

В

В прямоугольном параллелепипеде

Прототип задания В9 (№ 245359) - В9 (№ 245363)

С №1 по № 5 в открытом банке заданий о математике

2011 год



Содержание

1 Аналогичные задания прототипа задания В11(№ 245359)

2 Задание В9 1.1 1.1 1.2 1.1 1.2
1.3

3 Аналогичные задания прототипа задания В9 (№ 245360)

4 Задание В9 2.1 2.1 2.2 2.1 2.2
2.3

5 Аналогичные задания прототипа задания В9 (№ 245361)

Задание В9 Задание В9 Задание В9
3.1 Задание В9 3.1 3.2 Задание В9 3.1 3.2 3.3

▶ Аналогичные задания прототипа задания В9 (№ 245362)

1.1 Прототип задания В9 (№ 245359)

- Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=3$.

Теоретические сведения

$\triangle AA_1C$ - прямоугольный

$$(A_1C)^2 = (AA_1)^2 + (AC)^2$$

Из $\triangle ABC$ по теореме Пифагора

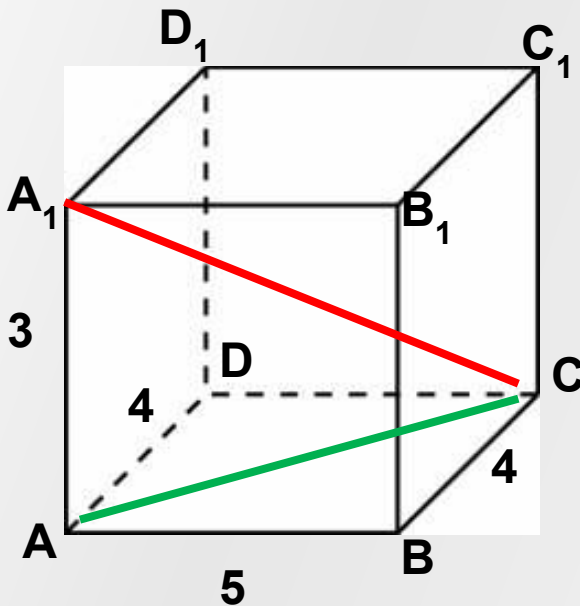
$$(AC)^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$(AC)^2 = 5^2 + 4^2 \quad (AC)^2 = 25 + 16 = 41$$

$$(A_1C)^2 = 9 + 16 + 25 \quad (A_1C)^2 = 50$$

Из $\triangle AA_1C$ по теореме Пифагора

$$(A_1C)^2 = (AA_1)^2 + (AC)^2 = 9 + 41 = 50$$



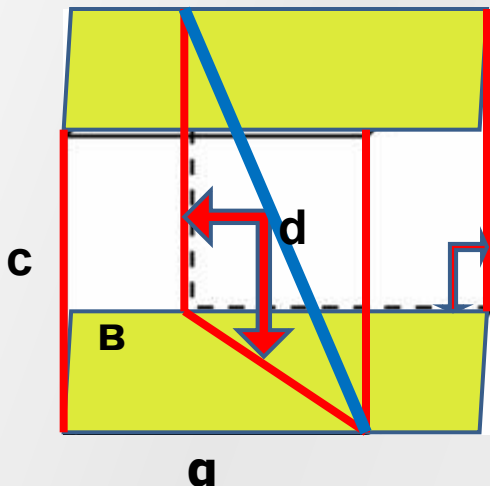
Ответ: 50

[Вернуться к содержанию](#)



Теоретические сведения

- Прямоугольным параллелепипедом называется прямой параллелепипед, основания которого – прямоугольники.
- Прямой параллелепипед- это параллелепипед, боковые ребра которого перпендикулярны к плоскостям основания



Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



1.2 Задание В9 (№ 270577) Прототип Прототип (№ 245359)

- Найдите квадрат расстояния между вершинами В и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=3$, $AA_1=6$.

