

Функции.

Рябина Л.А.

Кусочно-заданные функции.

щелкните

ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

- **Кусочно-заданная функция** — функция, определённая на множестве **вещественных чисел** заданная на каждом из **интервалов**, составляющих область определения, отдельной формулой.

Формальное определение и задание функции.

- Пусть заданы $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$ — точки смены формул.
- Кусочно-заданные функции, обычно задают на каждом из интервалов $(-\infty; x_1), (x_1; x_2) \dots (x_n; \infty)$ отдельно .
- Записывают это в виде:

Запись кусочно-заданной функции.

$$f(x) = \begin{cases} f_0(x), & x < x_1, \\ f_1(x), & x_1 \leq x < x_2, \\ \dots \\ f_n(x), & x_n < x. \end{cases}$$

Виды кусочно-заданных функций

- Если все функции — постоянные, то $f(x)$ — кусочно-постоянная функция.
- Если все функции $f_i(x)$ являются линейными функциями, то $f(x)$ — кусочно-линейная функция.
- Если все функции $f_i(x)$ являются непрерывными функциями, то $f(x)$ — кусочно-непрерывная функция. При этом сама она может не являться непрерывной.
- Если все функции $f_i(x)$ являются дифференцируемыми функциями, то $f(x)$ — кусочно-гладкая функция. При этом точки смены формул могут быть (а могут и не быть) точками излома.
- Если все функции $f_i(x)$ являются монотонными функциями, то $f(x)$ — кусочно-монотонная функция. При этом на соседних интервалах монотонность может быть разной.

•

Построение графиков кусочно-заданных функций.

- $f(x) = |x|$

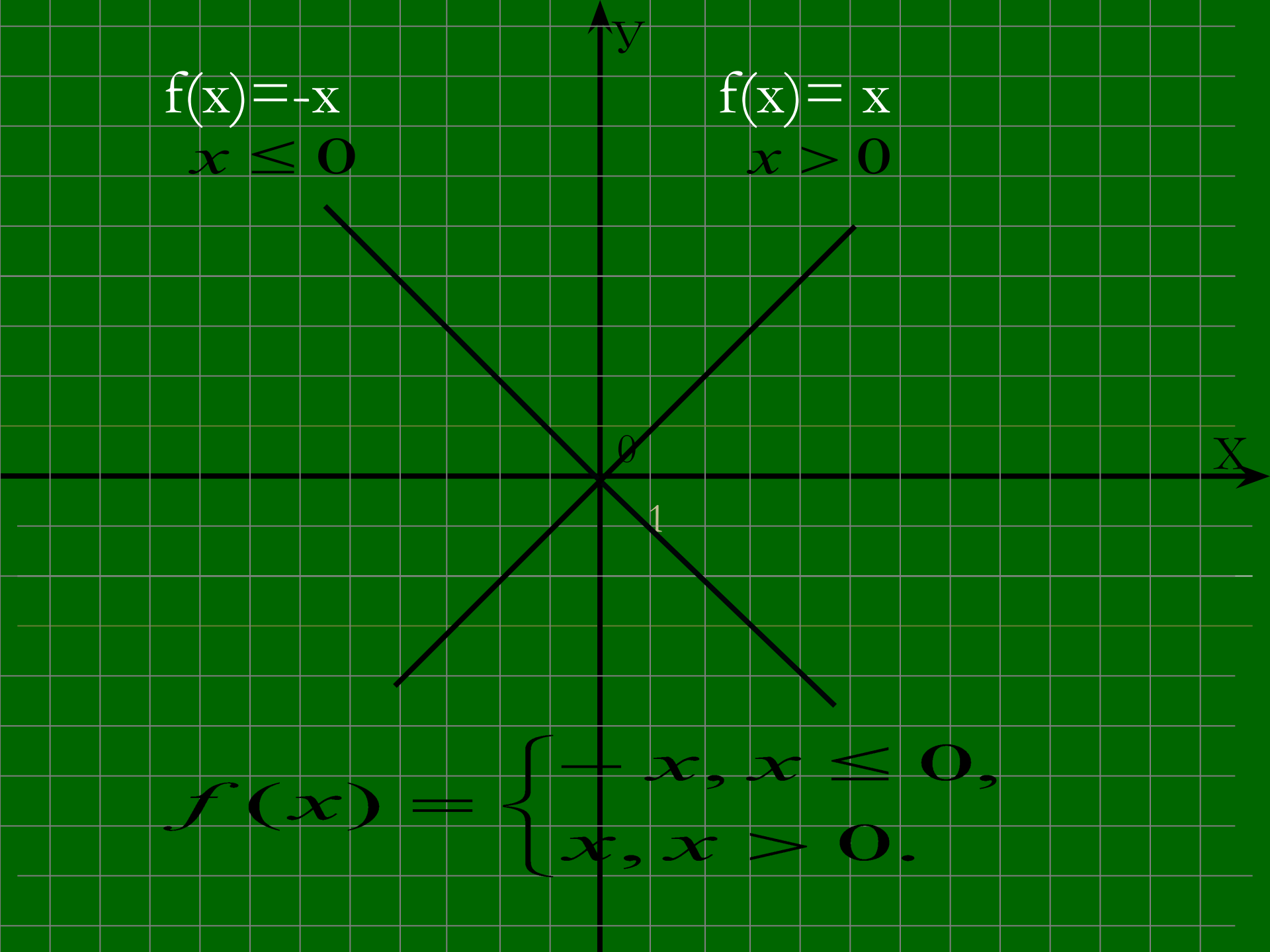
$x=0$ -является точкой смены формул.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$f(x) = -x$$
$$x \leq 0$$

$$f(x) = x$$
$$x > 0$$

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$



Построить график функции.

