

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Математическая модель - это способ описания реальной жизненной ситуации (задачи) с помощью математического языка.

Составить математическую модель - это значит записать условие задачи в виде совокупности (системы) уравнений, неравенств, функций и т.д. в строгом соответствии тексту задачи.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1. Проанализировать *явную, открытую информацию* задачи. Числа, значения и т.п.
2. Выявить *скрытую информацию* задачи. Это текст, который предполагает наличие дополнительных знаний .
3. Выявить *связь данных между собой*. Эта связь может быть дана открытым текстом (что-то равно чему-то), а может быть и скрыта за простыми словами.

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Целевая функция

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max(\min)$$

Система ограничений

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq (\geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq (\geq) b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq (\geq) b_m \end{array} \right.$$

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ПРИМЕР. Фирма выпускает два вида древесно-стружечных плит - обычные и улучшенные. При этом производится две основные операции - прессование и отделка. Требуется указать, какое количество плит каждого типа можно изготовить в течение месяца так, чтобы обеспечить максимальную прибыль при следующих ограничениях на ресурсы (материал, время, затраты).

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Затраты	Партия из 100 плит		Имеющиеся ресурсы на месяц
	обычных	улучшенн ых	
Материал (усл.ед.)	3	5	55
Время на прессование (часы)	1	5	45
Время на отделку (часы)	5	2	60
Средства (деньги)	70	60	1500
Прибыль	5	6	

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

РЕШЕНИЕ. Пусть

x_1 - количество партий обычных плит;

x_2 - количество партий улучшенных плит.

Необходимые материалы

Материал (кв.м): $3x_1 + 5x_2 \leq 55$

Время на прессование $x_1 + 5x_2 \leq 45$

Время на отделку $5x_1 + 2x_2 \leq 60$

Средства $70x_1 + 60x_2 \leq 1500$

ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ (ПРИБЫЛЬ)

$$F(X) = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

Математическая модель:

$$F(X) = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ x_1 + 5x_2 \leq 45 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 70x_1 + 60x_2 \leq 1500 \end{array} \right.$$

ПРИМЕР

Известно, что содержание трех питательных веществ А, В и С в рационе питания должно быть не менее 90, 70 и 90 единиц соответственно. Указанные питательные вещества содержат два вида продуктов. Содержание единиц питательных веществ в одном килограмме каждого из видов продуктов приведено в таблице.

Цены 1 кг продуктов вида I и II соответственно равны 10 и 12-ти условным единицам. Определите дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ, при минимальных денежных затратах.

ПРИМЕР

Питательное вещество	Количество единиц питательных веществ в одном кг продуктов	
	I	II
A	3	1
B	1	1
C	1	2

ПРИМЕР

РЕШЕНИЕ. Пусть

x_1 — количество продукта I в рационе (в кг);

x_2 — количество продукта II в рационе (в кг).

Целевая функция — стоимость рациона

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

ПРИМЕР

Ограничения – условия на содержание питательных веществ:

$$\text{A:} \quad 3x_1 + x_2 \geq 90$$

$$\text{B:} \quad x_1 + x_2 \geq 70$$

$$\text{C:} \quad x_1 + 2x_2 \geq 90$$

ПРИМЕР

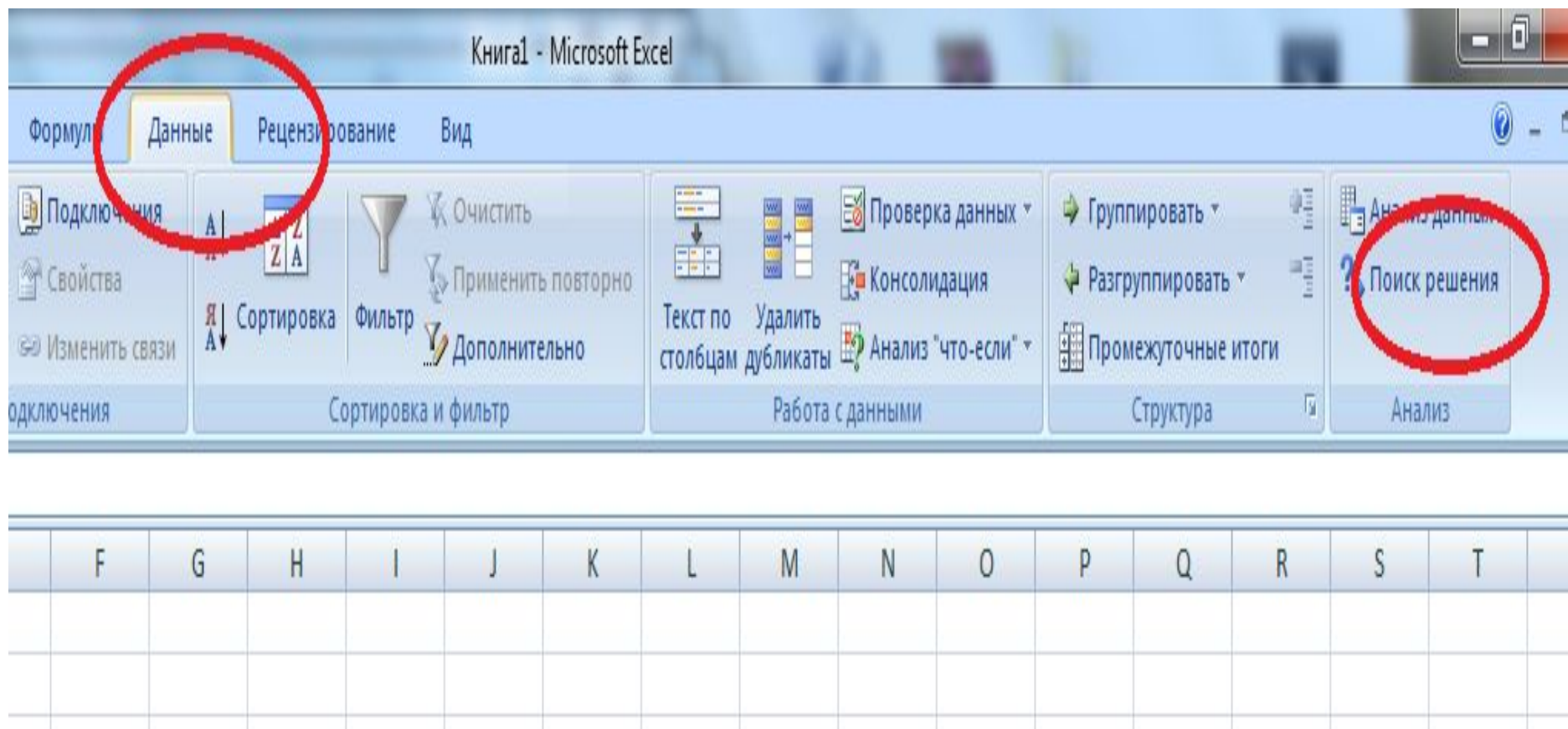
Математическая модель:

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

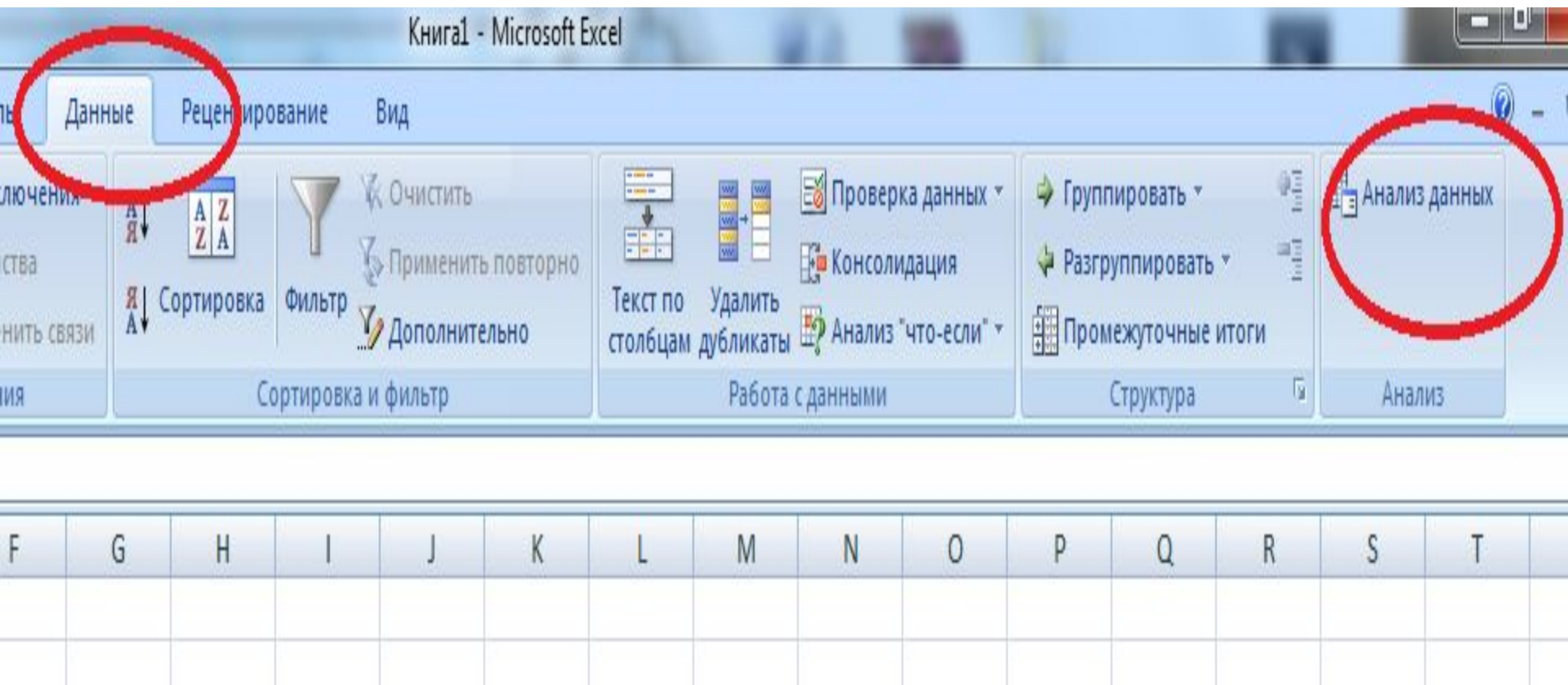
Решение задач в EXCEL

Активация функции Поиск решения.

