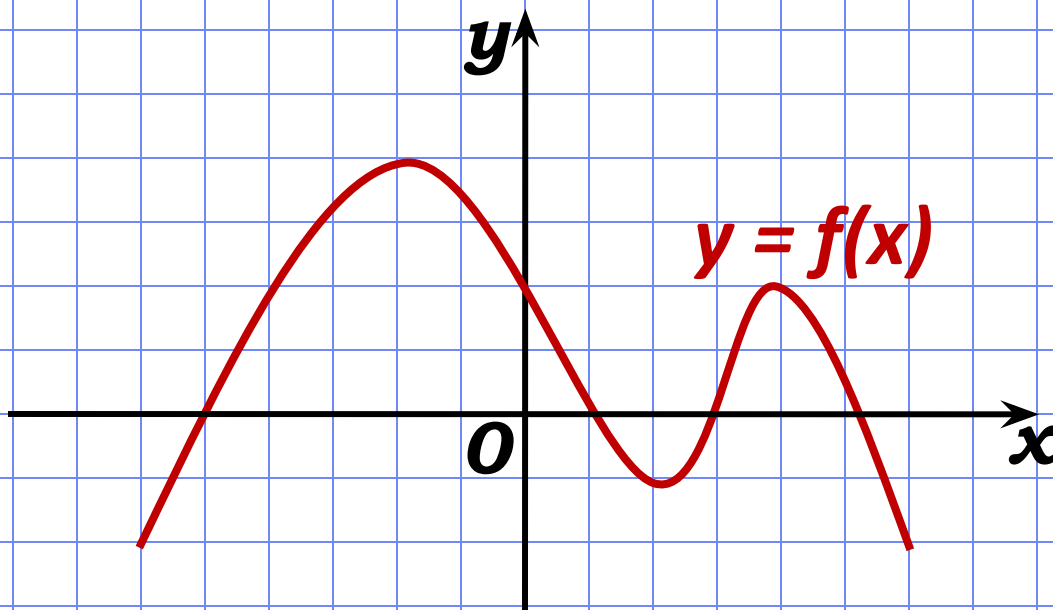


Свойства функции



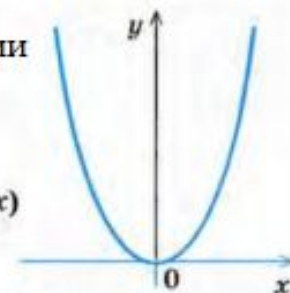
ЧЕТНОСТЬ

Функцию $y = f(x)$ называют **четной**, если выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

График **четной** функции симметричен относительно **оси ординат**.

Пример четной функции

$$y = x^2$$
$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

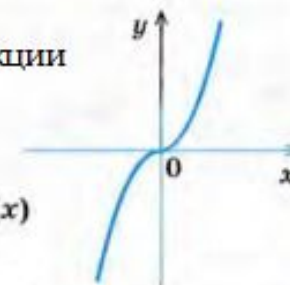


Функцию $y = f(x)$ называют **нечетной**, если выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

График **нечетной** функции симметричен относительно **начала координат**.

Пример нечетной функции

$$y = x^3$$
$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$



Четность-продолжение

Если НЕ выполняются ни то, ни другое равенства

$$f(-x) = f(x) \text{ и } f(-x) = -f(x),$$

то функция является **ни четной ни нечетной**.

Симметрии у графика такой функции нет

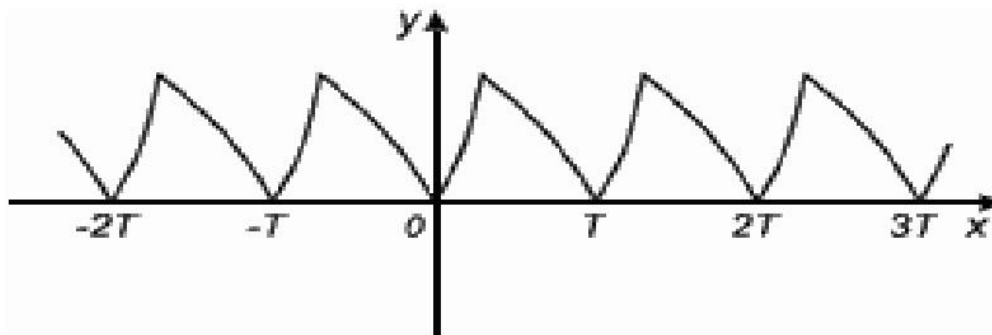
Периодичность

Функция $y = f(x)$ имеет **период T** , если выполняется равенство

$$f(x - T) = f(x) = f(x + T).$$

Функцию, имеющую отличный от нуля период называют **периодической**.