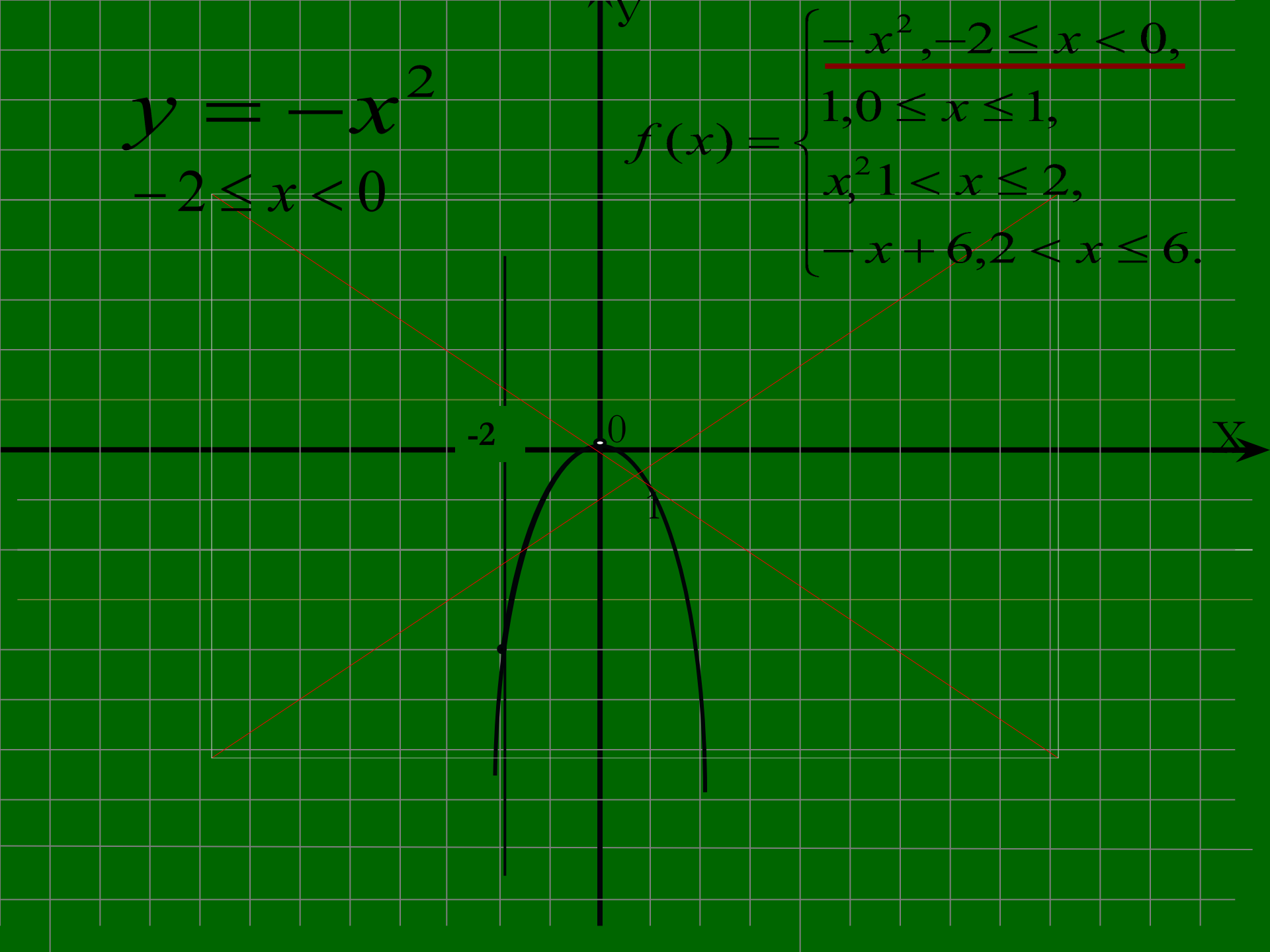
$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & 1 < x \leq 2, \\ -x + 6, & 2 < x \leq 6. \end{cases}$$

$x = -2; 0; 1; 2; 6$ - точки смены формул.