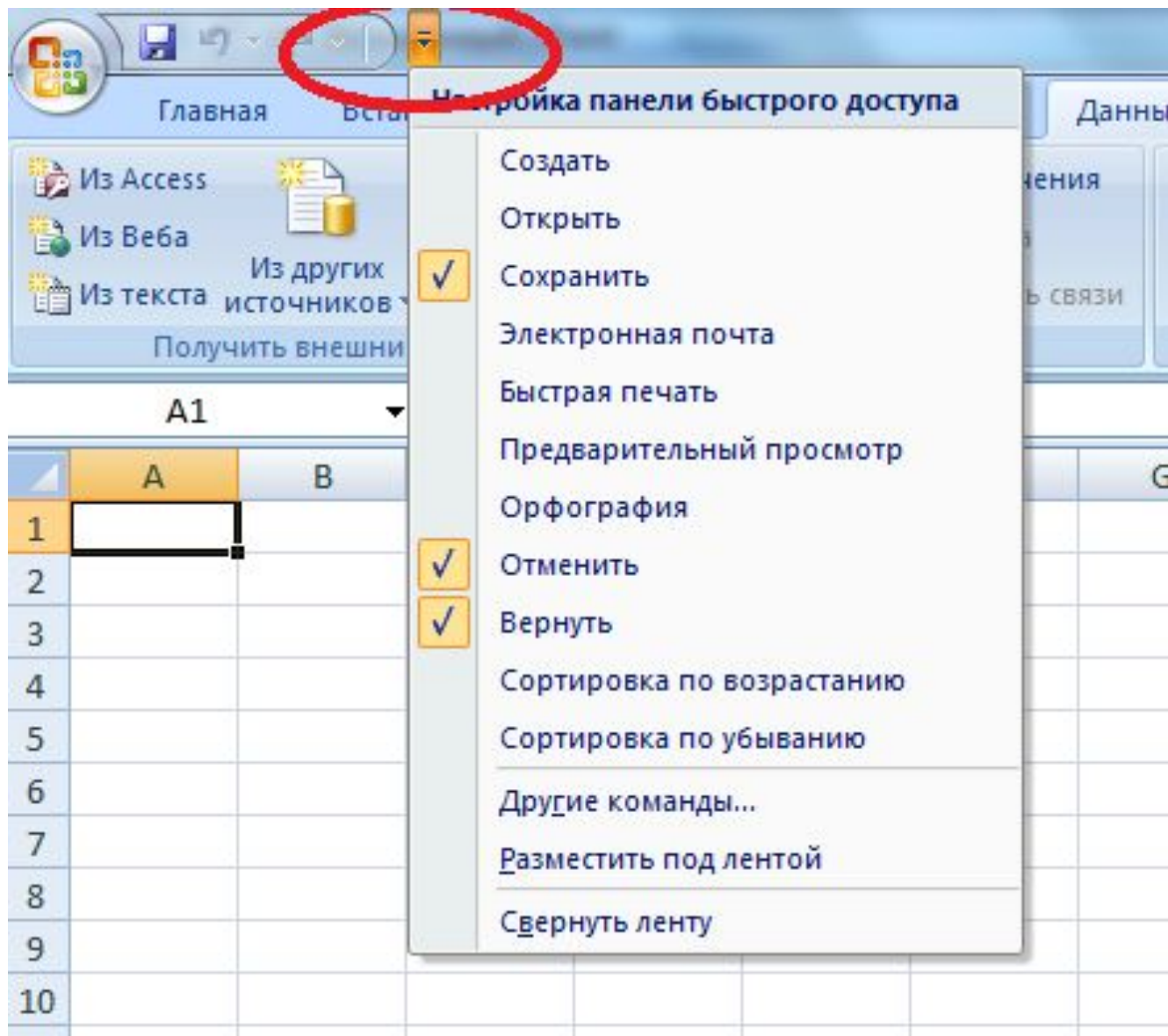


Решение задач в EXCEL

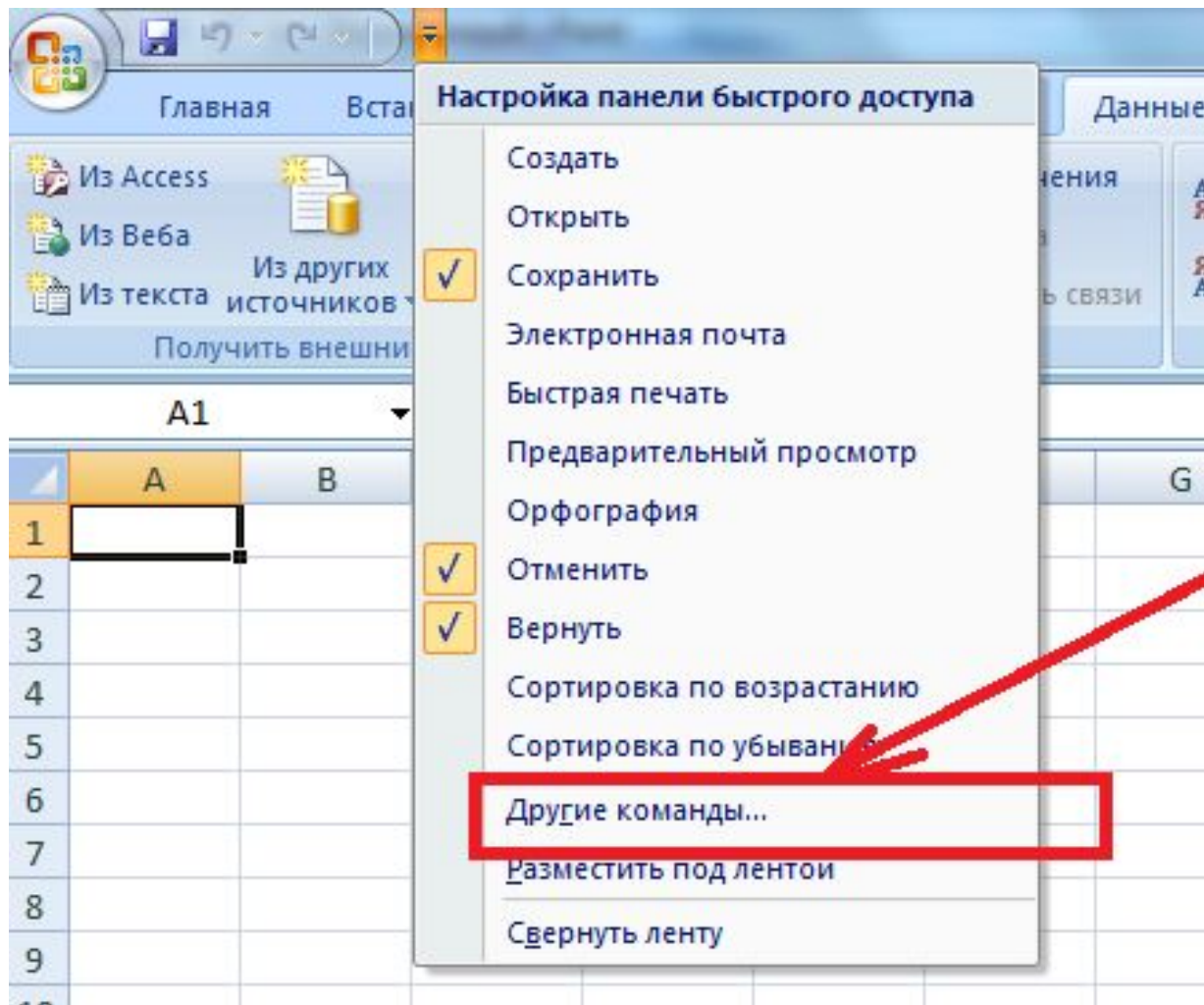
активация функции Поиск решения



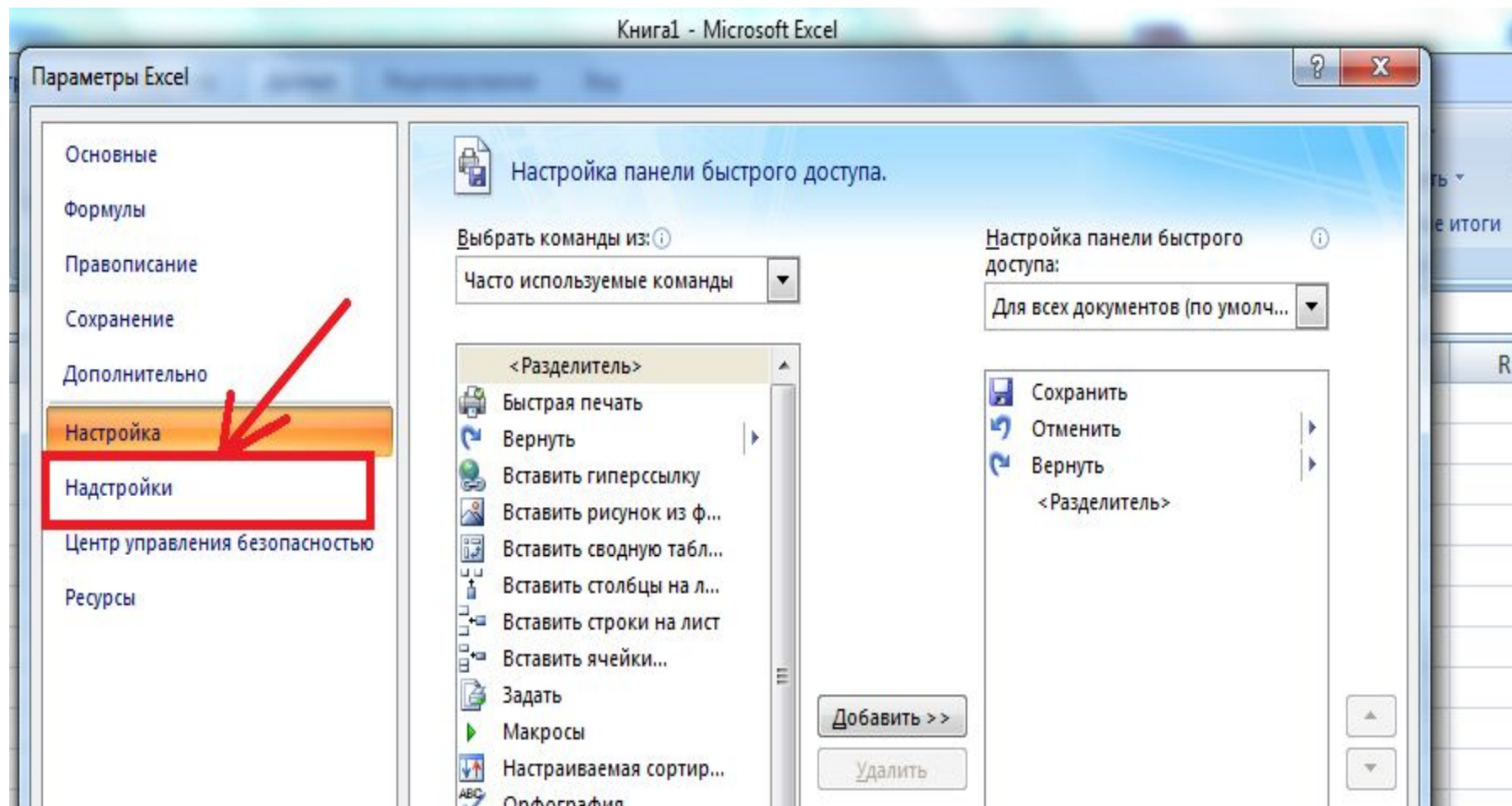
Окно Настройка панели быстрого доступа



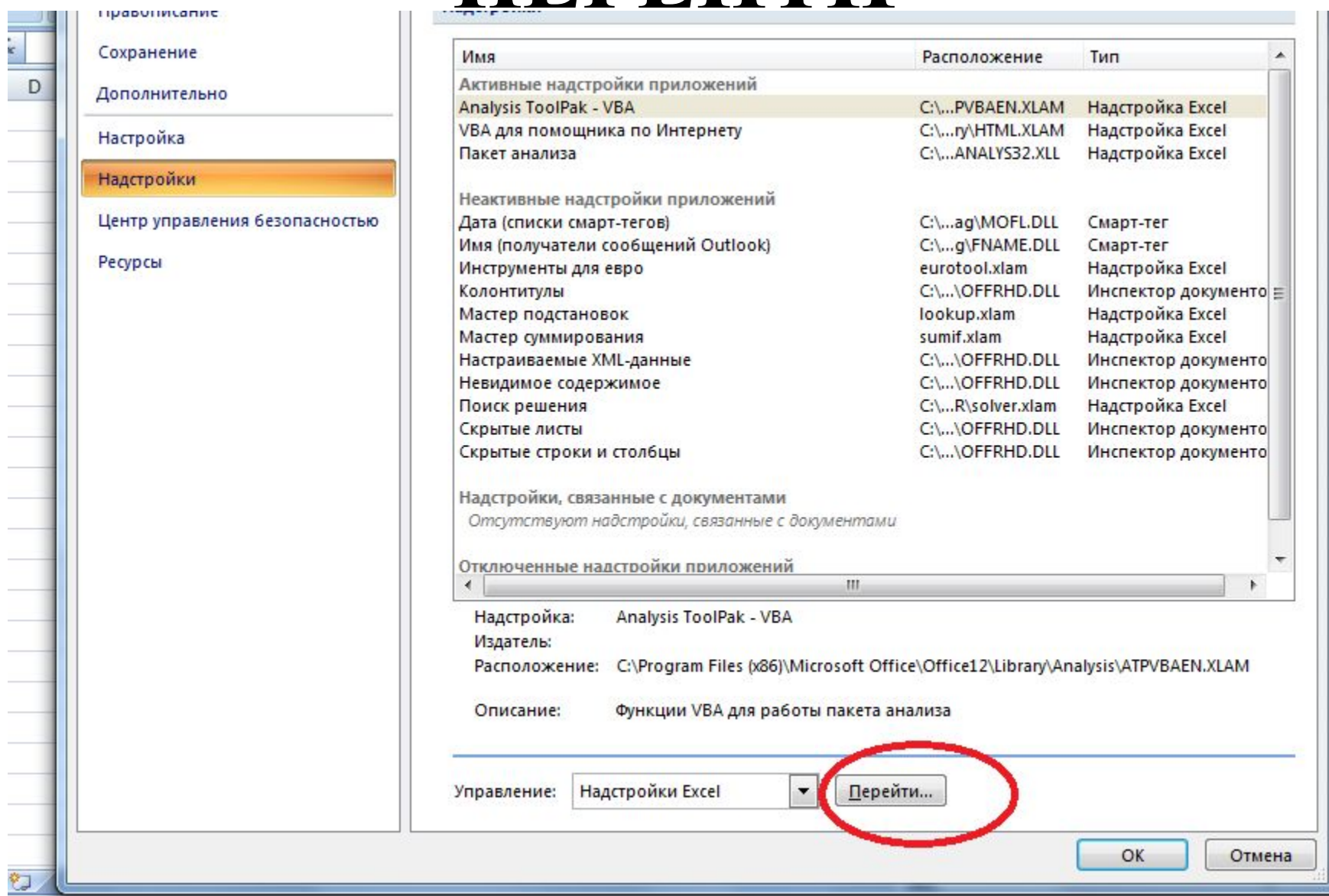
Другие команды



Надстройки



ПЕРЕЙТИ



Надстройки



Доступные надстройки:

- ☒ Analysis ToolPak - VBA
- ☒ VBA для помощника по Интернету
- ☐ Инструменты для евро
- ☐ Мастер подстановок
- ☐ Мастер суммирования
- ☒ Пакет анализа
- ☐ Поиск решения