$$(BD_1)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$$

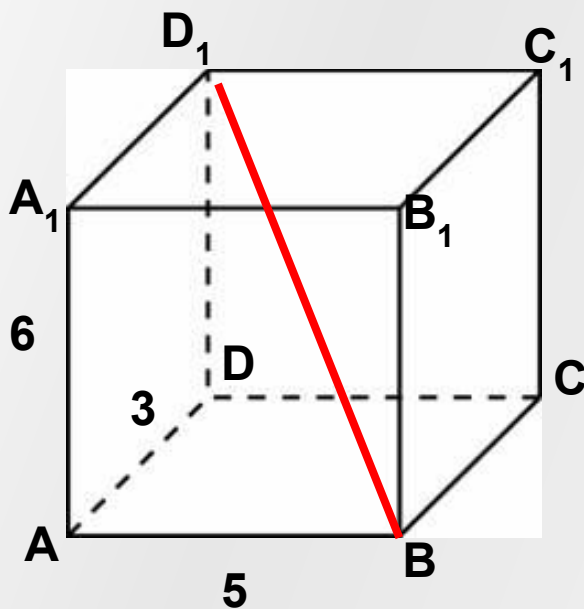
Теоретические сведения

$$(BD_1)^2 = (5)^2 + (3)^2 + (6)^2$$

$$(BD_1)^2 = 25 + 9 + 36$$

$$(BD_1)^2 = 70$$

Ответ: 70



[Вернуться к содержанию](#)



1.3 Задание В9 (№ 271063) Прототип (№ 245359)

- Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=3$, $AD=5$, $AA_1=5$.

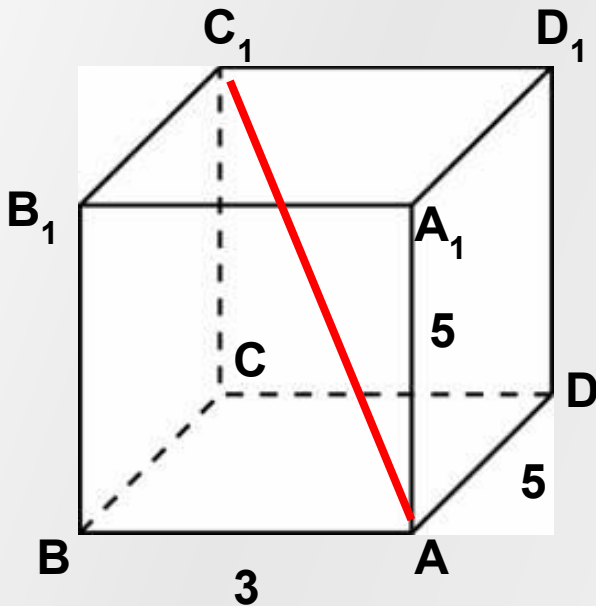
$$(AC_1)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$$

$$(AC_1)^2 = (3)^2 + (5)^2 + (5)^2$$

$$(AC_1)^2 = 9 + 25 + 25$$

$$(AC_1)^2 = 59$$

Ответ: 59

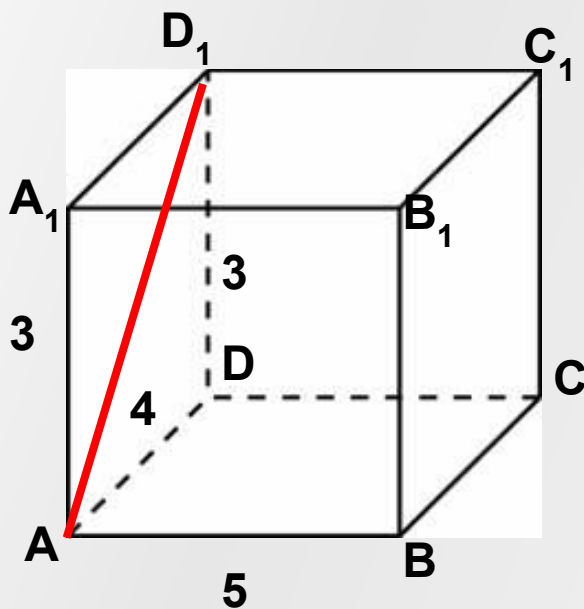


[Вернуться к содержанию](#)



2.1 Прототип задания В9 (№ 245360)

- Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=3$.