График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов.

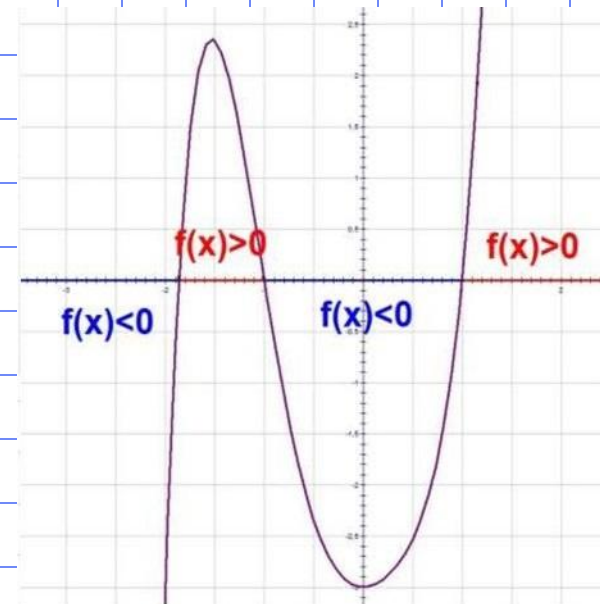


Знакопостоянство

Промежутки знакопостоянства – это промежутки, на которых функция сохраняет свой знак, т.е. принимает только положительные или отрицательные значения.

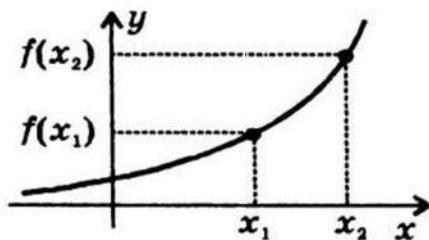
График функции расположен **выше оси Ox** при условии, что **$f(x) > 0$** .

График функции расположен **ниже оси Ox** при условии, что **$f(x) < 0$** .

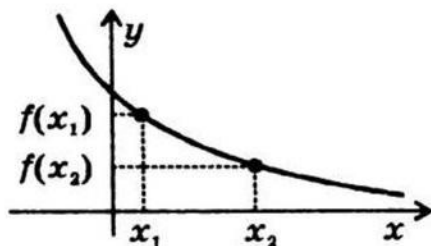


МОНОТОННОСТЬ

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X , если для любых двух элементов из этого множества, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется условие **$f(x_1) < f(x_2)$** .



Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве X , если для любых двух элементов из этого множества, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется условие **$f(x_1) > f(x_2)$** .



Точки экстремума

Точку x_0 называют **точкой максимума функции** $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство

$$f(x) < f(x_0).$$

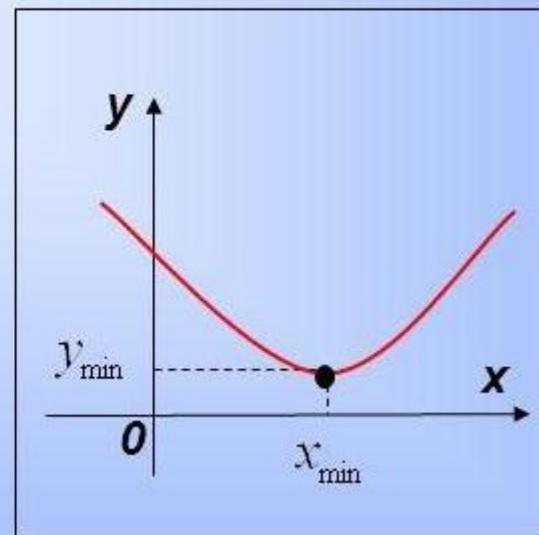
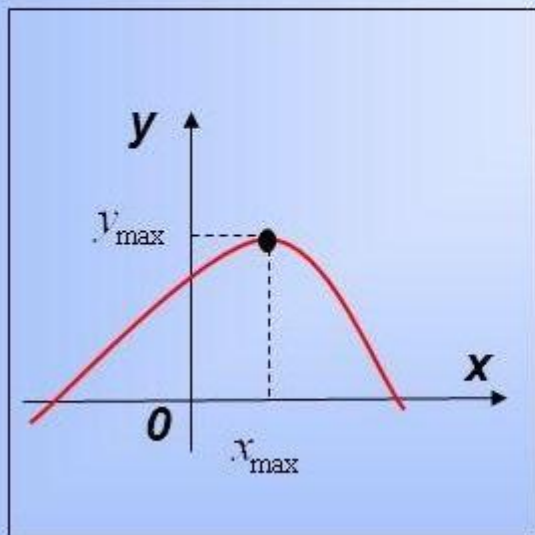
Точку x_0 называют **точкой минимума функции** $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство

$$f(x) > f(x_0).$$

Пример

Точки максимума и минимума объединяют общим названием – **точки экстремума**

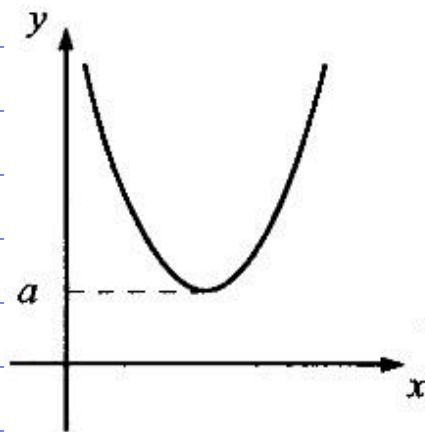
Экстремумы



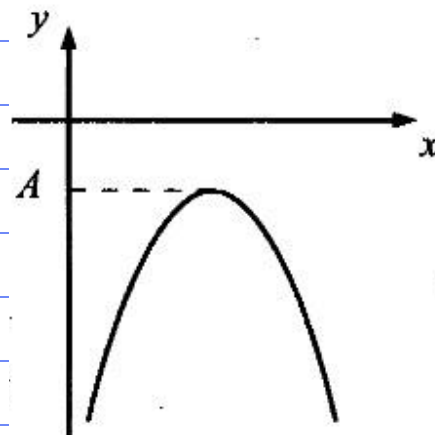
Ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу** на множестве X , если существует число **a** , такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство **$f(x) > a$** .

Функцию $y = f(x)$ называют **ограниченной сверху** на множестве X , если существует число **A** , такое, что для любого значения $x \in X$, выполняется неравенство **$f(x) < A$** .



Ограничена снизу

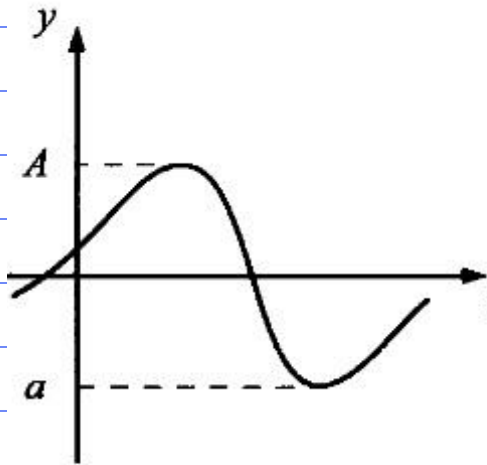


Ограничена сверху

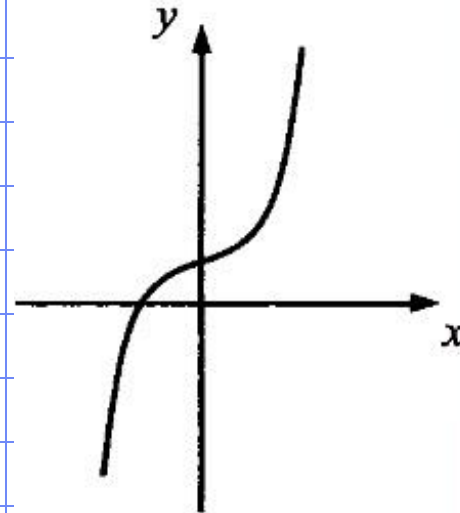
Ограниченность

Если функция ограничена и снизу и сверху, то ее называют **ограниченной**.