OK

Отмена

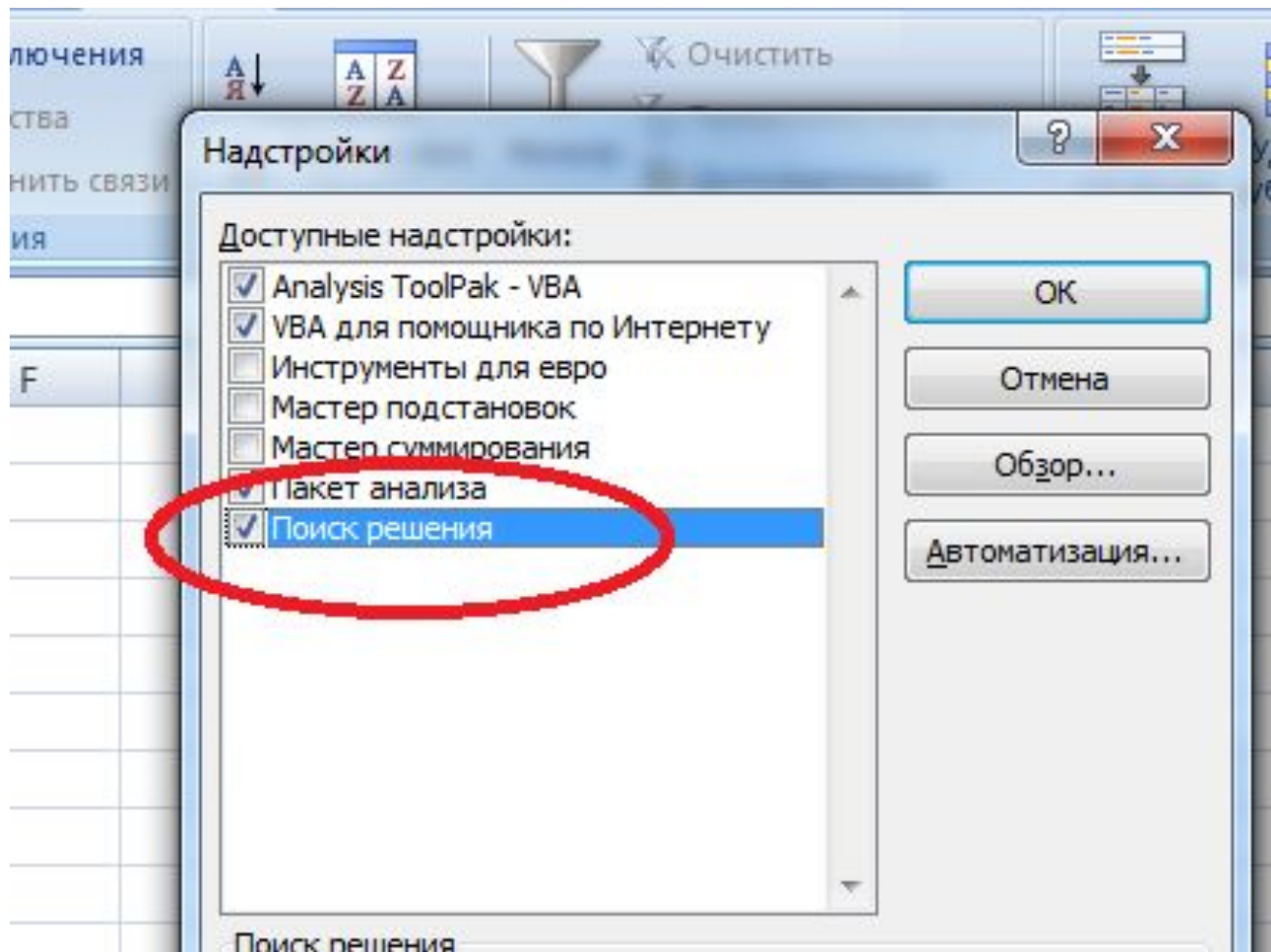
Обзор...

Автоматизация...

Analysis ToolPak - VBA

Функции VBA для работы пакета анализа

Поиск решения - ОК



Книга1 - Microsoft Excel

Данные

Рецензирование

Вид

Подключения

Свойства

Изменить связи

очения



Сортировка



Фильтр



Очистить



Применить повторно



Дополнительно

Сортировка и фильтр



Текст по
столбцам



Удалить
дубликаты



Проверка данных



Консолидация



Анализ "что-если"

Работа с данными



Группировать



Разгруппировать



Промежуточные итоги

Структура



Анализ данных



Поиск решения

Анализ

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

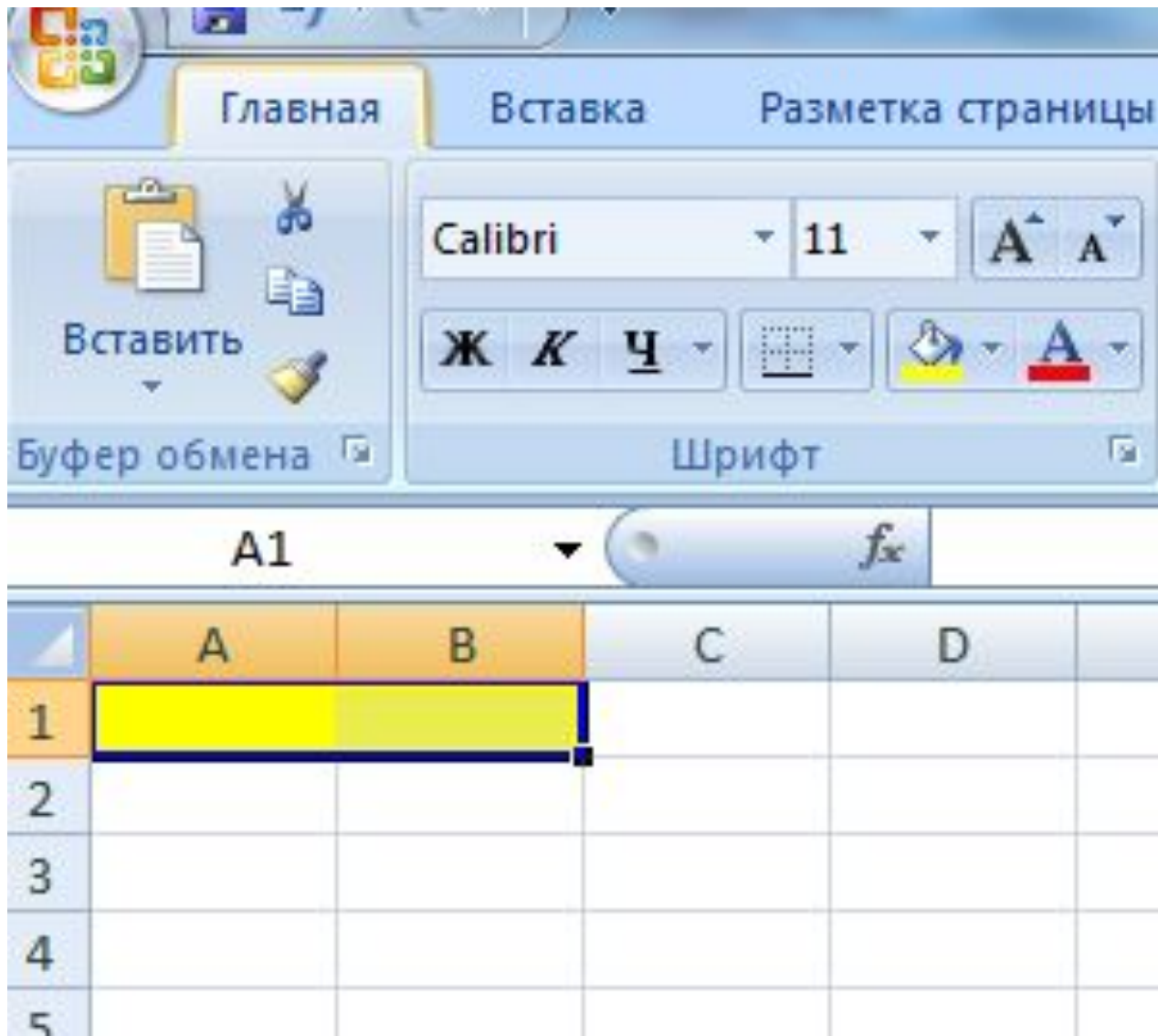
Q

R

S

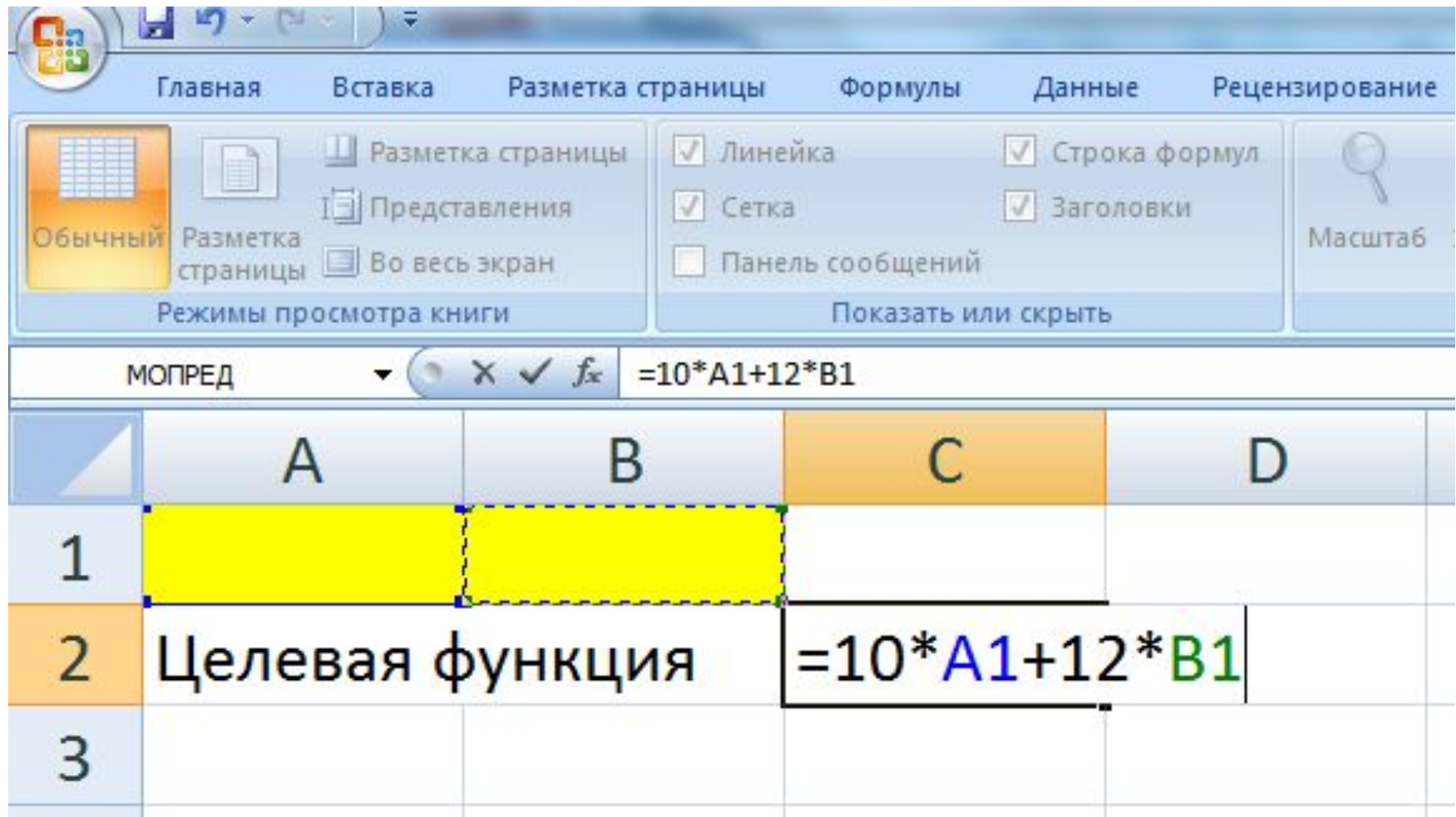
T

Введение данных: Резервируются ячейки неизвестных (переменных)