$$y = -x^2$$

$$-2 \leq x < 0$$

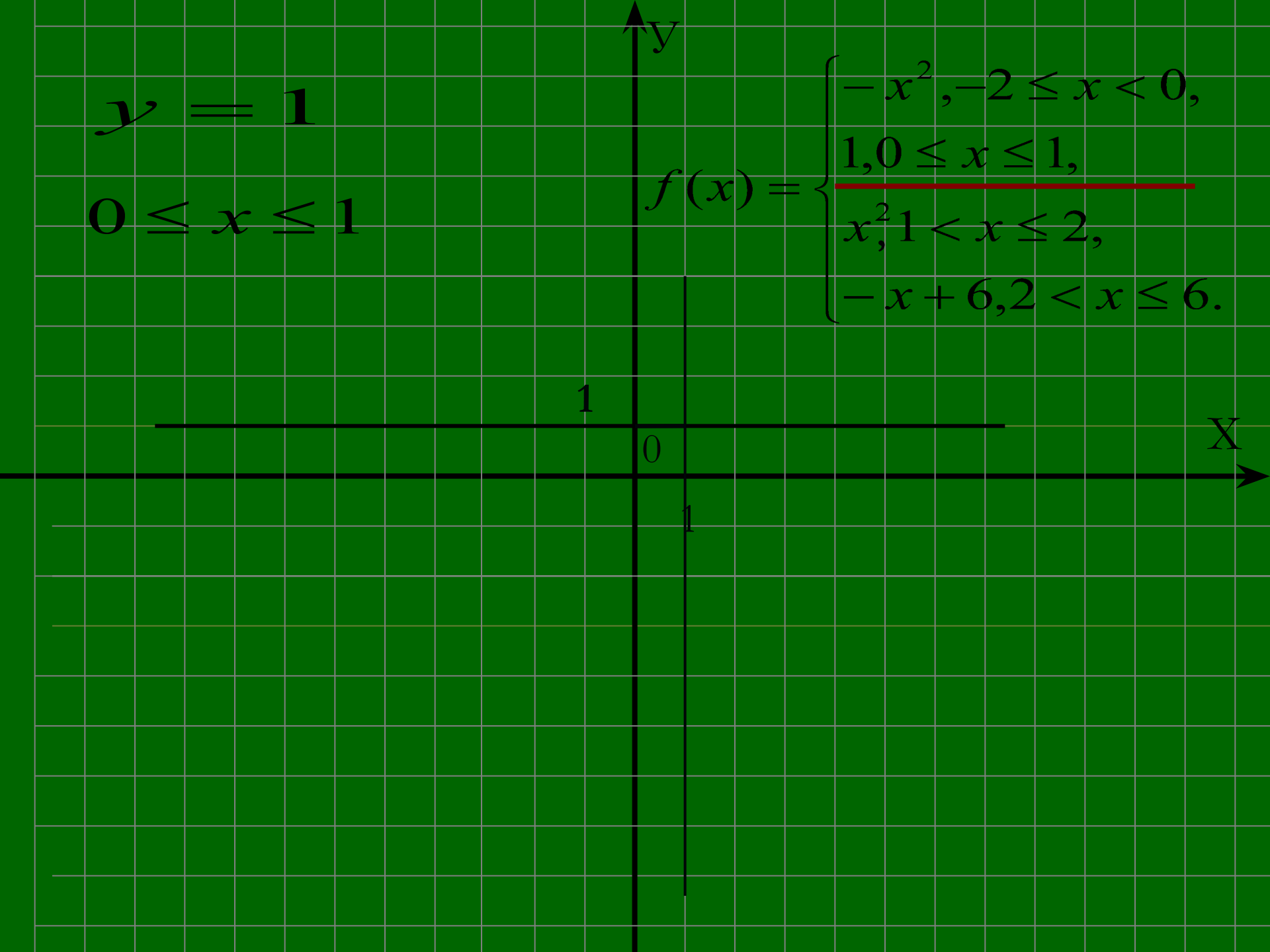
$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & 1 < x \leq 2, \\ -x + 6, & 2 < x \leq 6. \end{cases}$$