В противном случае функция называется **неограниченной**.



Ограниченная

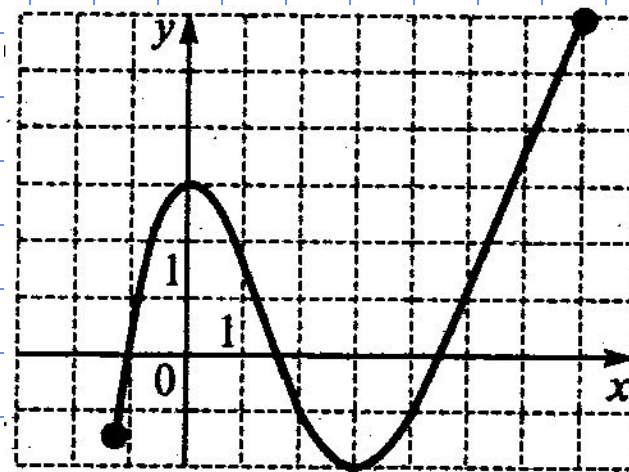


Неограниченная

План исследования функции

1. Область определения $D(f)$.
2. Множество значений $E(f)$.
3. Четность.
4. Периодичность.
5. Знакопостоянство.
6. Монотонность. Точки экстремума.
7. Ограниченность.

Пример



1. Область определения $D(y) = [-1, 2; 7]$
2. Множество значений $E(y) = [-2; 6]$
3. Четность. Функция ни четная, ни нечетная.
4. Непериодичная
5. Знакопостоянство.

График функции выше оси Ox ($y > 0$): $x \in (-1; 1,5) \cup (4,5; 7]$

График функции ниже оси Ox ($y < 0$): $x \in [-1, 2; -1) \cup (1,5; 4,5)$

6. Монотонность. Точки экстремума.

Возрастает при $x \in [-1, 2; 0) \cup (3; 7]$

Убывает при $x \in (0; 3)$

Максимум: $x_{\max} = 0, y_{\max} = 3$

Минимум: $x_{\min} = 3, y_{\min} = -2$

7. Ограниченная.



Основные элементарные функции, их свойства и графики

Линейная функция $y=kx+b$

Свойства линейной функции $y = kx + b$:

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

3. Если $b = 0$, то функция *нечетная*.

4. Непериодичная.

5. а) Если $k > 0$:

Выше оси Ox : $(-b/k; +\infty)$

Ниже оси Ox : $(-\infty; -b/k)$.

б) Если $k < 0$:

Выше оси Ox : $(-\infty; -b/k)$

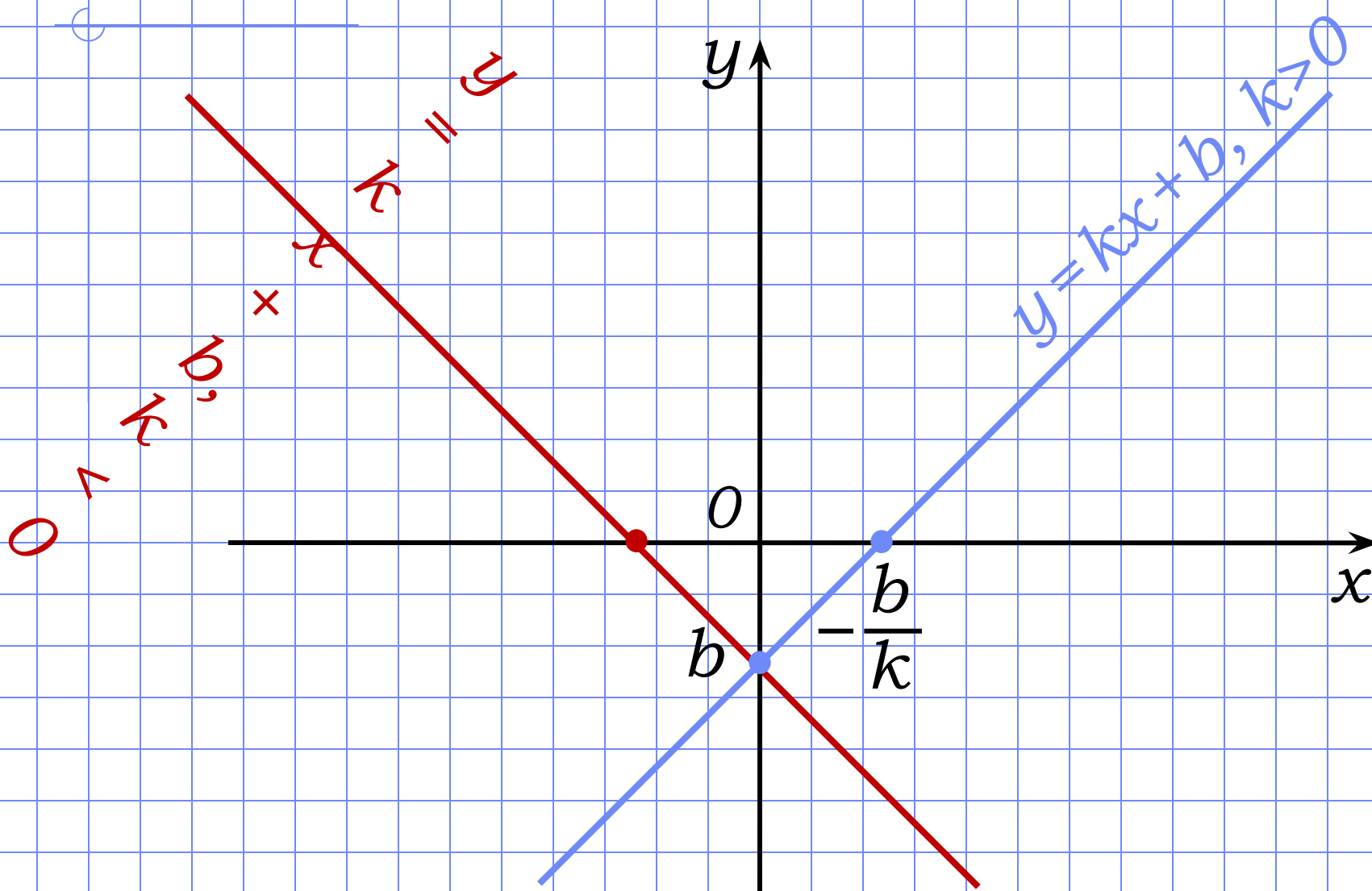
Ниже оси Ox : $(-b/k; +\infty)$.

5. а) *возрастает*, если $k > 0$;

б) *убывает*, если $k < 0$.

6. *Не ограничена* ни снизу, ни сверху.