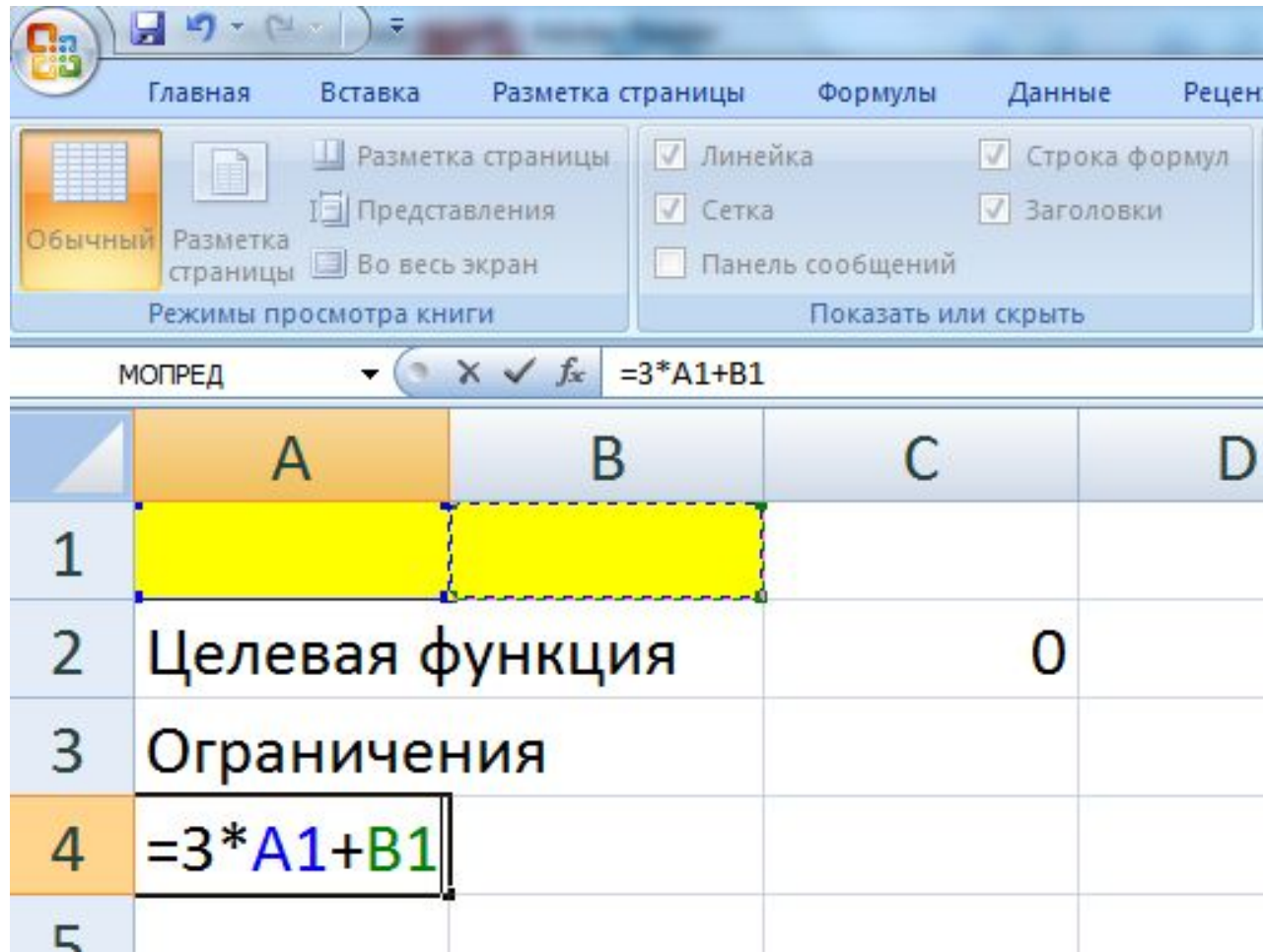


Введение данных: формула целевой функции

$$F(X) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \min$$

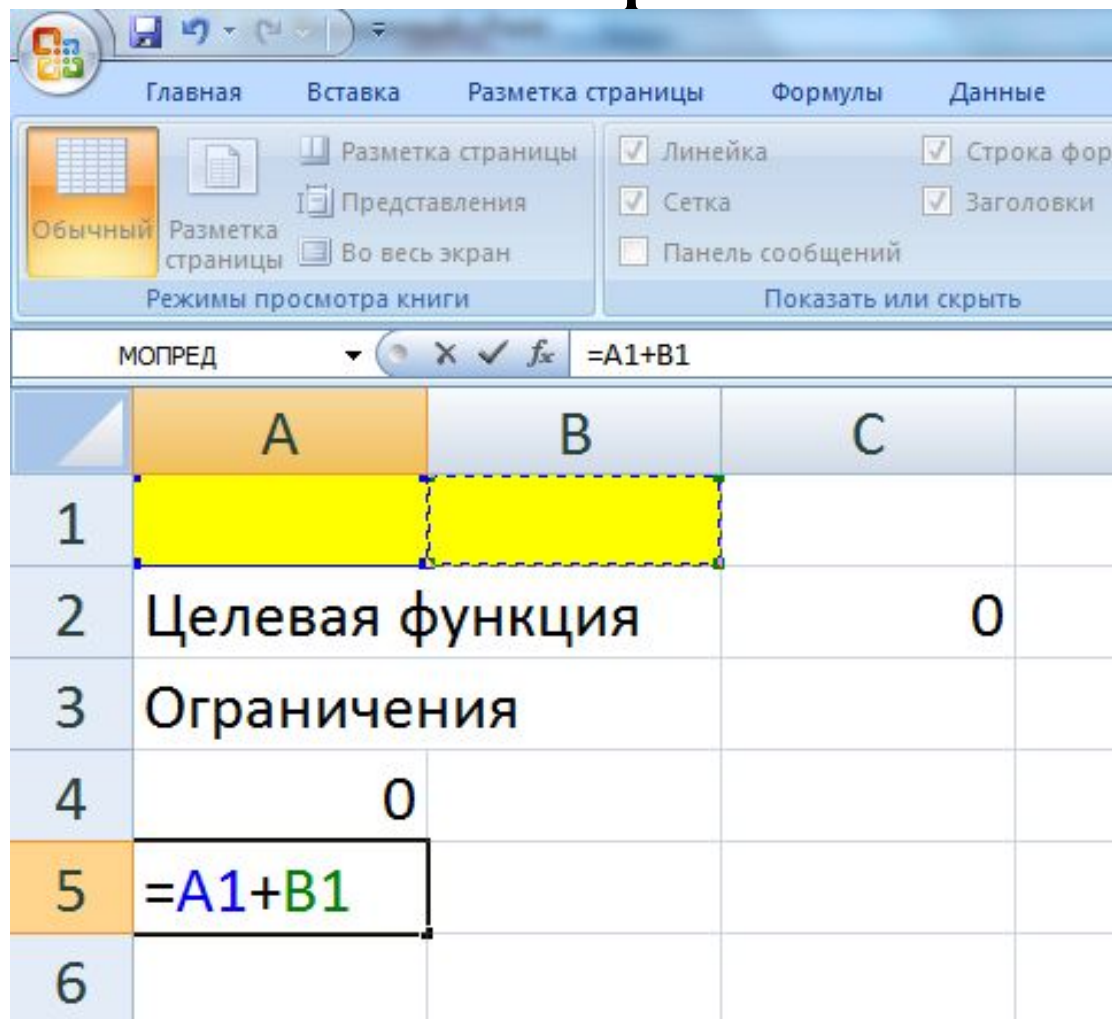


Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений



$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

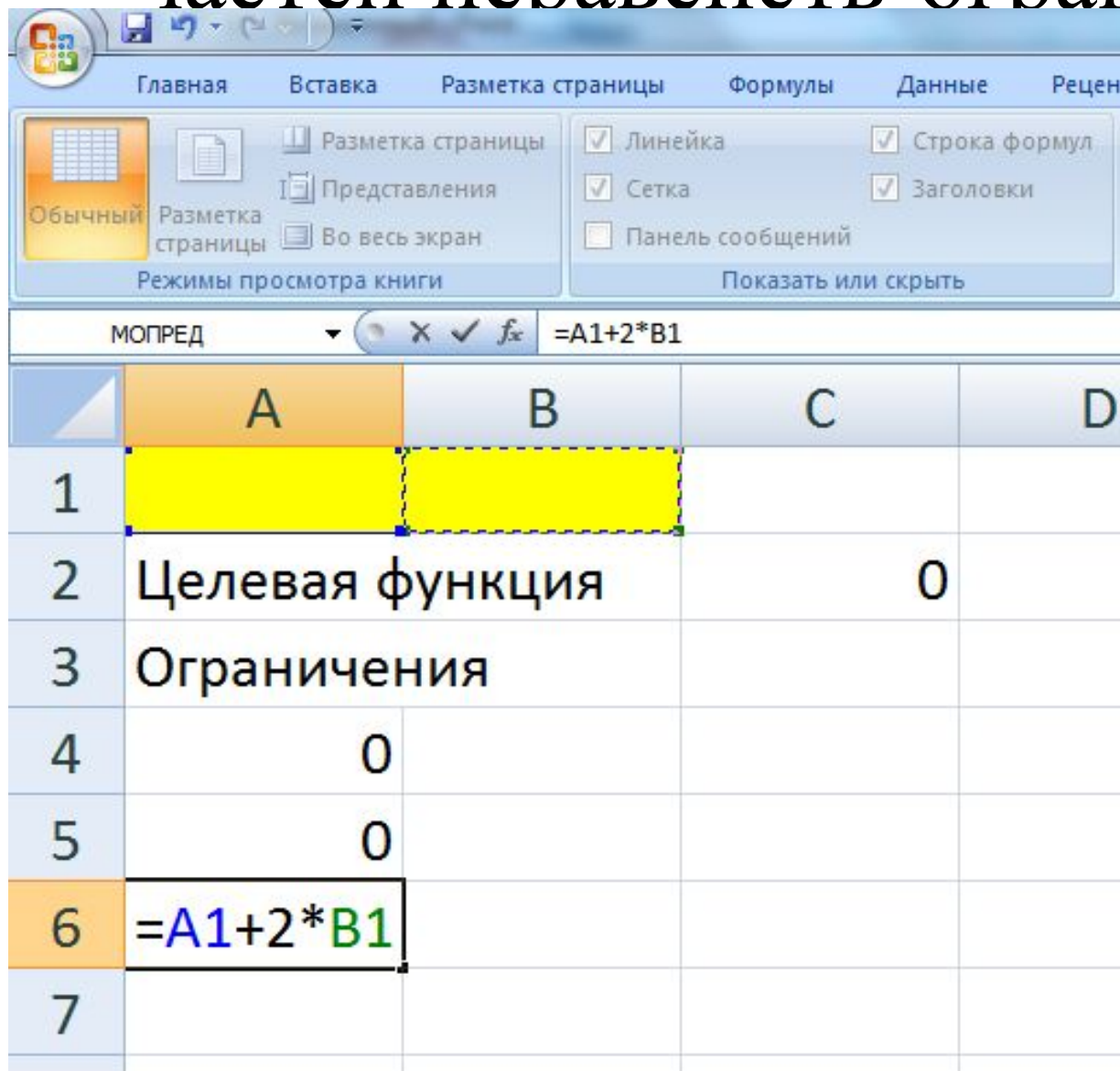
Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений



	A	B	C
1			
2	Целевая функция		0
3	Ограничения		
4		0	
5	=A1+B1		
6			

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Введение данных: формулы левых частей неравенств-ограничений



$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Введение данных: значения правых частей неравенств-ограничений

	A	B	C
1			
2	Целевая функция		0
