

Способы задания автоматов

Табличный способ задания автомата Милли

Таблица переходов

$x \backslash s$...	s_i	...
.			
.			
.			
x_k		$\delta(s_i, x_k)$	
.			
.			
.			

Таблица выходов

$x \backslash s$...	s_i	...
.			
.			
.			
x_k		$\lambda(s_i, x_k)$	
.			
.			
.			

Графовый способ задания автомата Мили

- Автомат представляется ориентированным графом
 - вершины графа соответствуют состояниям автомата, а дуги – переходам из состояния в состояние.
 - каждая вершина помечается обозначением состояния
 - на каждой дуге указывается пометка вида: ВХОДНЫХ СИГНАЛ/ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ.

Пример

$$X = \{x1, x2\}, Y = \{y1, y2\}, S = \{s1, s2, s3\}$$

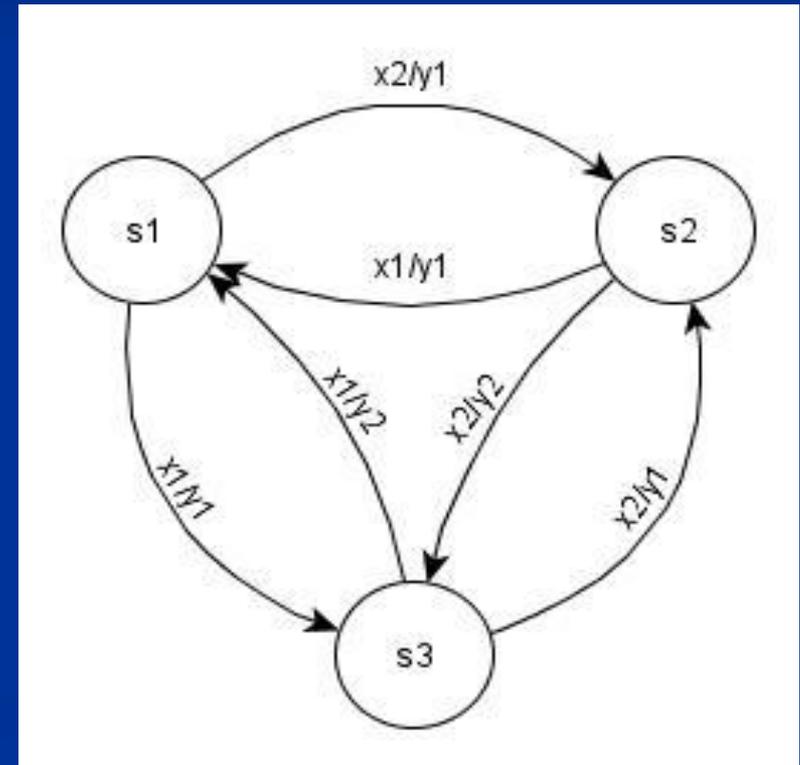
Таблица переходов

$x \backslash s$	s_1	s_2	s_3
x_1	s_3	s_1	s_1
x_2	s_2	s_3	s_2

Таблица выходов

$x \backslash s$	s_1	s_2	s_3
x_1	y_1	y_1	y_2
x_2	y_1	y_2	y_1

Граф автомата



Пример автомата

- $X = \{\text{положительный стимул (1), отрицательный стимул (0)}\}$
- $Y = \{\text{есть реакция(1), нет реакции (0)}\}$
- $S = \{\text{есть реакция на последний положительный стимул (1), нет реакции на последний положительный стимул (0)}\}$.
- Функция $\lambda: X \times S \rightarrow Y$
 - $0,0 \rightarrow 0$
 - $0,1 \rightarrow 0$
 - $1,0 \rightarrow 1$
 - $1,1 \rightarrow 0$
- Функция $\delta: X \times S \rightarrow S$
 - $0,0 \rightarrow 0$
 - $0,1 \rightarrow 1$
 - $1,0 \rightarrow 1$
 - $1,1 \rightarrow 0$