AD принадлежит плоскости AA_1D_1D

AA_1D_1D - прямоугольник

Следовательно $\triangle ADD_1$ - прямоугольный

По теореме Пифагора:

$$(AD_1)^2 = (AD)^2 + (DD_1)^2$$

$$(AD_1)^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$(AD_1)^2 = 16 + 9$$

$$(AD_1)^2 = 25$$

$$AD_1 = 5$$

Ответ: 5

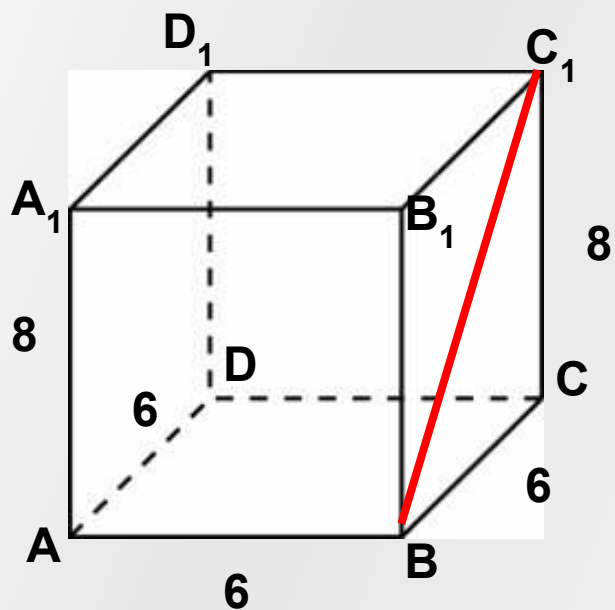
[Вернуться к содержанию](#)



2.2 Задание В9 (№ 271073)

Прототип (№ 2453)
Прототип (№ 2453)
Прототип (№ 2453)
Прототип (№ 2453)

- Найдите расстояние между вершинами B и C_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 6$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$.



BB_1C_1C - прямоугольник

Следовательно $\triangle BCC_1$ - прямоугольный

По теореме Пифагора:

$$(BC_1)^2 = (BC)^2 + (CC_1)^2$$

$$(BC_1)^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$(BC_1)^2 = 36 + 64$$

$$(BC_1)^2 = 100$$

$$BC_1 = 10$$

Ответ: 10

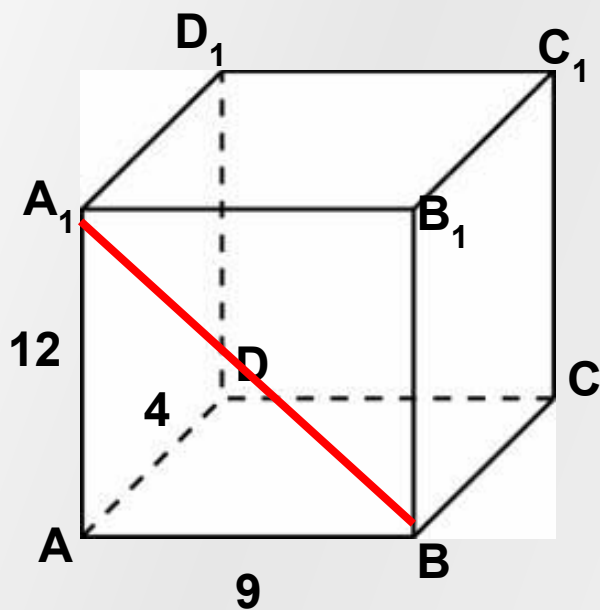
[Вернуться к содержанию](#)



2.3 Задание В11 (№ 271567)

Прототип Прототип
(№ 2453) Прототип (№
245360) Прототип (№
245360)

- Найдите расстояние между вершинами B и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 9$,
- $AD = 4$, $AA_1 = 12$. Из прямоугольного $\triangle BAA_1$ по теореме Пифагора



$$BA_1 = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225}$$

$$BA_1 = 15$$

Ответ: 15

[Вернуться к содержанию](#)



3.1 Прототип задания В11 (№ 245361)

■ Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах.

AD — проекция наклонной AD_1 на плоскость $ABCD$

AD перпендикулярна AB , следовательно

AD_1 перпендикулярна AB по теореме о трех перпендикулярах

Теоретическая сведения

$\triangle ABD_1$ прямоугольный

$$1. \cos \beta = \frac{AB}{D_1B} \quad \text{или} \quad 2. \operatorname{tg} \beta = \frac{D_1A}{AB}$$

1. D_1B — диагональ прямоугольного параллелепипеда

2. D_1A — гипотенуза прямоугольного $\triangle AD_1D$
 $(D_1B)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$; $(D_1B)^2 = (5)^2 + (4)^2 + (3)^2$

$$(D_1B)^2 = 50 + 25 + 9 = 84; \quad D_1B = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

$$\cos \beta = \frac{AB}{D_1B} = \frac{5}{2\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{4.2}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{D_1A}{AB} = \frac{5}{5} = 1 \quad \beta = 45^\circ$$