Линейная функция $y=kx+b$

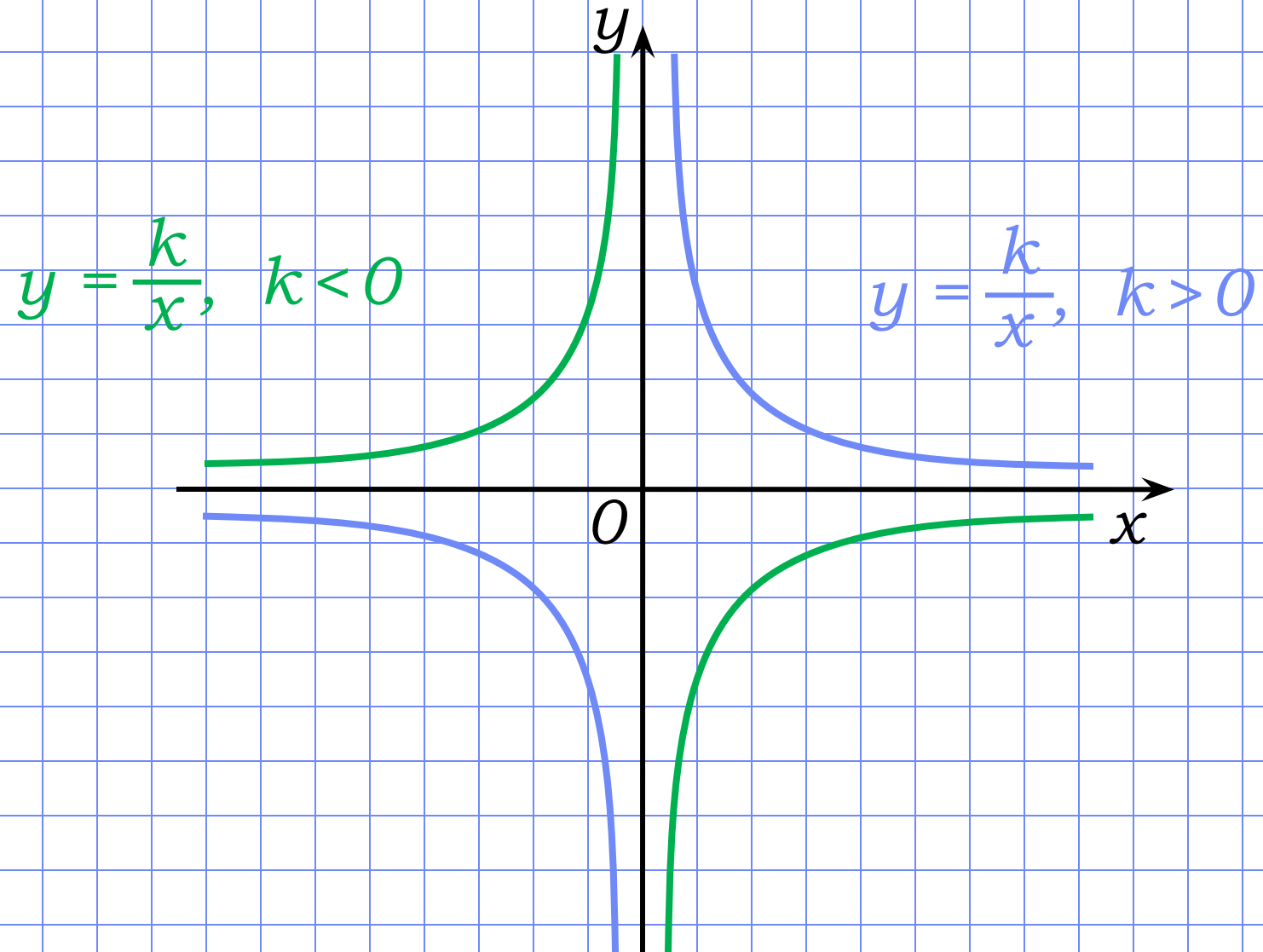


Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$

Свойства функции $y = k/x$:

1. $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
3. Функция нечетная.
4. Непериодичная.
4. а) Если $k > 0$: Выше оси Ox : $(0; +\infty)$
Ниже оси Ox : $(-\infty; 0)$.
б) Если $k < 0$:
Выше оси Ox : $(-\infty; 0)$
Ниже оси Ox : $(0; +\infty)$.
5. а) если $k < 0$, то $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ – промежутки возрастания функции;
б) если $k > 0$, то $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$ – промежутки убывания функции.
6. Не ограничена ни снизу, ни сверху.

Обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$



Квадратичная функция $y=kx^2$

Свойства функции $y = kx^2$ при $k < 0$:

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.

2. $E(f) = (-\infty; 0]$.

3. Функция **четная**.

4. Непериодичная.

5. а) Если $k > 0$:

Выше оси Ox : $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$

б) Если $k < 0$:

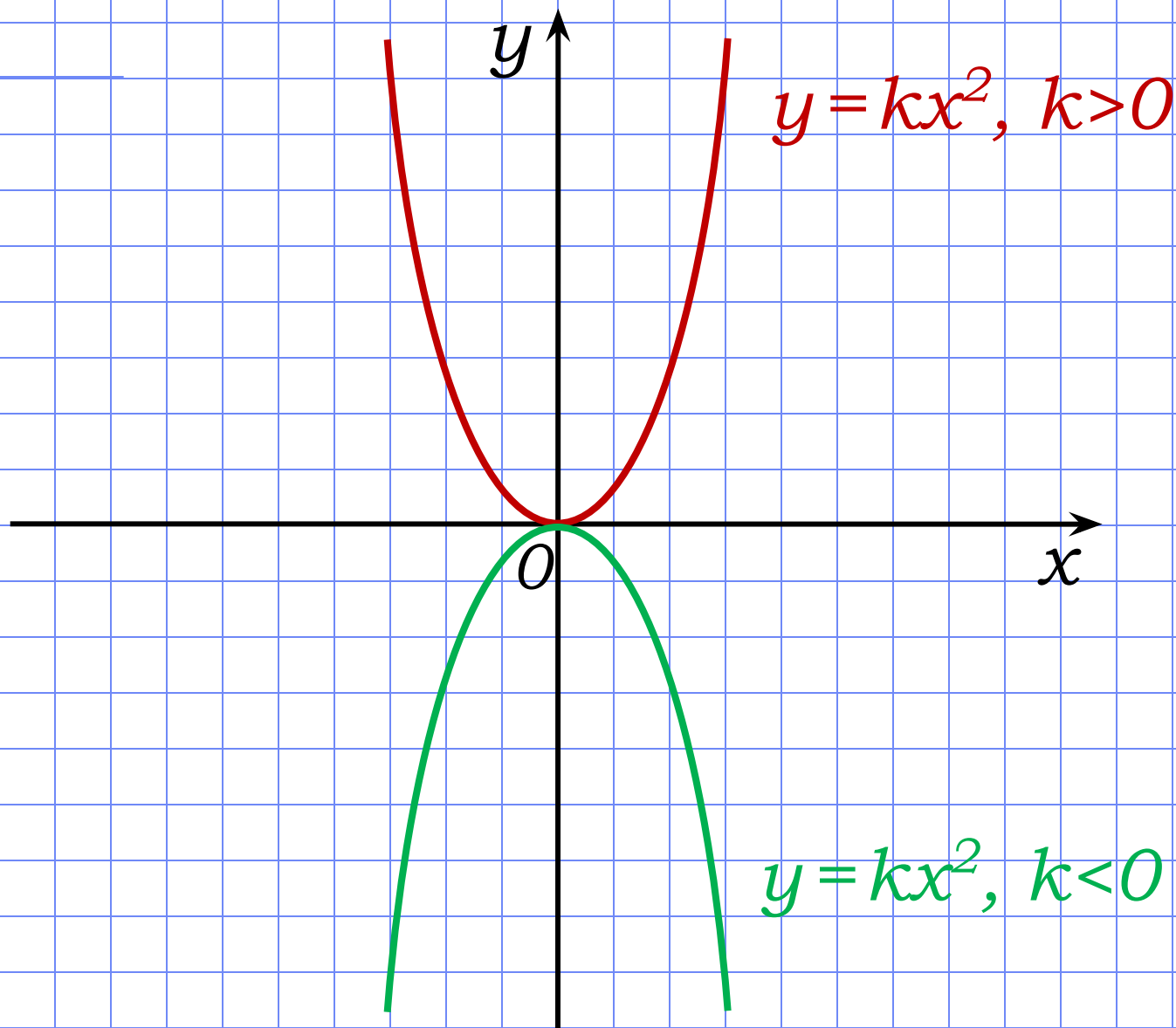
Ниже оси Ox : $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$

6. а) $[0; +\infty)$ – промежуток **убывания** функции;

б) $(-\infty; 0]$ – промежуток **возрастания** функции.