Пример

Таблица переходов

x\s	0	1
0	0	1
1	1	0

+

Таблица выходов

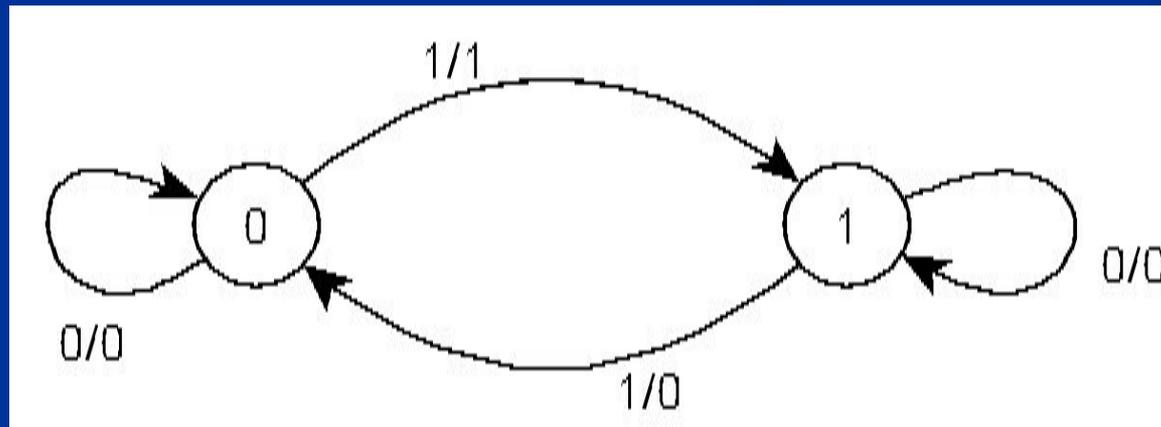
x\s	0	1
0	0	0
1	1	0

=

Таблица переходов-
ВЫХОДОВ

x\s	0	1
0	0/0	1/0
1	1/1	0/0

Граф автомата



Табличный способ задания автомата Мура

Таблица переходов-выходов

	...	$\lambda(s_i, x_k)$...
$x \setminus s$...	s_i	...
.			
.			
.			
x_k		$\delta(s_i, x_k)$	
.			
.			
.			

Графовый способ задания автомата Мура

- Автомат представляется ориентированным графом
 - вершины графа соответствуют состояниям автомата, а дуги – переходам из состояния в состояние.
 - каждая вершина помечается обозначением состояние/выходной сигнал
 - на каждой дуге указывается входных сигнал.

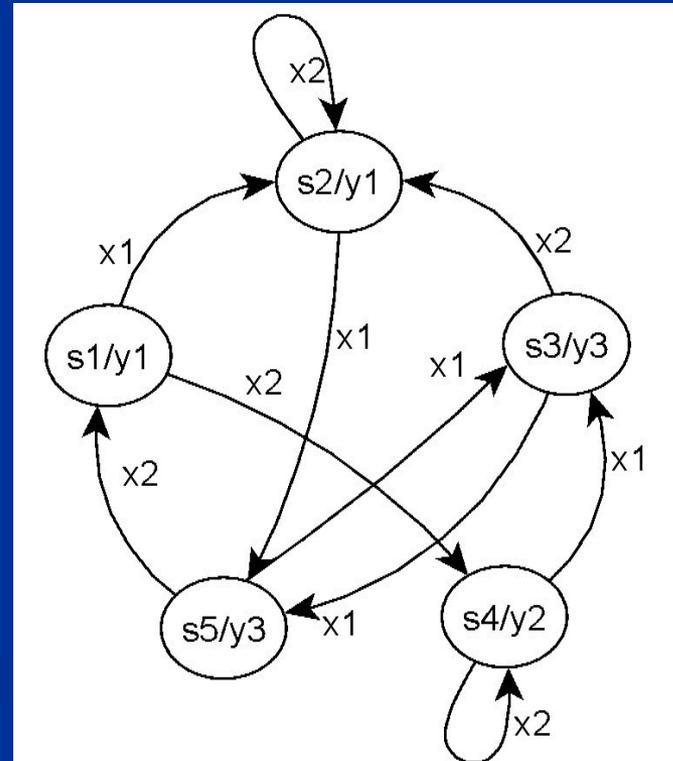
Пример

$$X = \{x_1, x_2\}, Y = \{y_1, y_2, y_3\}, S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$$

Таблица переходов-
ВЫХОДОВ

	y₁	y₁	y₃	y₂	y₃
x \ s	s₁	s₂	s₃	s₄	s₅
x₁	s ₂	s ₅	s ₅	s ₃	s ₃
x₂	s ₄	s ₂	s ₂	s ₄	s ₁

Граф автомата



Автомат для задержки двоичного сигнала на один такт

$X = \{0, 1\}$,

$Y = \{0, 1\}$.