3. $D_1A = AB = 5$

$\triangle ABD_1$ — прямоугольный и равнобедренный

Ответ: 45

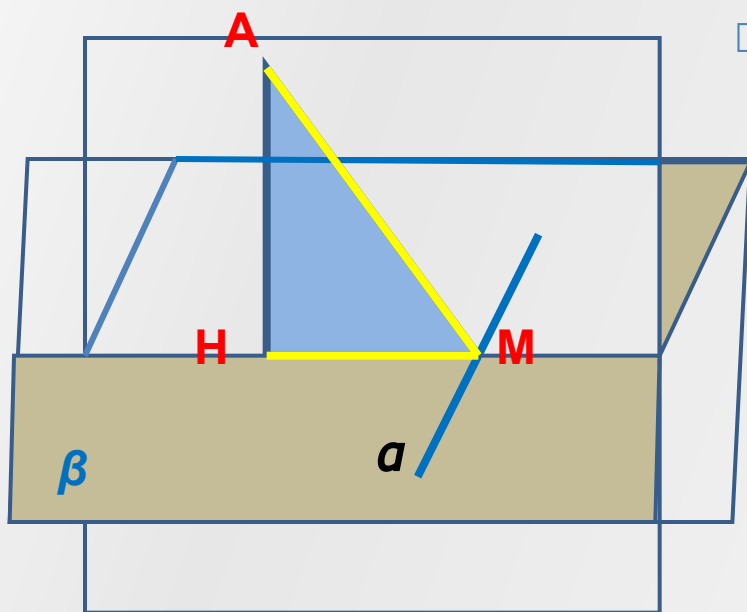
[Вернуться к содержанию](#)



Теоретические сведения

Теореме о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной



- Прямая a , проведенная в плоскости β через точку M перпендикулярно к MH (проекция наклонной), перпендикулярна AM (наклонной)



3.2 Задание В9 (№ 271575)

Прототип (№ 24536)
Прототип (№ 24536)
Прототип (№ 24536)

- Найдите угол $\angle AC_1B_1$ прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=15$, $AD=17$, $AA_1=8$. Ответ дайте в градусах.

$AC_1 \perp A_1B_1$, следовательно $BC_1 \perp A_1B_1$ по теореме о трех перпендикулярах

Теоретическая сведения

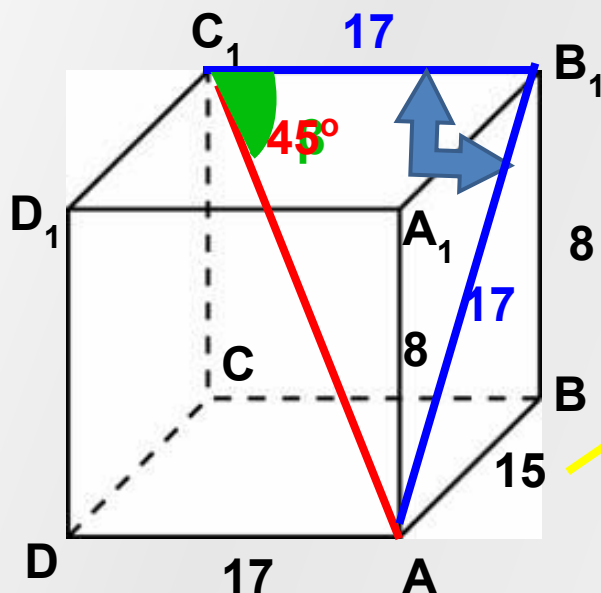
$\triangle AB_1C_1$ – прямоугольный.

$$C_1B_1 = 17$$

$(AB_1)^2 = (15)^2 + (8)^2$ по теореме Пифагора из $\triangle ABB_1$

$$AB_1 = 17$$

$\triangle AB_1C_1$ прямоугольный и равнобедренный
 $\beta = 45^\circ$



Ответ: 45

[Вернуться к содержанию](#)



3.3 Задание В9 (№ 271811)

[Прототип](#) [Прототип](#)
(№ 2453) [Прототип](#) (№
24536) [Прототип](#) (№
245361)

- ▢ Найдите угол B_1DD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=12$, $AD=9$, $AA_1=15$.
Ответ дайте в градусах.