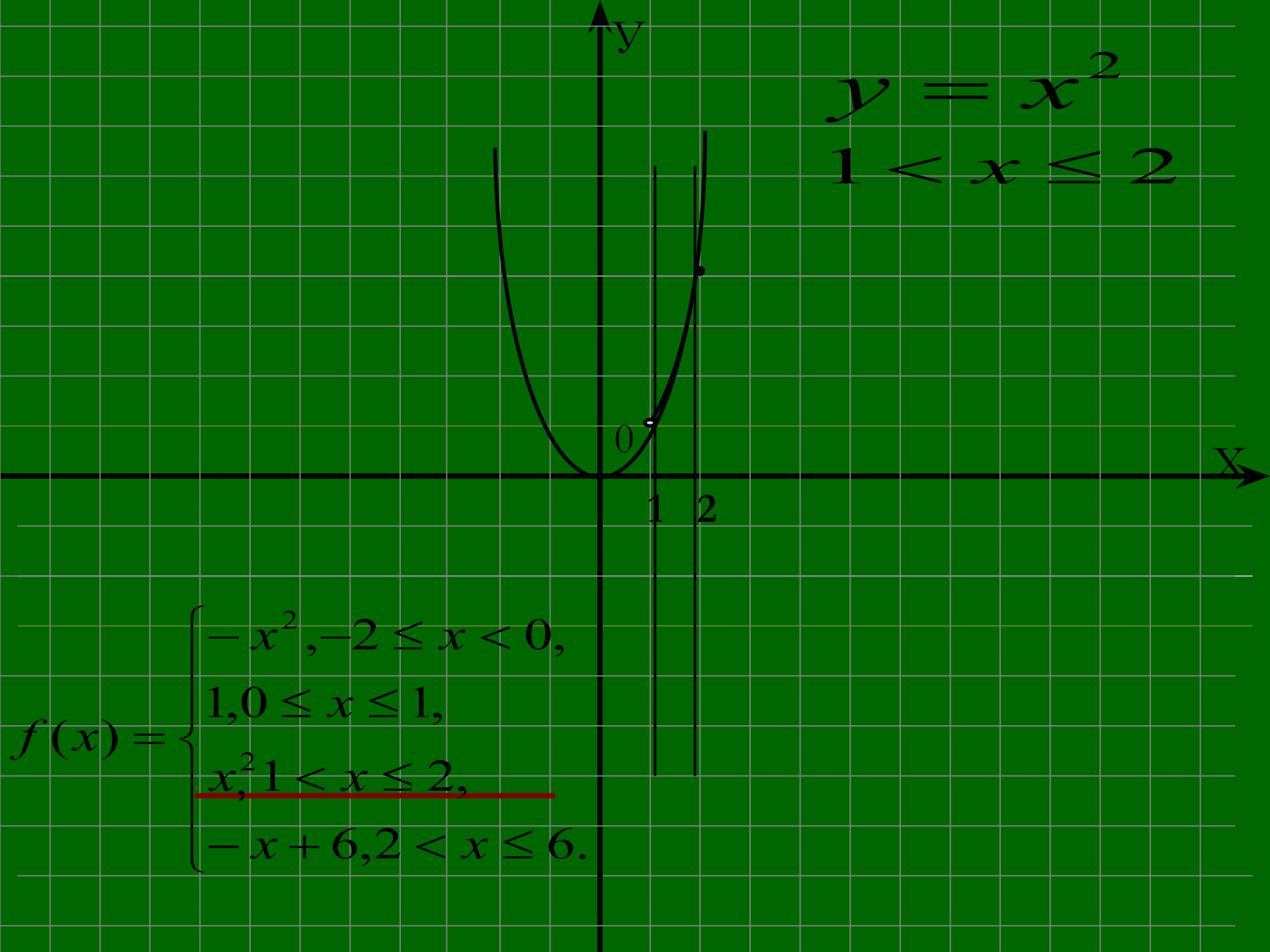


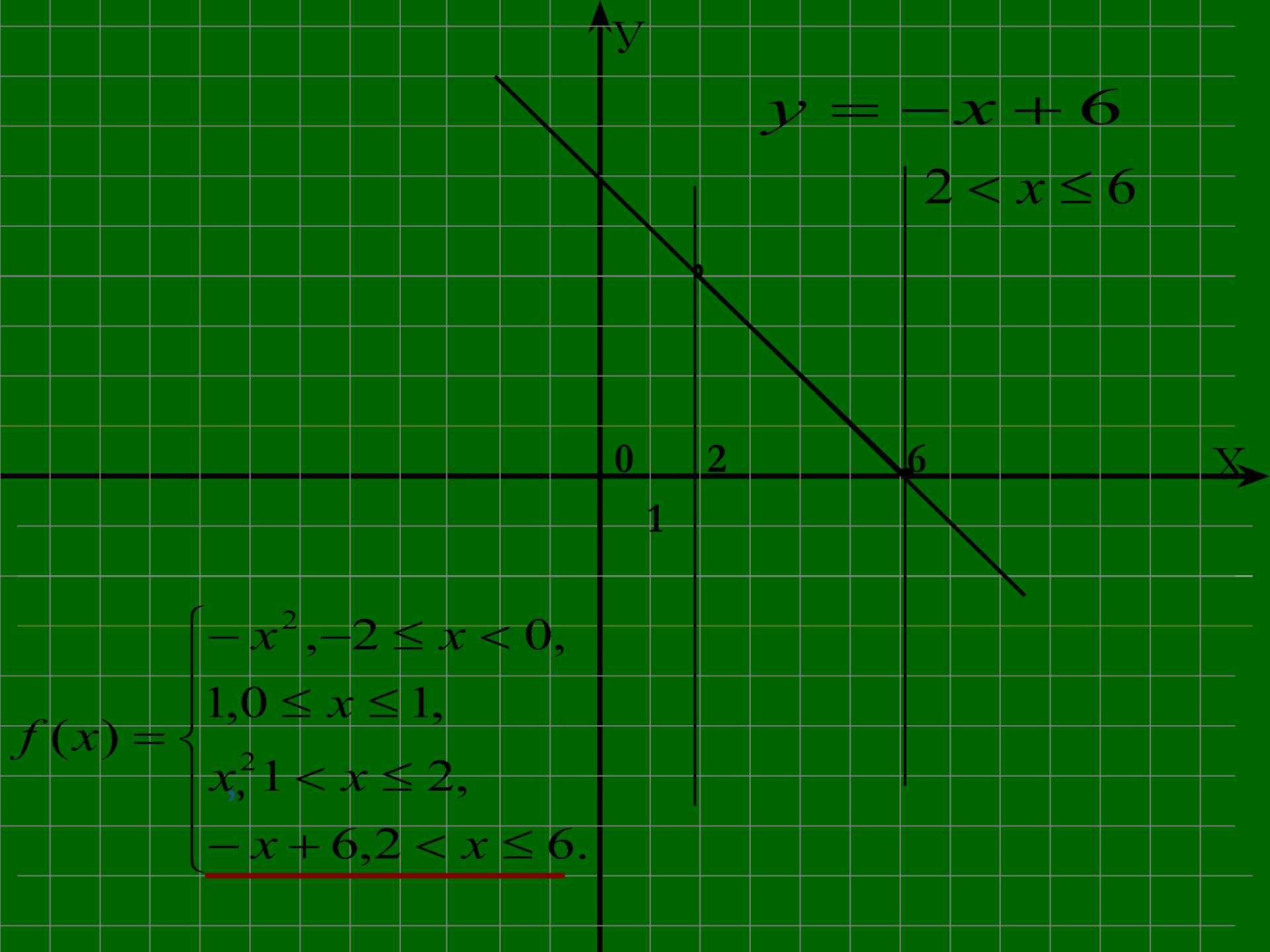
$$y = 1$$

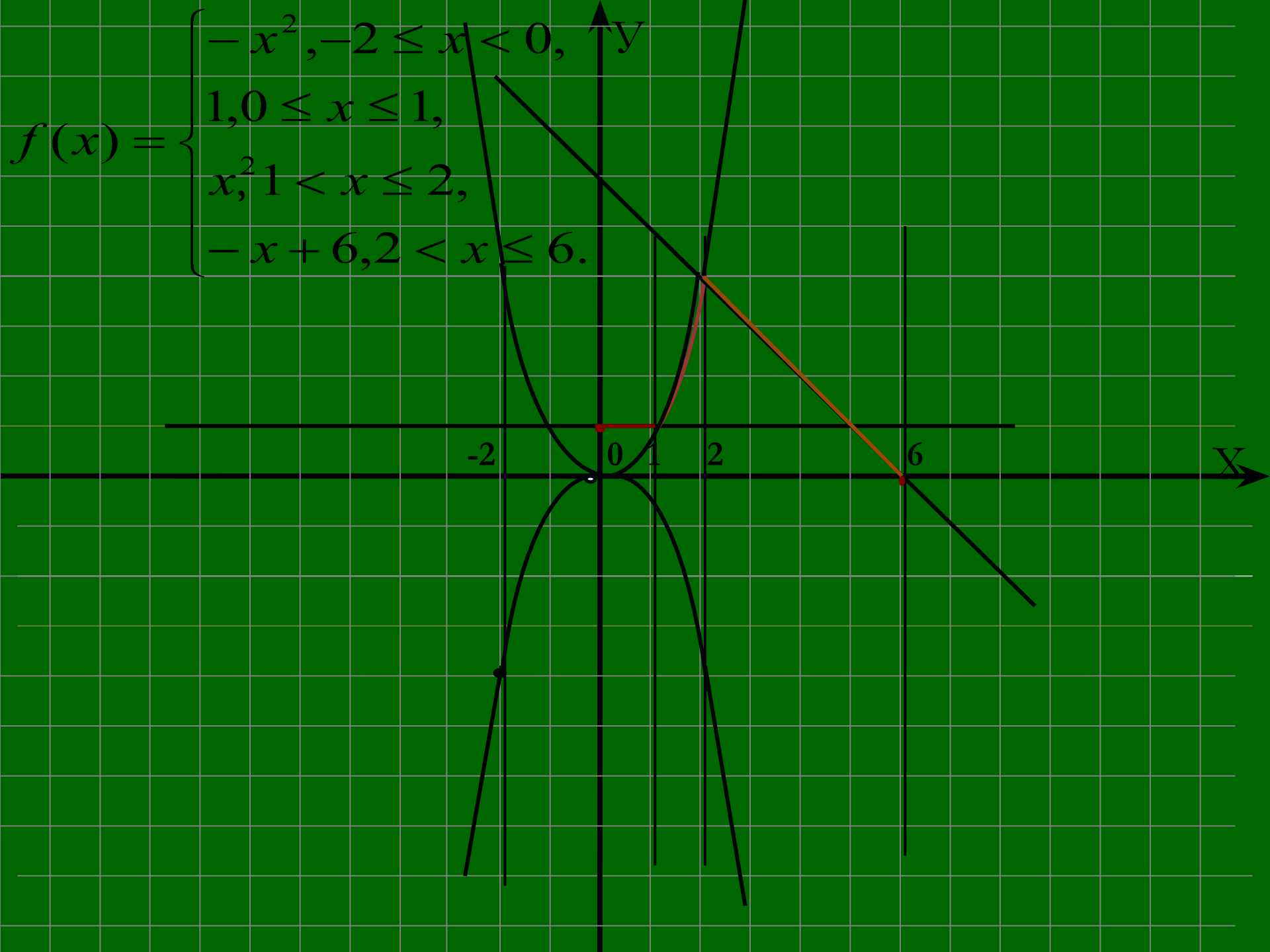
$$0 \leq x \leq 1$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2, & 1 < x \leq 2, \\ -x + 6, & 2 < x \leq 6. \end{cases}$$