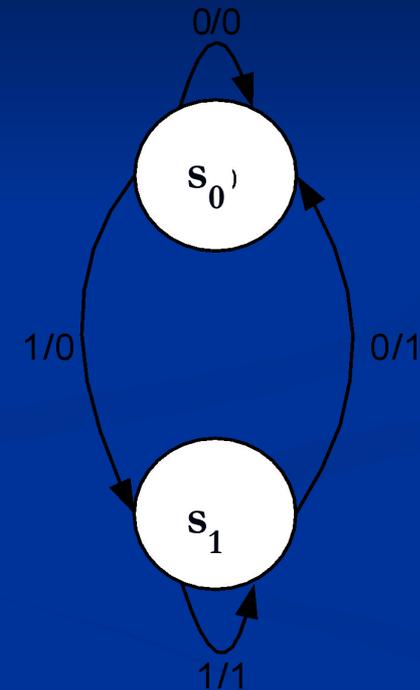
$S = \{s_0, s_1\}$, где

s_0 – состояние, в котором автомат «помнит» 0,

s_1 – состояние, в котором автомат «помнит» 1.

$x \backslash s$	s_0	s_1
0	s_0	s_0
1	s_1	s_1

$x \backslash s$	s_0	s_1
0	0	1
1	0	1



Автомат для проверки двоичной последовательности на четность

$X = \{0, 1\}$,

$Y = \{0, 1\}$, где

0 - четное количество единиц на входе

1 - нечетное количество единиц на входе.

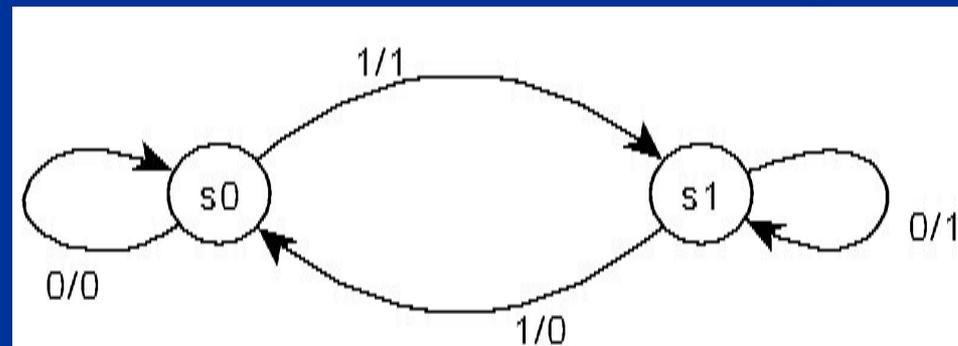
$S = \{s_0, s_1\}$, где

s_0 - состояние, в котором автомат «помнит»
что поступило четное количество единиц,

s_1 - состояние, в котором автомат «помнит»,
что поступило нечетное количество единиц

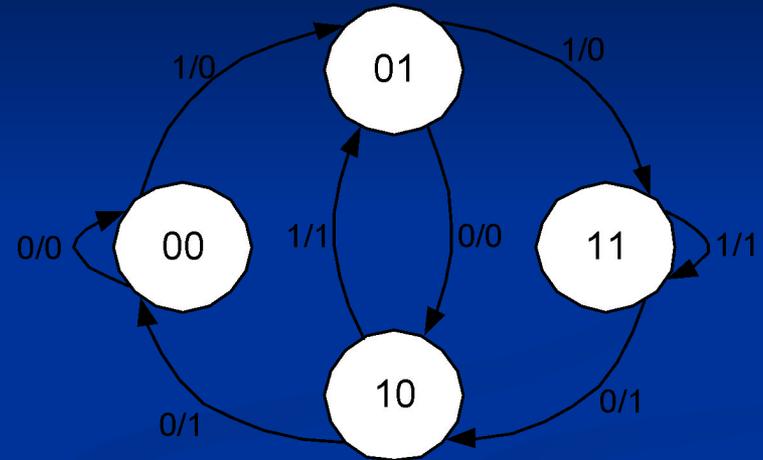
$x \backslash s$	s_0	s_1
0	s_0	s_1
1	s_1	s_0