Достроим прямоугольный треугольник B_1DD_1

$$(D_1B_1)^2 = (12)^2 + (9)^2 = 144 + 81 = 225$$

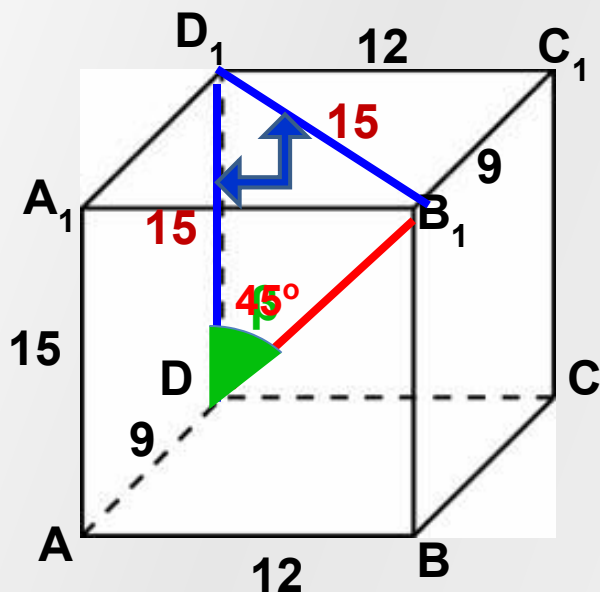
Или увидеть, что $B_1D_1C_1$ - египетский, т.е.
Стороны относятся как $3:4:5 = 9:12: D_1B_1$.

$$D_1B_1 = 15$$

По условию $DD_1 = 15$

$\triangle B_1DD_1$ - прямоугольный и равнобедренный

Следовательно $\angle B_1DD_1 = 45^\circ$



Ответ: 45

[Вернуться к содержанию](#)



4.1

Прототип задания В9 (№ 245362)

- Найдите угол C_1BC прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=4$. Ответ дайте в градусах.

Угол C_1BC принадлежит плоскости прямоугольника BB_1C_1C

ΔC_1BC прямоугольный и равнобедренный

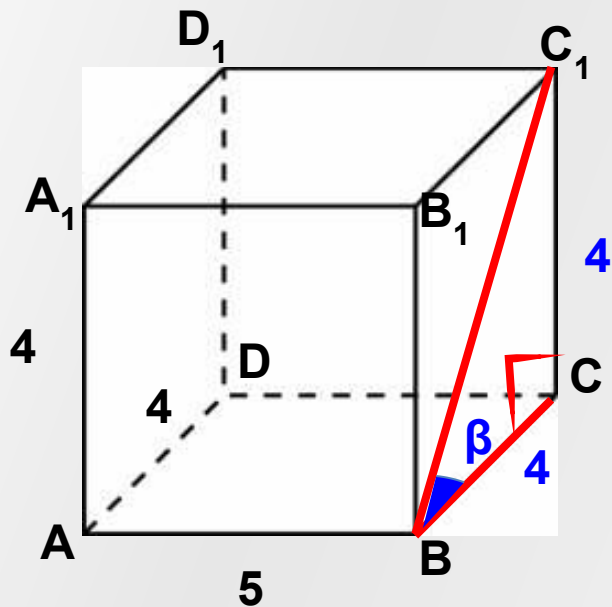
Следовательно угол β равен 45°

$$U_3 \triangleq C_1 BC$$

$$tg\beta = \frac{C_1C}{BC} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\beta = 45^\circ$$

Ответ: 45



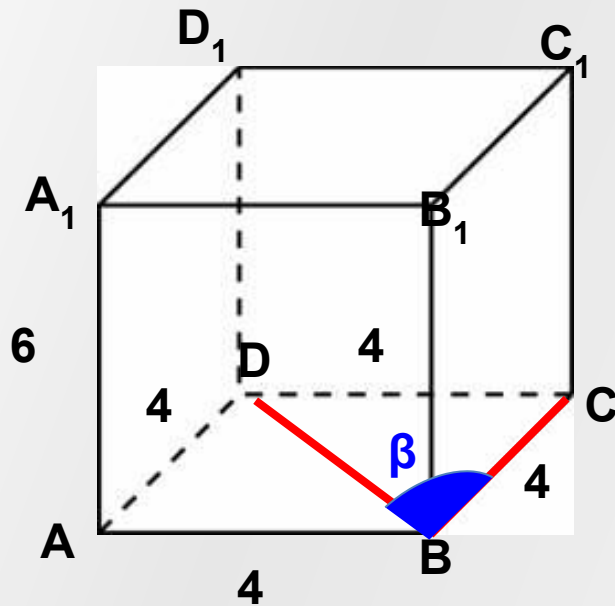
[Вернуться к содержанию](#)



4.2 Задание В9 (№ 271813) Прототип Прототип (№ 2453) Прототип (№ 245362) Прототип (№ 245362)

- Найдите угол CBD прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 4$, $AD = 4$, $AA_1 = 6$. Ответ дайте в градусах.