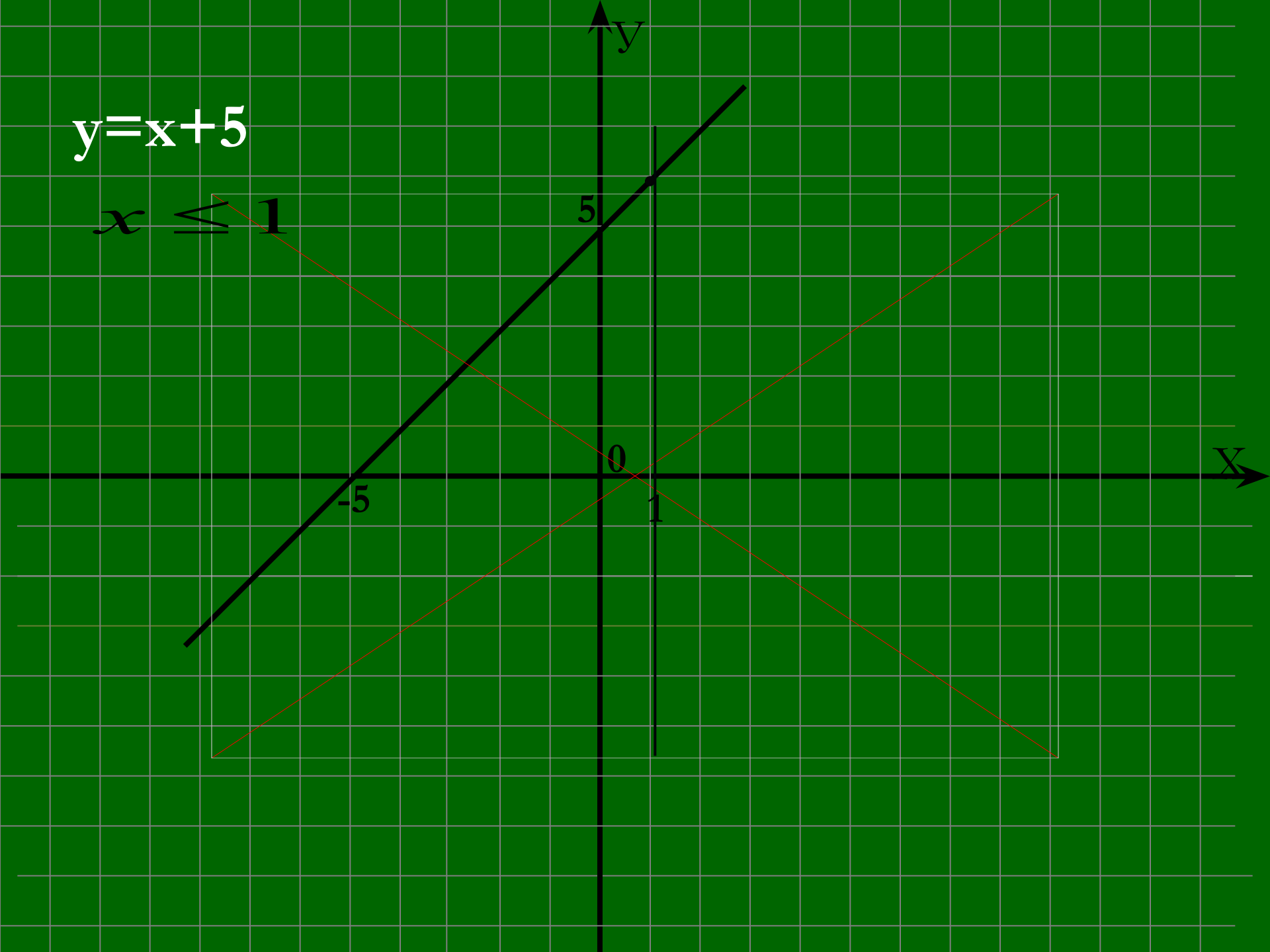
Построить график функции

$$f(x) = \begin{cases} x + 5, x \leq 1, \\ |2(x - 3)^2 - 2|, 1 < x \leq 4, \\ -\sqrt{x - 3} + 1, 4 < x \leq 7. \end{cases}$$