$x \backslash s$	s_0	s_1
0	0	1
1	1	0



Автомат для задержки сигнала на два такта

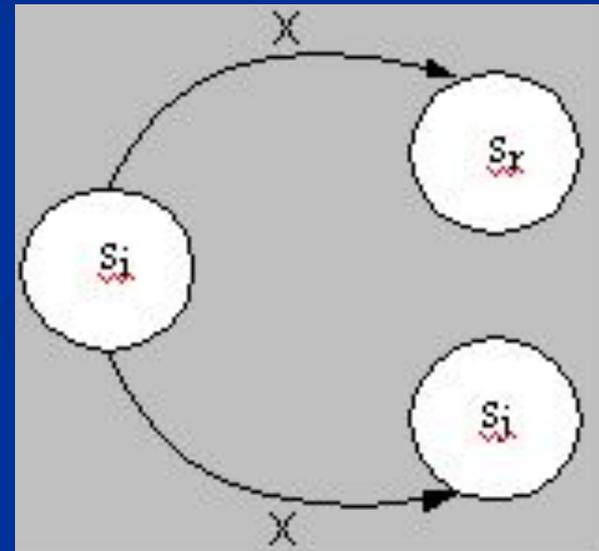
- Автомат имеет четыре состояния, закодированных двумя двоичными разрядами:
 - $s_0 = 00$;
 - $s_1 = 01$;
 - $s_2 = 10$;
 - $s_3 = 11$.
- Первая цифра кода состояния показывает, какой сигнал выдает автомат
- Вторая цифра кода состояния показывает, под действием какого сигнала автомат приходит в данное состояние.



Конечный детерминированный автомат (КДА)

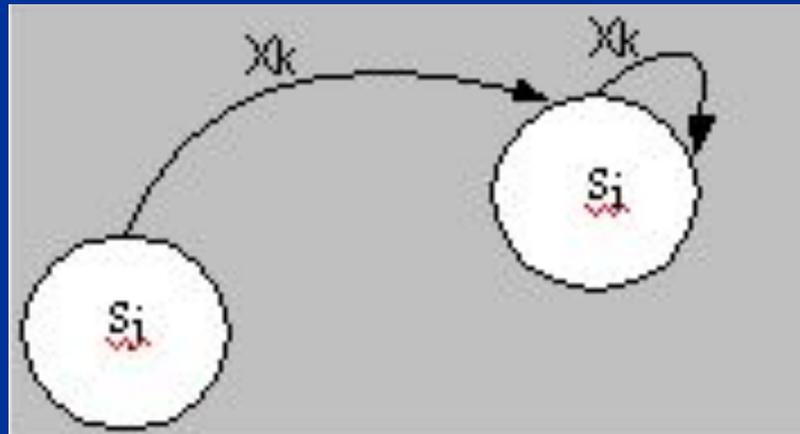
- КДА – конечный автомат, в котором имеется полная определенность переходов из всех состояний в зависимости от входных сигналов
- Иными словами, под действием одного и того же сигнала КДА не может переходить из любого рассматриваемого состояния в различные состояния.

Пример недетерминированности



Устойчивость состояния

- Состояние автомата s_i называется *устойчивым*, если для любого входного сигнала x_k , такого, что $\delta(s_j, x_k) = s_i$, справедливо соотношение: $\delta(s_i, x_k) = s_i$, где s_j — состояние, предшествующее s_i .
- Иными словами, автомат не изменяет своего состояния при повторении на следующем такте сигнала, приведшего его в состояние s_i .