7. **Ограничена сверху, не ограничена снизу.**

Квадратичная функция $y=kx^2$

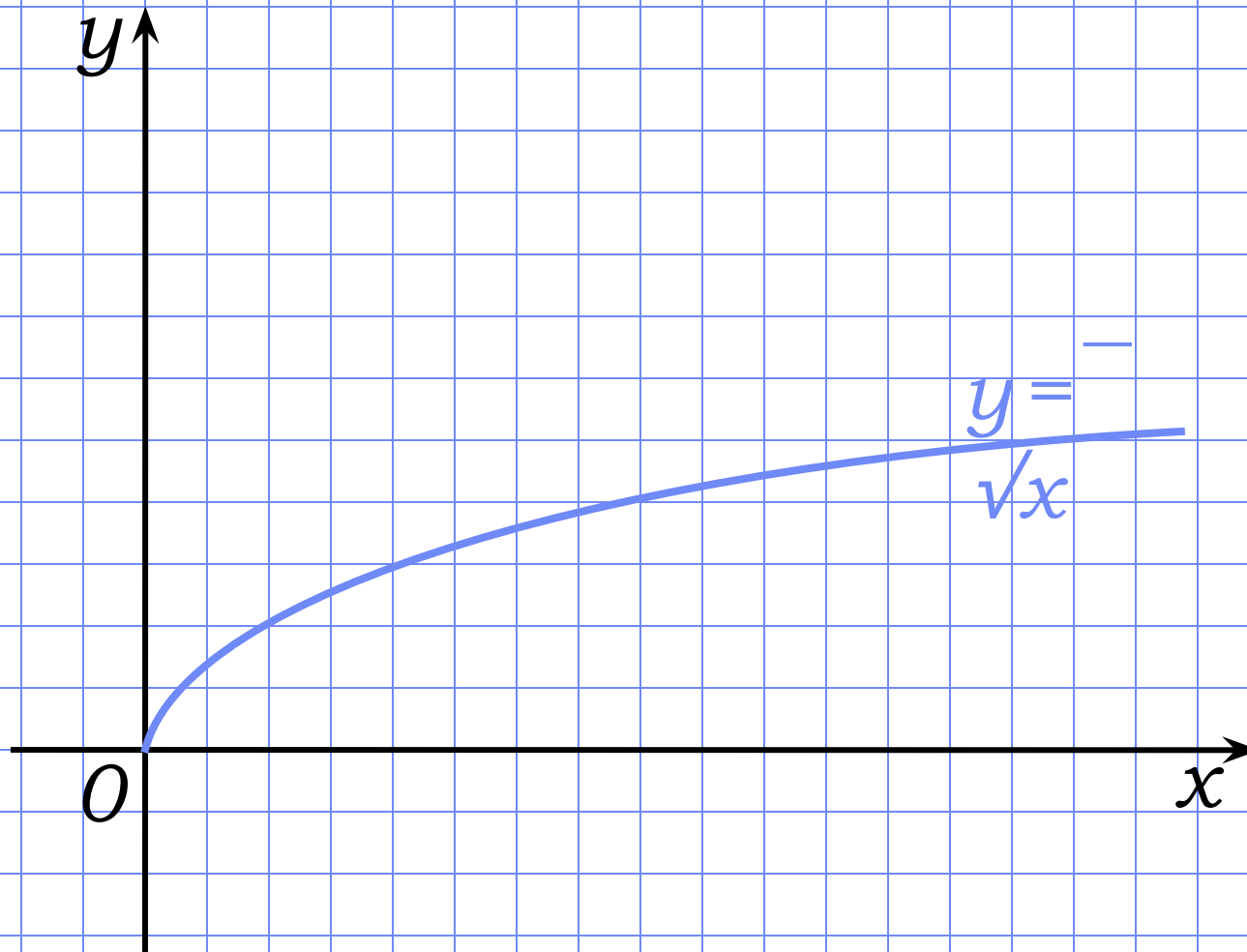


Степенная функция $y = \sqrt{x}$

Свойства функции $y = \sqrt{x}$:

1. $D(f) = [0; +\infty)$.
2. $E(f) = [0; +\infty)$.
3. Функция ни четная, ни нечетная.
4. Непериодичная.
5. Выше оси Ox : $(0; +\infty)$;
6. $[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции.
7. Ограничена снизу, не ограничена сверху.

Степенная функция $y = \sqrt{x}$



Кубическая функция

$$y = x^3$$

Свойства кубической функции $y = x^3$:

1. $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(f) = (-\infty; +\infty)$.
3. Функция *нечетная*.
4. Непериодичная.
5. Выше оси Ox : $(0; +\infty)$;
Ниже оси Ox : $(-\infty; 0)$
6. *Возрастает* на множестве $(-\infty; +\infty)$.
7. *Не ограничена* ни снизу, ни сверху.

Кубическая функция