$\triangle CBD$ прямоугольный и равнобедренный



$$\angle CBD = 45^\circ$$

Ответ: 45

[Вернуться к содержанию](#)



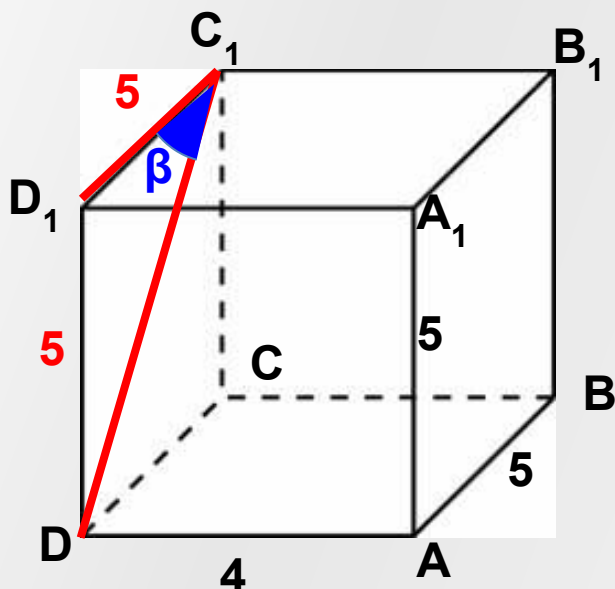
4.3 Задание В9 (№ 271817)

[Прототип](#) [Прототип](#)
[\(№ 2453\)](#) [Прототип \(№](#)
[245362\)](#) [Прототип \(№](#)
[245362\)](#)

- ▢ Найдите угол DC_1D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$.
Ответ дайте в градусах.

Из равнобедренного прямоугольного $\triangle DC_1D_1$

$$\angle DC_1D_1 = 45^\circ$$



Ответ: 45

[Вернуться к содержанию](#)

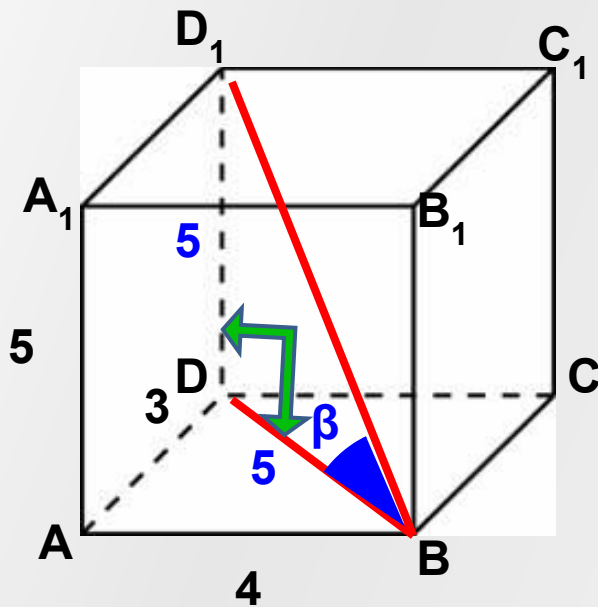


5.1 Прототип задания В9 (№ 245363)

- Найдите угол DBD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.

DD_1 перпендикулярна к плоскости основания $\Rightarrow \angle D_1DB = 90^\circ$

В прямоугольном $\triangle D_1DB$: **1.** $\operatorname{tg} \beta = \frac{DD_1}{DB}$ или **2.** $\sin \beta = \frac{DD_1}{D_1B}$



1. Из $\triangle ABD$ по теореме Пифагора:
 D_1B - диагональ прямоугольного параллелепипеда
 $DB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$$D_1B = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\sin \beta = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

3. $\triangle D_1DB$ – прямоугольный и равнобедренный

$$\beta = 45^\circ$$

Ответ: 45

[Вернуться к содержанию](#)



5.2 Задание В9 (№ 272313)

[Прототип](#) [Прототип](#)
(№ 2453) [Прототип](#) (№
245363) [Прототип](#) (№
245363)

- Найдите угол $\angle BD_1B_1$ прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 12$, $AD = 9$, $AA_1 = 15$. Ответ дайте в градусах.