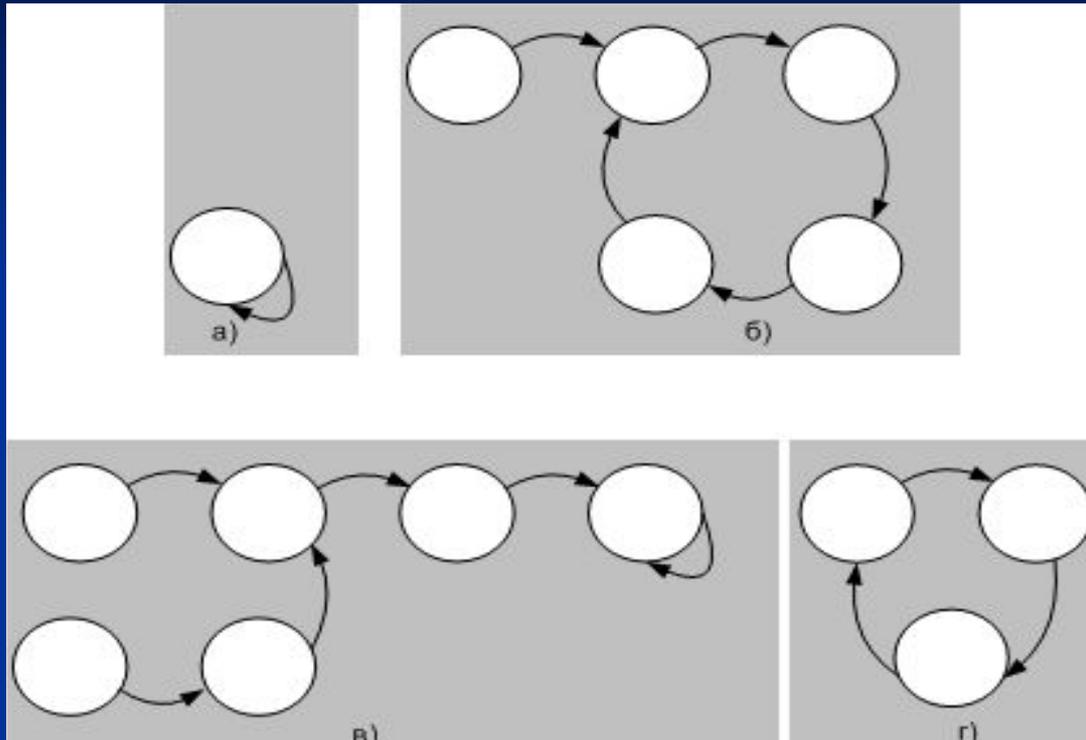
Синхронные и асинхронные автоматы

- Автомат называется *асинхронным*, если каждое его состояние $s_i \in S$ ($i = 1, \dots, n$) устойчиво;
- Устойчивость состояний в асинхронных автоматах достигается введением специальных сигналов синхронизации.
- Если в автомате есть хотя бы одно неустойчивое состояние, он называется *синхронным*.

Изолированный синхронный автомат

- *Изолированный (автономный)* автомат — автомат, на входе которого присутствует сигнал, имеющий постоянное значение, что эквивалентно "отключению" входа.
- Если изолированный КДА является синхронным, переходы из одного состояния в другое возможны, но при этом исключены разветвления путей.
- Следовательно, изолированный КДА неизбежно должен попасть в состояние, в котором уже находился ранее, и на диаграммах переходов обязательно будет присутствовать поглощающее состояние или цикл.

Примеры изолированного синхронного КДА



- Длина цикла, измеренная числом дуг на диаграмме, не превышает числа состояний,
- Длина пути, перед входением в цикл не превышает числа состояний.

Проблема умножения

- **Теорема.** *Никакой конечный автомат не может перемножать пары чисел с произвольно большим числом разрядов.*
- **Доказательство.**
 - Предположим противное: существует автомат A , перемножающий пары двоичных чисел с произвольно большим числом разрядов (система счисления может быть любой без ограничения общности).
 - Используем для опровержения последнего утверждения частный случай: оба сомножителя равны 2^n .
 - В этом случае каждый из сомножителей содержит единицу, за которой следуют n нулей;
 - Результат умножения ($2^n \times 2^n = 2^{2n}$) содержит единицу и $2n$ нулей.

Проблема умножения

- Пусть пары разрядов сомножителей подаются последовательно, начиная с младших разрядов
- Чтобы автомат правильно работал, он должен после прекращения подачи сомножителей
 - добавить к уже выработанным $n + 1$ нулям еще $n - 1$ нулей,
 - добавить в заключение единицу.
- После прекращения подачи сомножителей автомат будет работать как изолированный.

Проблема умножения

- Если изолированный автомат A имеет k состояний и способен выработать на выходе подряд n нулей, где $n > k$, то это означает, что он находится в поглощающем состоянии или вошел в цикл.
- Следовательно, он уже не сможет выработать единицу.
- Так как всегда возможно сделать значение n таким, что $n-1 > k$, правильный результат при выполнении указанного неравенства не будет получен и, следовательно, предположение о существовании автомата A приводит к противоречию.

Теорема доказана.