3	Ограничения		
4	0	90	
5	0	70	
6	0	90	
7			
8			

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$

Решение с помощью «Поиск решения»

Поместить курсор в ячейку с формулой целевой функции.

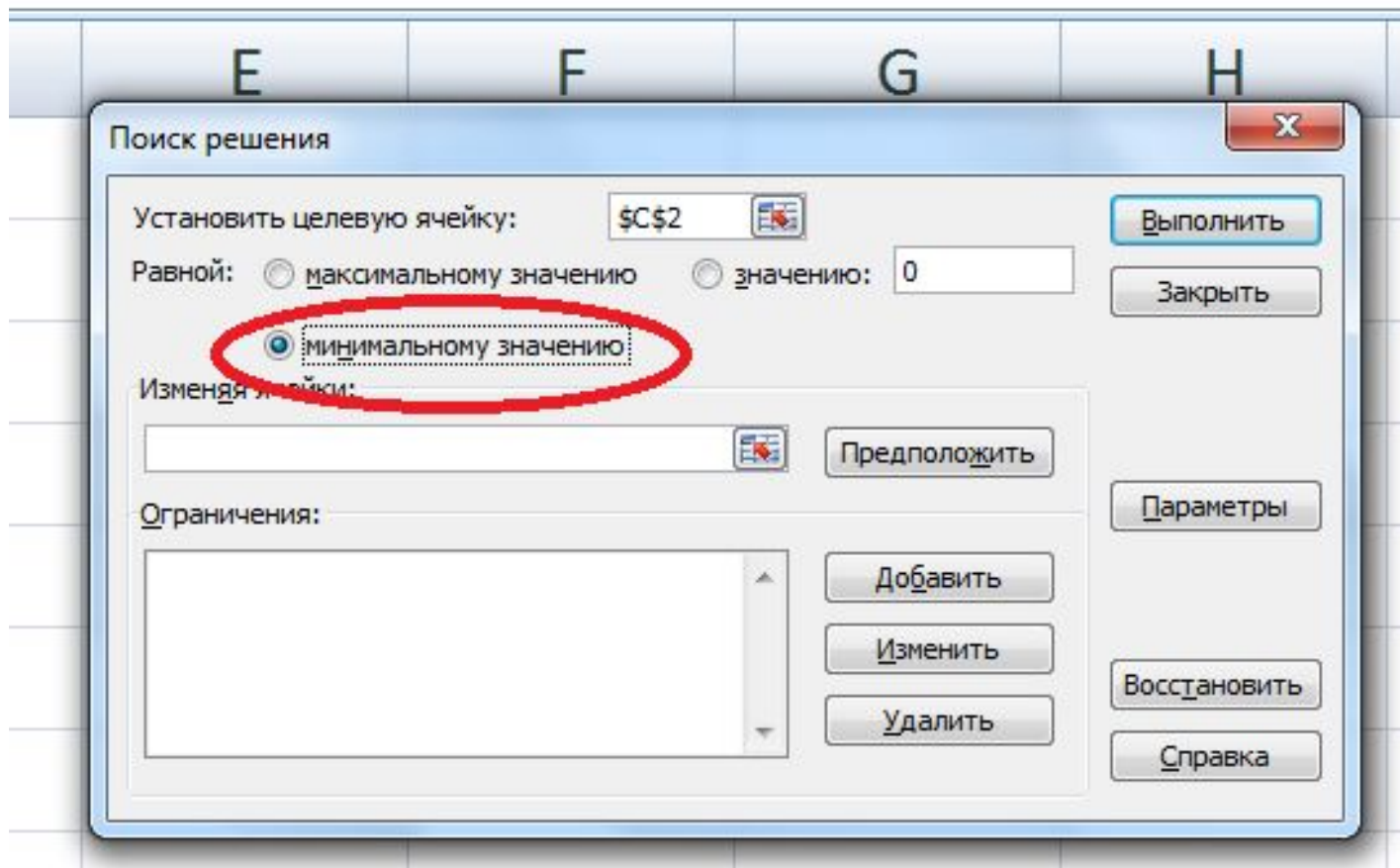
Excel interface showing the 'Поиск решения' (Solver) dialog box. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Целевая функция		0					
3	Ограничения							
4		0	90					
5		0	70					
6		0	90					
7								
8								

The 'Поиск решения' (Solver) dialog box is open, showing the target cell 'C2' and the objective 'максимальному значению' (maximize). The 'Изменяя ячейки:' (Changing Variable Cells) field is empty. The 'Ограничения:' (Constraints) field is empty. The 'Выполнить' (Solve) button is highlighted.

