

Тема урока: «Еще одна формула корней квадратного уравнения»

Цель урока:

Вывести формулу (II) нахождения корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом; формировать умения применять формулы I и II для решения квадратных уравнений

Девиз урока:

«Думать - коллективно!
Решать - оперативно!
Отвечать - доказательно!
Бороться - старательно!
И открытия нас ждут обязательно! »



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0 \quad ax^2 = 0$$

$$ax^2 + c = 0.$$

Не всегда уравнения
Разрешают сомнения
Но итогом сомнения
Может быть озаренье

**9. Какие уравнения называются
неполными квадратными
уравнениями?**

**10. Сколько корней может иметь
уравнение каждого вида?**



**Разложение
левой части на множители;**

**Метод выделения
полного квадрата;**

**Применение
теоремы
Виета**

**Графически
й.**

**Введение
новой переменной**

Способы решения квадратных уравнений

**По сумме коэффициентов
квадратного
уравнения**

**Применение формул корней квадратного
уравнения;**

Метод выделения полного квадрата

$$x^2 - 10x + 16 = 0 \quad x^2 - 2 \cdot 5x + 25 - 25 + 16 = 0,$$

$$(a+b)^2 =$$

$$(a-b)^2 =$$

$$(x-5)^2 - 9 = 0,$$

$$(x-5)^2 = 9,$$

$$x-5 = -3; x-5 = 3,$$

$$x_1 = 2; x_2 = 8$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 2; x_2 = 8.$$



Графический способ

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$ax^2 = -bx - c.$$

$$y = ax^2$$

парабола

Графиком функции является

$$y = -bx - c$$

прямая

Прямая и парабола имеют только одну общую точку, значит уравнение имеет одно решение;

Прямая и парабола имеют две общие точки, абсциссы этих точек являются корнями квадратного уравнения;

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет корней.

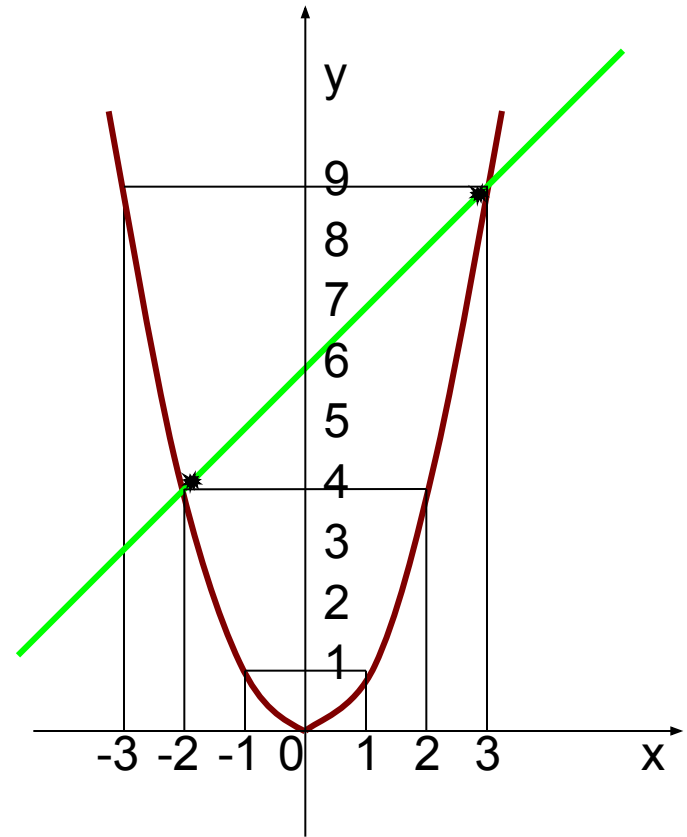


$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 = x + 6$$

Прямая и парабола имеют две общие точки с координатами $(-2; 4)$ и $(3; 9)$.

Ответ: -2 и 3 .