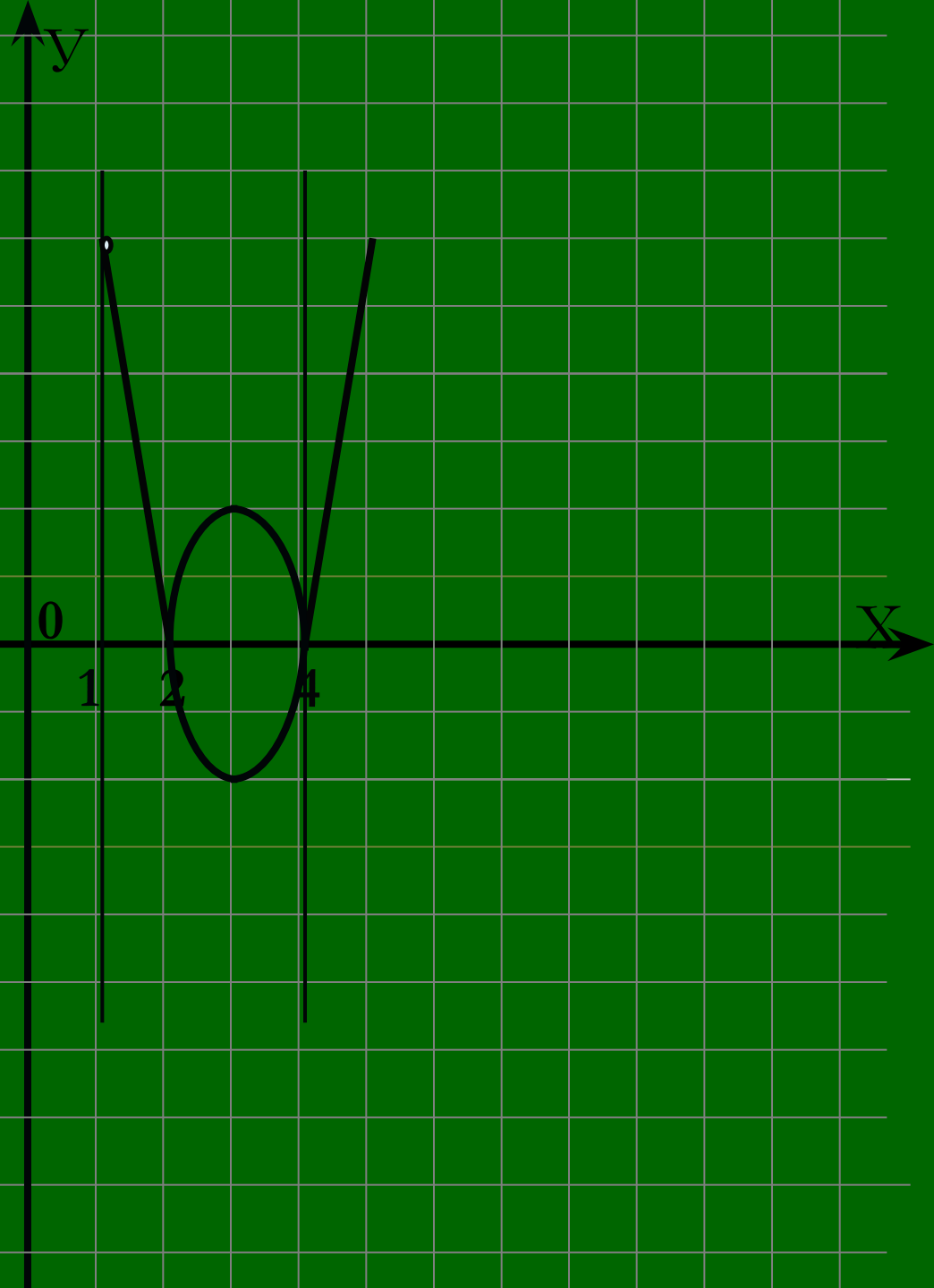
$X = 1; 4; 7$ – точки смены формул.

$$y = x + 5$$

$$x \leq 1$$



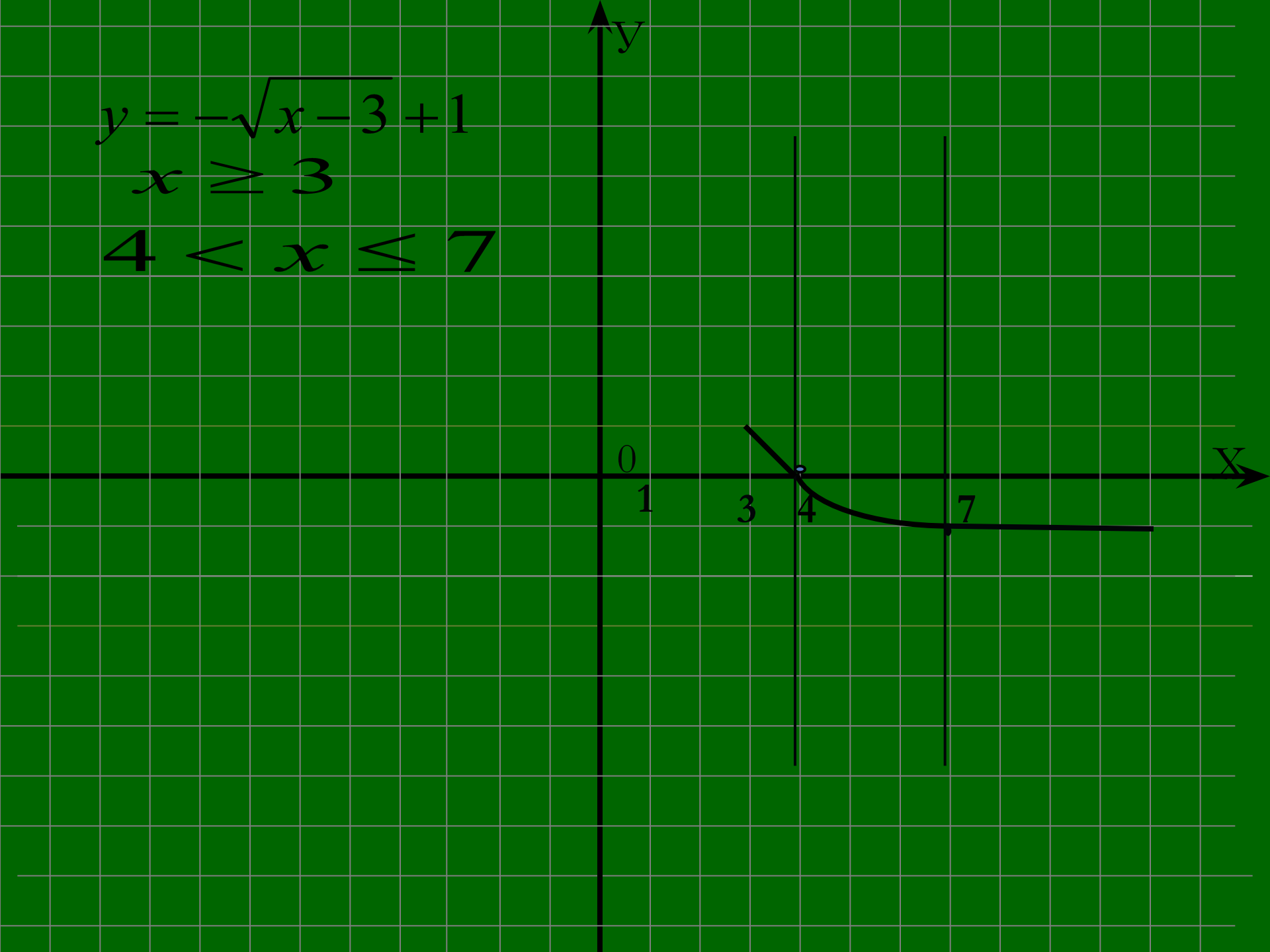
$$y = |2(x - 3)^2 - 2|$$
$$1 < x \leq 4$$

