ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Модель Леонтьева

Выполнила:

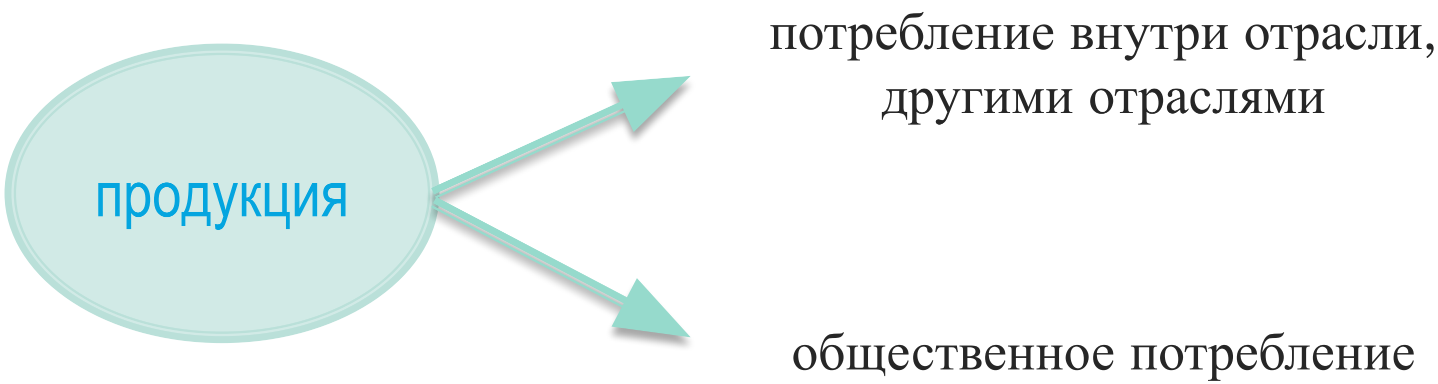
Студентка группы СОЦ1-1, **Щукина В.А**.

Научный руководитель:

доцент, кандидат философских наук **Дудина О.М.**

Модель Леонтьева – модель многоотраслевой экономики.

- Допустим, что есть n отраслей.



Уравнение баланса

x_i – общий объем продукции *i*-й отрасли (**валовой объем**);

x_{ij} – объем продукции *i*-й отрасли, производимой для потребления *j*-й отраслью (**межотраслевые поставки**);

y_i – объем продукции *i*-й отрасли, для потребления в непроизводственной сфере **(продукт конечного потребления)**

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + y_i$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$

$$\begin{cases} x_1 = x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + y_1, \\ x_2 = x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} + y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + y_n \end{cases}$$

Коэффициенты прямых затрат

$$\boxed{a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}}$$

a_{ij} – **коэффициенты прямых затрат**

$A = (a_{ij})$ – **матрица прямых затрат**

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \rightarrow x_{ij} = a_{ij}x_j$$ *(где i, j = 1, 2, …,n)*

гипотеза линейности

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1, \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + y_n \end{cases}$$

Критерии продуктивности матрицы А

<u>Существует несколько критериев продуктивности матрицы А:</u>

1. Матрица А продуктивна, если максимум сумм элементов ее столбцов не превосходит единицы, причем хотя бы для одного из столбцов сумма элементов строго меньше единицы.

2. Для того чтобы обеспечить положительный конечный выпуск по всем отраслям необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из перечисленных ниже условий:

- Определитель матрицы (Е - А) не равен нулю, т.е. матрица (Е- А) имеет обратную матрицу $(E - A)^{-1}$.
- Наибольшее по модулю собственное значение матрицы А, строго меньше единицы.
- Все главные миноры матрицы (Е - А) порядка от 1 до n, положительны.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n1} a_{n2} \dots a_{nn} \end{bmatrix}$$

X – вектор валового (общего) производства
Y – вектор конечного потребления
А – матрица прямых затрат

$$X = AX + Y$$

уравнение межотраслевого баланса (модель Леонтьева)

$$Y = (E - A)X$$

$$X = (E - A)^{-1} Y$$

где $(E - A)^{-1}$ *— матрица полных затрат*

Применение

1. Необходимо рассчитать объем конечного потребления *(Y)* по известному объему валового выпуска *(X)*.

$$Y = (E - A)X$$

2. Необходимо рассчитать объем валового выпуска *(X)* по известному объему конечного потребления *(Y)*.

$$X = (E - A)^{-1} Y$$

Задача

ОТРАСЛЬ		Потребление		Валовый выпуск
		Промыш-ленность	С/Х	
Производство	Промыш-ленность	26	164	260
	С/Х	208	82	410

Что нужно найти:

1) определить прямые затраты,
2) определить объем конечной продукции,
3) определить матрицу полных затрат,
4) определить объем чистой продукции,
5) составить межотраслевой баланс .

Находим коэффициенты прямых затрат

- Для нахождения матрицы прямых затрат воспользуемся гипотезой линейности , $x_{ij} = a_{ij}x_j$ тогда

26	164	260
208	82	410

$$x_{11} = a_{11}x_1 \Rightarrow a_{11} = \frac{x_{11}}{x_1} = \frac{26}{260} = 0,1$$

$$x_{12} = a_{12}x_2 \Rightarrow a_{12} = \frac{x_{12}}{x_2} = \frac{164}{410} = 0,4$$

$$x_{21} = a_{21}x_1 \Rightarrow a_{21} = \frac{x_{21}}{x_1} = \frac{208}{260} = 0,8$$

$$x_{22} = a_{22}x_2 \Rightarrow a_{22} = \frac{x_{22}}{x_2} = \frac{82}{410} = 0,2$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

матрица прямых затрат

Объем конечного потребления

- Чтобы рассчитать объем конечного потребления по известному объему валового выпуска необходимо вычислить:

$$X = \begin{pmatrix} 260 \\ 410 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y = (E - A)\,X$$

$$Y = \begin{pmatrix} 260 \\ 410 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 260 \\ 410 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 260 \\ 410 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 190 \\ 290 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} \mathbf{70} \\ \mathbf{120} \end{pmatrix}$$

Матрица полных затрат

По определению матрица полных затрат: $\left(E - A\right)^{-1}$

$$S \quad = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,4 \\ -0,8 & 0,8 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Delta}} S \quad = 0,4$$

$$S^{\sim} \quad = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,8 \\ 0,4 & 0,9 \end{pmatrix}$$

$$S^{\,-1} = \frac{1}{\underline{\underline{\Delta}} S} \quad * \; S^{\sim\;T} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2,25 \end{pmatrix}$$

Чистая прибыль

- Чистая прибыль производства находится как разность между объемами валовой продукции и суммами элементов соответствующих столбцов.

ОТРАСЛЬ		Потребление	
		Промыш-ленность	С/Х
Производство	Промыш-ленность	26	164
	С/Х	208	82
Валовый выпуск		260	410

$$ЧП_1 = X_1 - (x_{11} + x_{21})$$

$$ЧП_1 = 260 - (26 + 208) = 26$$

$$ЧП_2 = X_2 - (x_{12} + x_{22})$$

$$ЧП_2 = 410 - (164 + 82) = 164$$

Итоги

ОТРАСЛЬ		Потребление		Конечный продукт	Валовый выпуск
		Промыш-ленность	С/Х		
Производство	Промыш-ленность	26	164	70	260
	С/Х	208	82	120	410
Чистая прибыль		26	164	190	
Валовый выпуск		260	410		670

Спасибо за внимание