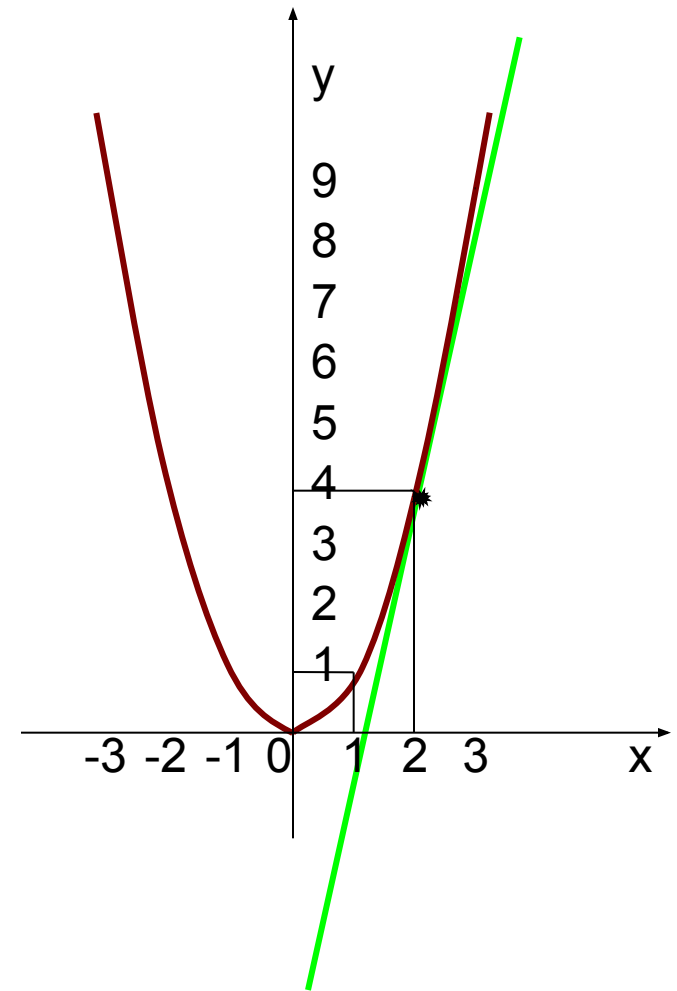


$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 = 4x - 4$$

Прямая и парабола имеют одну общую точку с координатами (2;4).

Ответ: 2.