Решение с помощью «Поиск решения»

Указать нужный вид экстремума



Решение с помощью «Поиск решения»

Ввести ячейки неизвестных

A1 J= =10*A1+12*B1

	A	B	C	D	E	F
Целевая функция			0			
Ограничения						
	0	90				
	0	70				
	0	90				

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☐ максимальному значению ☐ значен

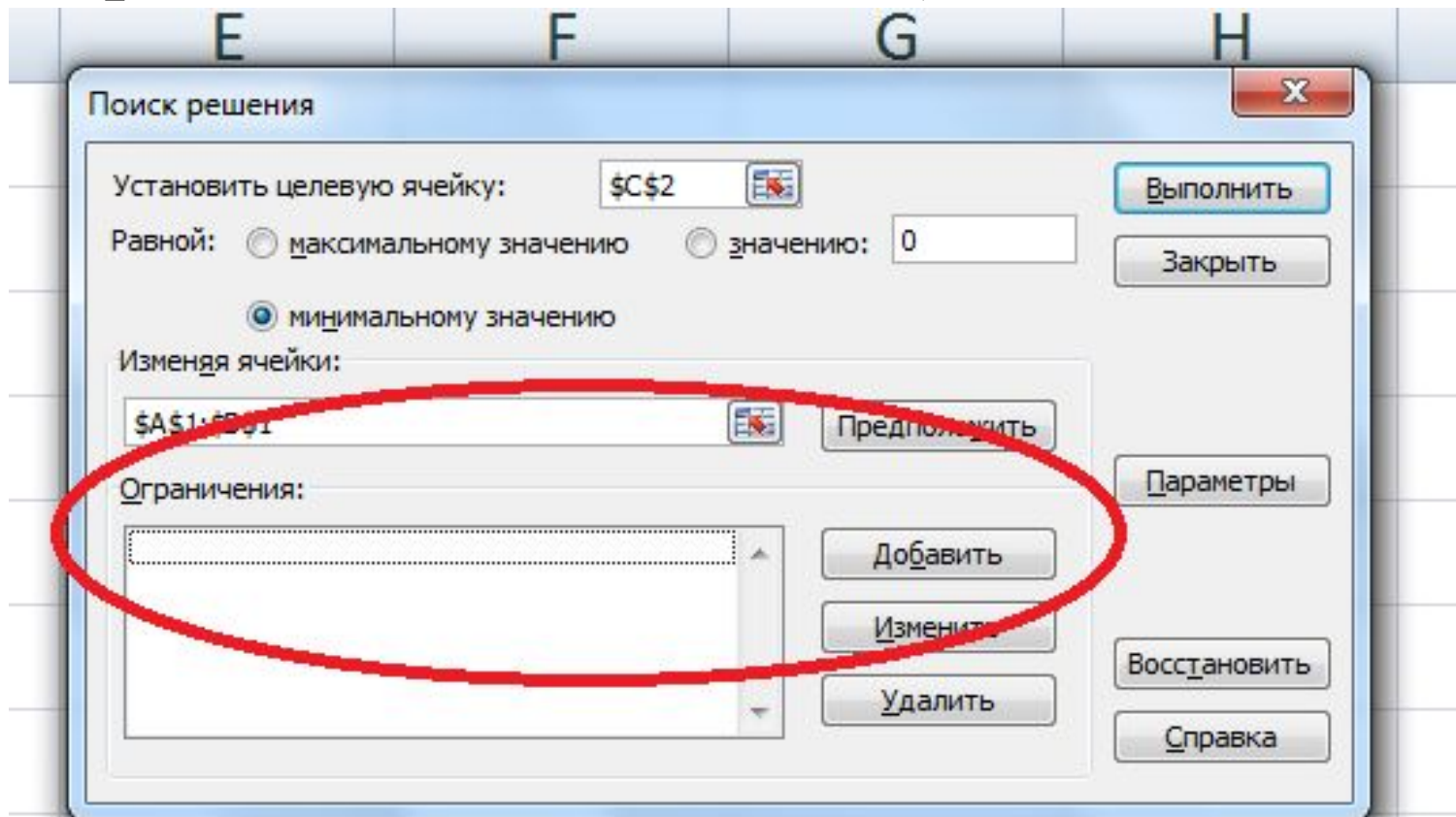
☒ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Решение с помощью «Поиск решения»

Ввести ограничения (щелкнуть окно»
ограничения» – добавить)



Решение с помощью «Поиск решения»

Указать ячейки формул левых частей
ограничений в окне ссылка на ячейку

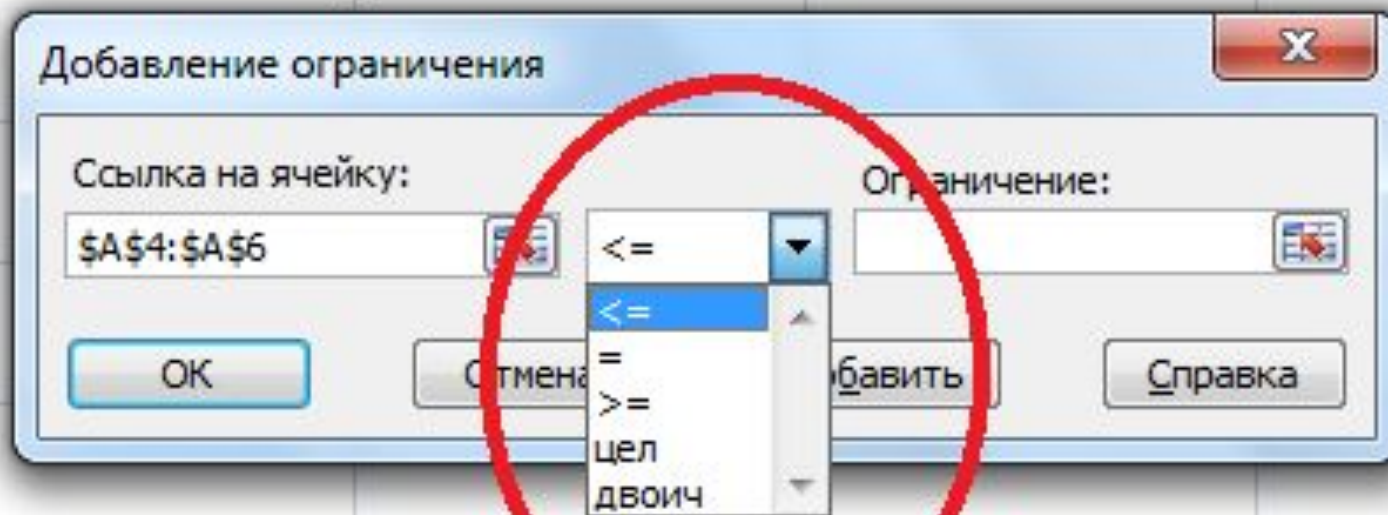
2	Целевая функция	0	
3	Ограничения		
4		0	90
5		0	70
6		0	90
7			

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку:  Ограничение: 

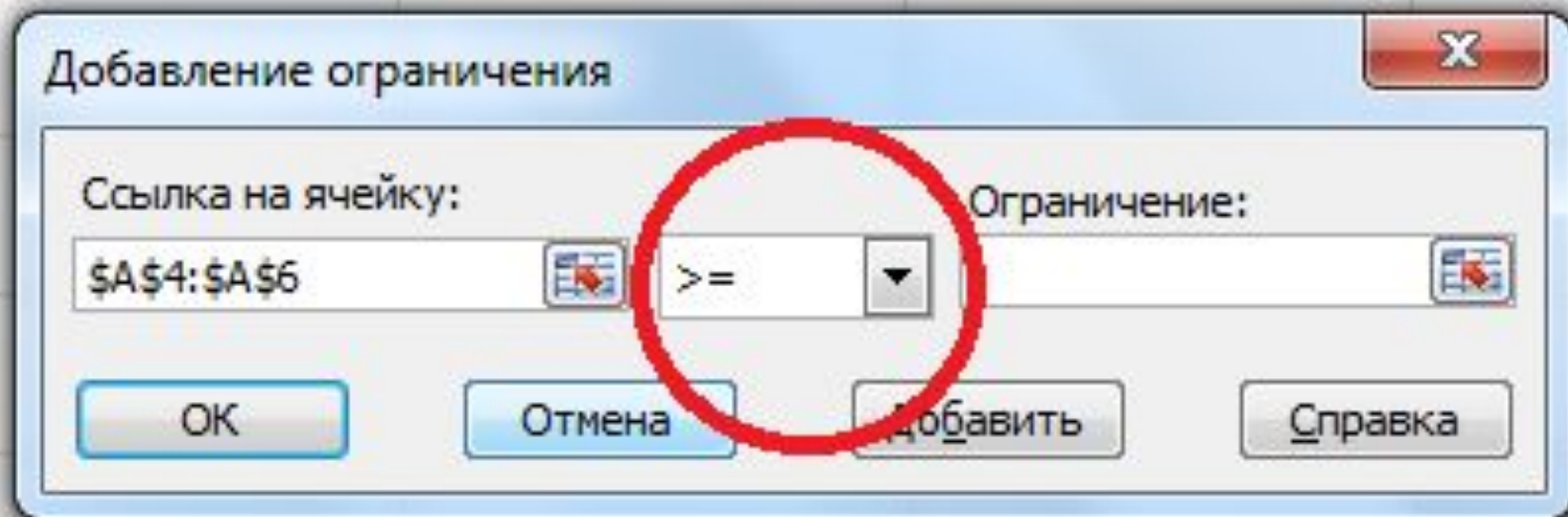
Решение с помощью «Поиск решения»