$\triangle BD_1B_1$ - прямоугольный

Найдем D_1B_1 из прямоугольного $\triangle D_1B_1C_1$

$\triangle D_1B_1C_1$ – египетский. В котором
 $B_1C_1 : D_1C_1 : D_1B_1 = 3:4:5 = 9:12:15$

$$D_1B_1 = 15$$

D_1B_1 можно найти по теореме Пифагора из $\triangle D_1B_1C_1$

$$(D_1B_1)^2 = (12)^2 + (9)^2 = 144 + 81 = 225$$

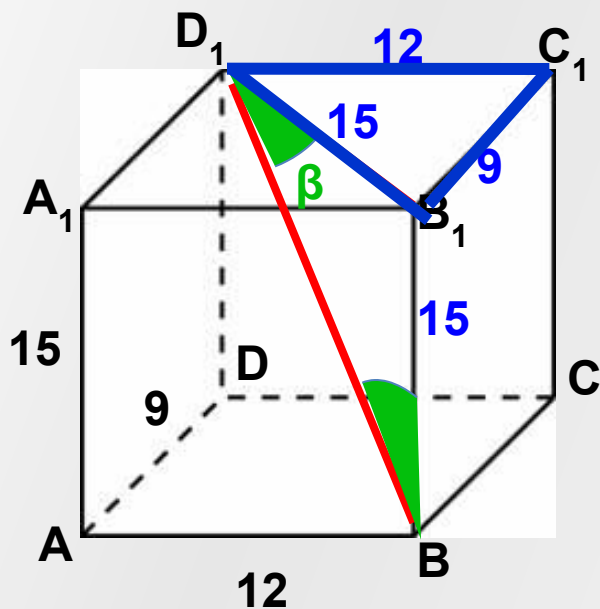
$$\text{И так } D_1B_1 = B_1B = 15$$

В прямоугольном равнобедренном $\triangle D_1B_1B$

углы при основании равны по 45°

$$\beta = 45^\circ$$

Ответ: 45



[Вернуться к содержанию](#)



5.3 Задание В9 (№ 272319)

[Прототип](#) [Прототип](#)
(№ 2453) [Прототип](#) (№
2453) [63](#) [Прототип](#) (№
2453) [63](#)

- Найдите угол AC_1B в прямоугольном параллелепипеда, для которого $AB = 13$, $AD = 12$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.

По теореме о трех перпендикулярах

Теоретические сведения

$$\angle C_1BA = 90^\circ$$

Из $\triangle C_1B_1B$

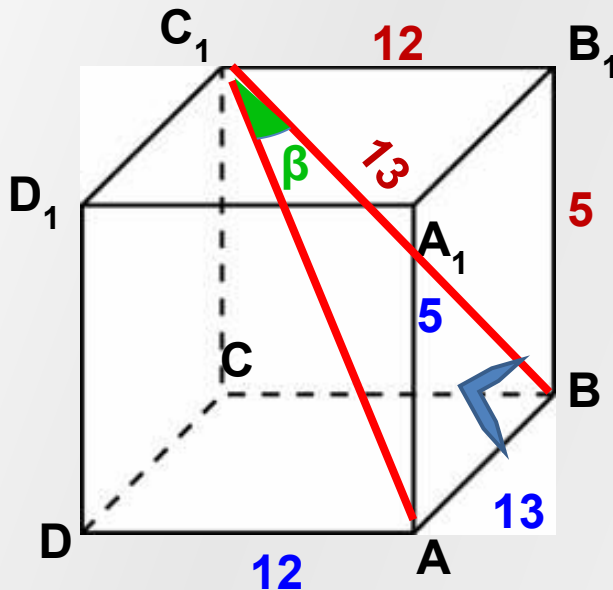
$$C_1B = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

$\triangle C_1BA$ - прямоугольный равнобедренный

В $\triangle C_1BA$ углы при основании равны по 45°

$$\beta = 45^\circ$$

Ответ: 45



[Вернуться к содержанию](#)



Работа учителя математики Зениной Алевтины Дмитриевны

2011год



Скоро ЕГЭ!

▣ Еще есть время подготовиться!