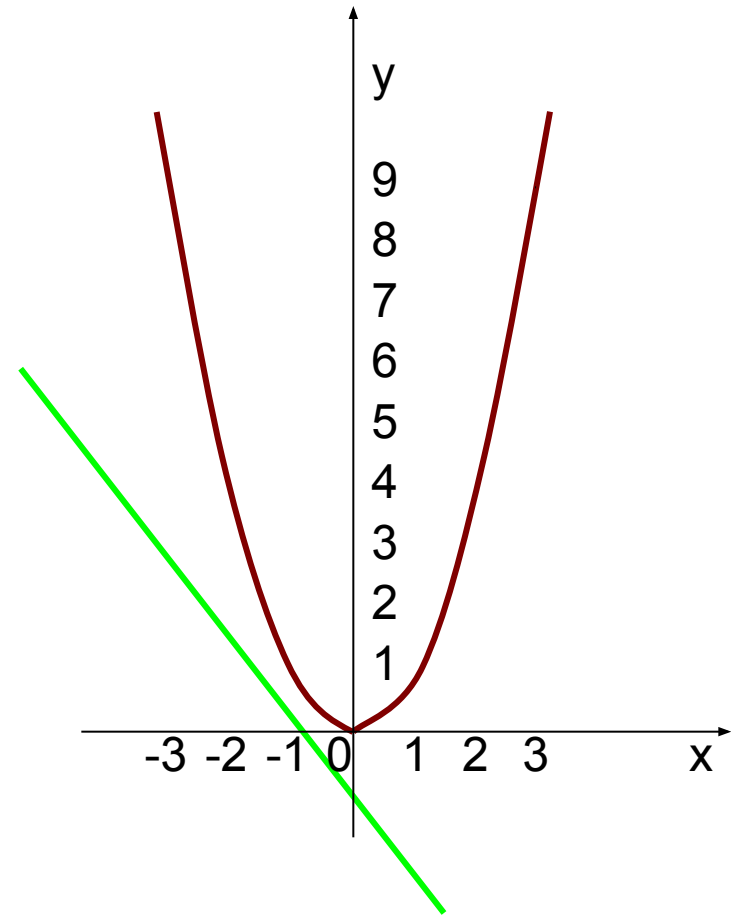


$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 = -2x - 3$$

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет действительных корней.

Ответ: нет корней.



$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

1. Если $b^2 - 4ac > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных действительных корня

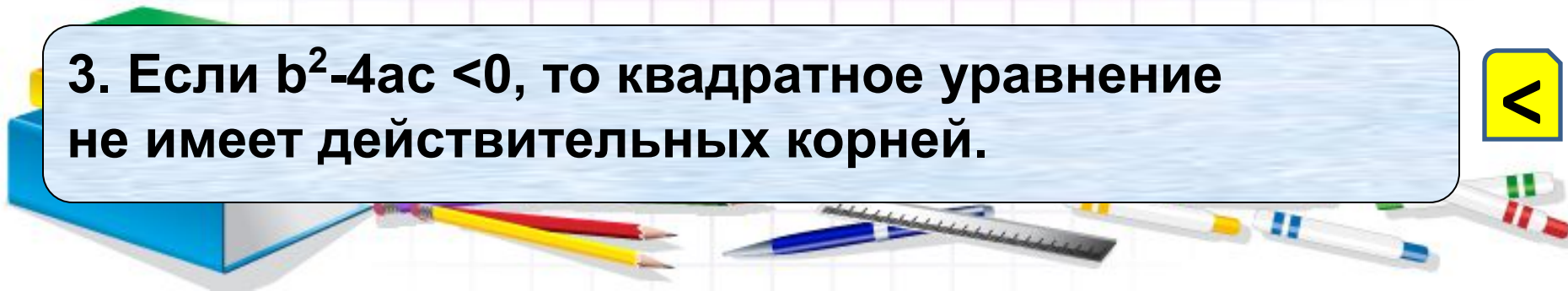
>

2. Если $b^2 - 4ac = 0$, то квадратное уравнение имеет два совпадающих действительных корня.

=

3. Если $b^2 - 4ac < 0$, то квадратное уравнение не имеет действительных корней.

<



Проблемная ситуация

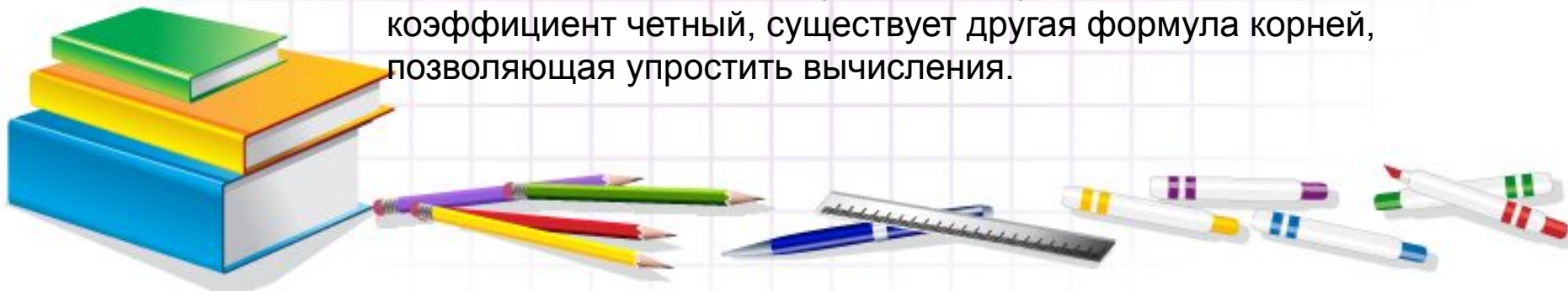
Решите уравнение:

$15x^2 - 34x + 15 = 0$. Используя формулу нахождения корней квадратного уравнения, получаем:

$$D = (-34)^2 - 4 \cdot 15 \cdot 15 = 1156 - 900 = 256.$$

$$x_1 = \frac{34 - \sqrt{256}}{2 \cdot 15} = \frac{34 - 16}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} \quad x_2 = \frac{34 + \sqrt{256}}{2 \cdot 15} = \frac{34 + 16}{30} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$$

для решения квадратных уравнений, у которых второй коэффициент четный, существует другая формула корней, позволяющая упростить вычисления.



Изучение нового материала

$$ax^2 + bx + c = 0$$


$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$D = b^2 - 4ac$ – неотрицательное число

b – четное число, $b = 2k$

Оказывается, если b четное число, то данную формулу можно упростить

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-2k \pm \sqrt{(2k)^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} = \\ &= \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{\cancel{2}(-k \pm \sqrt{k^2 - ac})}{\cancel{2}a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}. \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

$$a = 1: \quad x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c}.$$

$$x^2 + 2kx + c = 0$$

Изучение нового материала

Мы получили, что корнями уравнения

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

является пара чисел:

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Преимущества данной формулы, на первой взгляд, не так и заметны, но на самом деле при вычислении используются числа поменьше, под знаком корня квадратного нам не надо доумножать на 4, в знаменателе мы делим только на коэффициент a .

Самым удобным использование полученной формулы, представляется при равенстве старшего коэффициента единице.

Для уравнения

$$x^2 + 2kx + c = 0$$

корнями будут служить пара чисел:

$$x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - ac}$$

Первичное закрепление изученного материала

После вывода формулы возвращаемся к решенному уравнению и применяем новую формулу:

$$15x^2 - 34x + 15 = 0 ; \quad 15x^2 - 2 \cdot 17x + 15 = 0$$

$$D = (-17)^2 - 15 \cdot 15 = 289 - 225 = 64;$$

$$x_1 = \frac{17 - \sqrt{64}}{15} = \frac{17 - 8}{15} = \frac{3}{5}$$

$$x_2 = \frac{17 + \sqrt{64}}{15} = \frac{17 + 8}{15} = \frac{5}{3}$$

Решить уравнение двумя способами:

$$x^2 + 34x + 280 = 0$$

Проверка

Мы сравнили, формулы корней квадратного уравнения на конкретном примере.

Пример 1. Решить уравнение:

$$x^2 + 34x + 280 = 0$$

Решение.

Способ 1. Решим данное уравнение формулой, которой использовали раньше:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-34 \pm \sqrt{34^2 - 4 \cdot 280}}{2} = \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 1120}}{2} = \\ &= \frac{-34 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-34 \pm 6}{2} = -20; -14 \end{aligned}$$

Способ 2. Решим с помощью формулы полученной на данном уроке:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 280}}{1} = -17 \pm \sqrt{289 - 280} = \\ &= -17 \pm \sqrt{9} = -17 \pm 3 = -20; -14 \end{aligned}$$

Ребята, согласитесь, вторым способом найти решение оказалось гораздо проще. У данного способа только один недостаток, в том что, в случае нечетного коэффициента b , этот способ не применим.



физминутка



**Выполним задание,
Задержим дыхание.
Раз, два, три, четыре –
Снова дышим:
Глубже, шире...
глубоко вдохнули.
спину потянули,
руки вверх подняли
радугу нарисовали
повернулись на восток,
продолжаем наш урок**

Решите уравнения:

1. $3x^2+17x-6=0;$

2. $5x^2+38x-16=0;$

3. $24x^2+58x-5=0;$

4. $6x^2-27x+12=0$

5. $x^2+8x+10=0$