Установить знак неравенства



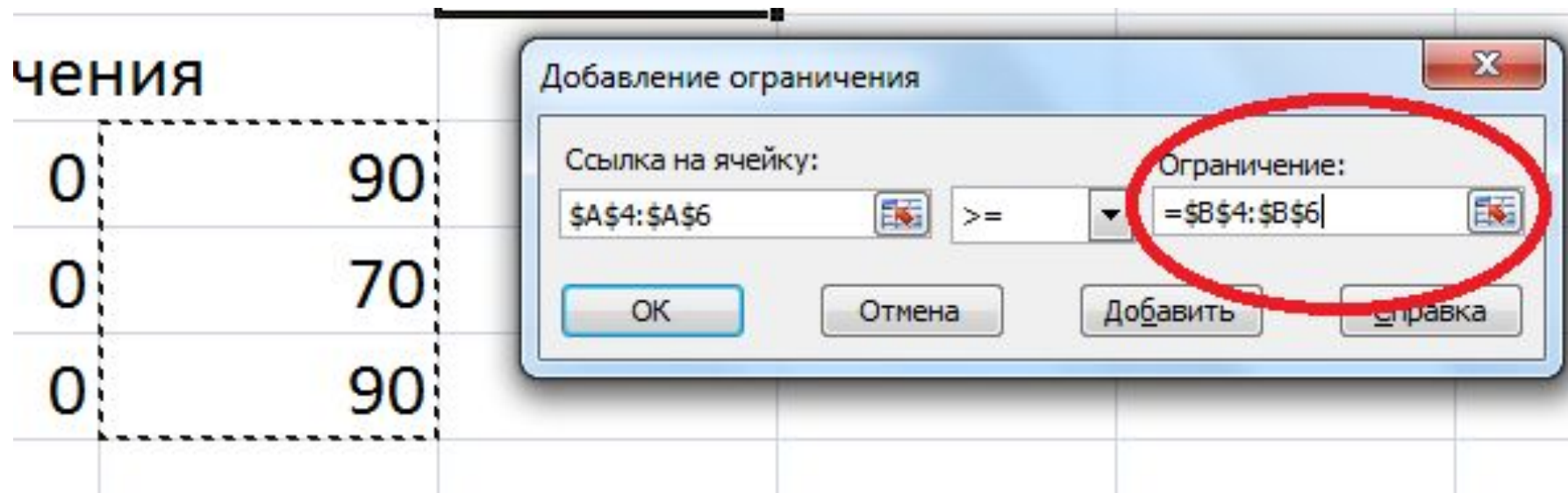
Решение с помощью «Поиск решения»

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 90; \\ x_1 + x_2 \geq 70; \\ x_1 + 2x_2 \geq 90 \end{cases}$$



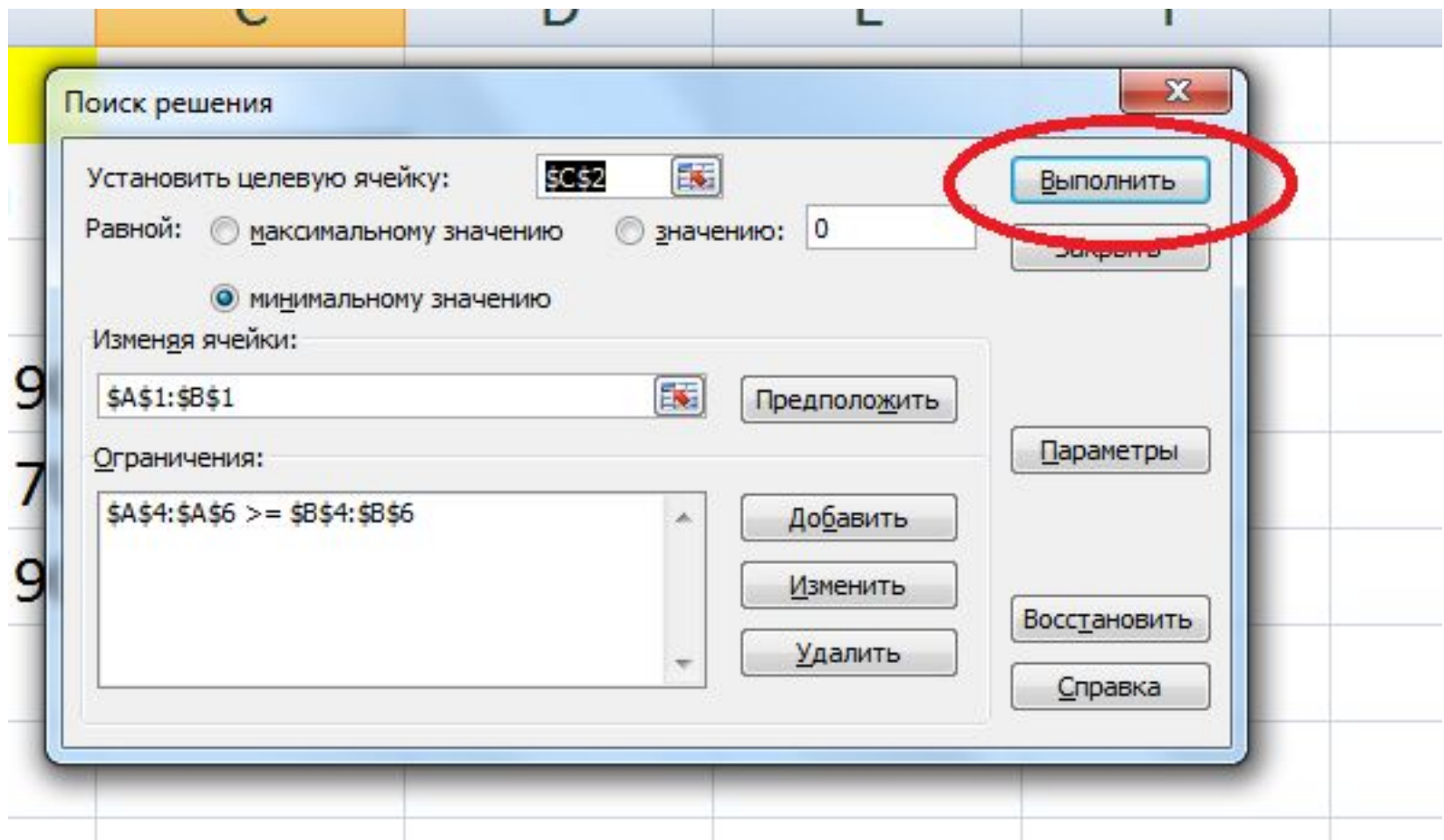
Решение с помощью «Поиск решения»

Указать ячейки правых частей ограничений в
окне Ограничение - ОК



Решение с помощью «Поиск решения»

Выполнить (Найти решение)



Решение с помощью «Поиск решения»

Сохранить найденное решение – ОК

	A	B	C	D	E	F
1	50	20				
2	Целевая функция		740			
3	Ограничения					
4	170	90				
5	70	70				
6	90	90				
7						
8						

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета

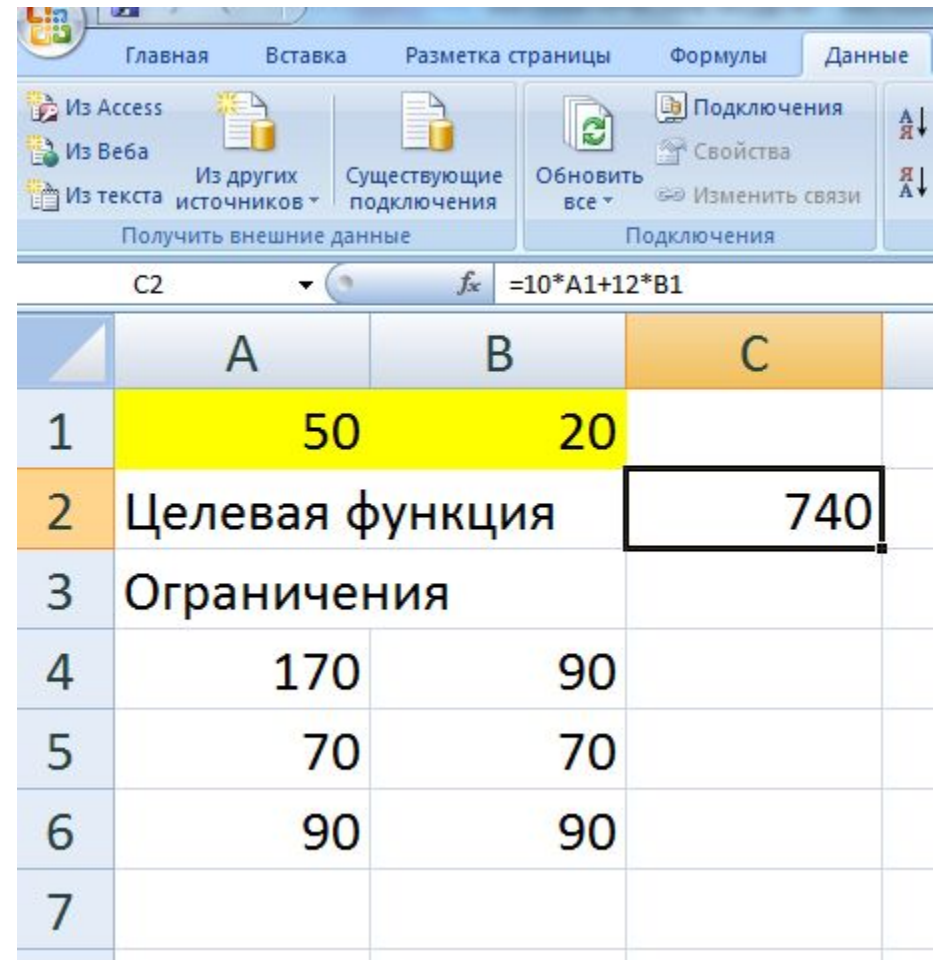
☒ Сохранить найденное решение

☐ Восстановить исходные значения

ОК Отмена Сохранить сценарий... Справка

Решение с помощью «Поиск решения»

Ответ: в рацион необходимо включить 50 кг продукта 1 и 20 кг продукта 2. При этом стоимость рациона (минимальная при заданных ограничениях) будет равна 740 у.е.



	А	В	С
1	50	20	
2	Целевая функция		740
3	Ограничения		
4	170	90	
5	70	70	
6	90	90	
7			