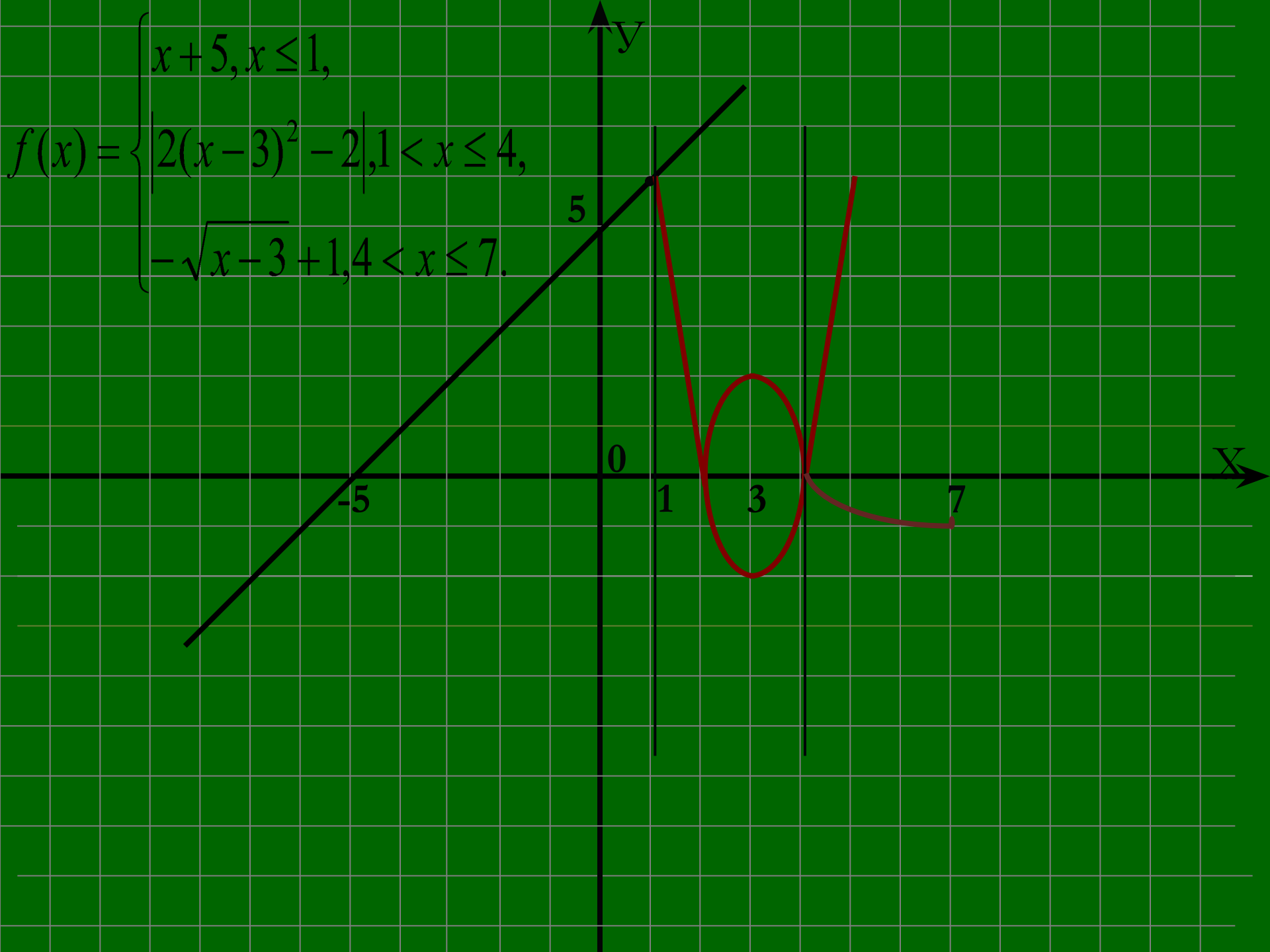


$$y = -\sqrt{x-3} + 1$$

$$x \geq 3$$

$$4 < x \leq 7$$





Свойства функции.

1. $D(y) = (-\infty; 7]$
2. $E(y) = (-\infty; 6]$
3. Промежутки возрастания
 $(-\infty; 1] \cup [2; 3]$
4. Промежутки убывания
 $[1; 2] \cup [3; 4] \cup [4; 7]$
5. Наибольшее значение
функции $y=6$
6. Функция непрерывная.