

*Урок по информатике*

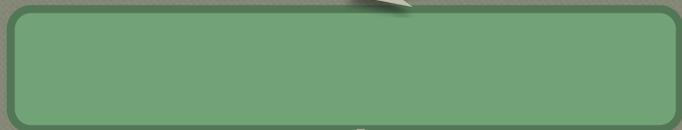
*Системы  
счисления*

# Содержание

- Понятие о системах счисления
- Представление чисел в позиционных системах счисления
- Двоичная система счисления
- Задания для закрепления

# Понятие о системах счисления

Системы счисления — это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков (цифр).



система счисления, в которой значение каждого числового знака (цифры) в записи числа зависит от его позиции (разряда)

величина, которую обозначает цифра, не зависит от положения в числе

Позиционные

Непозиционные

**2**

**2**

**XX**

**II**

$= 2 \cdot 10 = 2 = 10 = 10$

# Непозиционные системы счисления

В непозиционных системах счисления вес цифры не зависит от позиции, которую она занимает в числе.

До наших дней сохранилась римская система счисления. В римской системе счисления цифры обозначаются буквами латинского алфавита:

I -1; V -5; X-10; L -50;  
C -100; D – 500; M – 1000; ...

Так, например, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

# Позиционные системы счисления

---

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее позиции в последовательности цифр, изображающих число.

Любая позиционная система характеризуется своим основанием.

**Основание позиционной сс - это количество различных знаков или символов, используемых для изображения цифр в данной системе.**

**За основание можно принять любое натуральное число - два, три, четыре, шестнадцать и т.д. Следовательно, возможно бесконечное множество позиционных систем.**

Разрядность

Основание

543210

100101<sub>2</sub> - двоичная система счисления, алфавит: 0, 1  
основание - 2

102<sub>3</sub> - троичная система счисления, алфавит: 0, 1, 2  
основание - 3

231<sub>4</sub> - \_\_\_\_\_

12244<sub>5</sub> - \_\_\_\_\_

???<sub>6</sub> - \_\_\_\_\_

???<sub>7</sub> - \_\_\_\_\_

???<sub>8</sub> - \_\_\_\_\_

???<sub>9</sub> - \_\_\_\_\_

???<sub>16</sub> - \_\_\_\_\_, алфавит 0-9, A, B, C, D, E, F

Основание системы счисления – это количество цифр в алфавите

# Представление чисел в позиционных СС

---

Пусть дано число в десятичной СС, в котором  $N$  цифр. Будем обозначать  $i$ -ю цифру через  $a_i$ . Тогда число можно записать в следующем виде:

$$\bar{A}_{10} = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 - \text{это}$$

свернутая форма записи числа.

Это же число может быть  
представлено в следующем виде:

$$A_{10} = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 =$$
$$a_n * 10^{n-1} + a_{n-1} * 10^{n-2} + \dots + a_2 * 10^2 + a_1 * 10^0$$

- это развернутая форма записи числа

где  $a_i$  - это символ из набора «0123456789»

Основание десятичной системы  
счисления равно 10

# Физкульминутка

---

## Упражнение 1.

Глубоко вздохните, зажмурив глаза как можно сильнее. Задержите дыхание на 2-3 с и старайтесь не расслабляться. Быстро выдохните, широко открыв глаза, и не стесняйтесь выдохнуть громко. Повторите 5 раз.

## Упражнение 2.

Закройте глаза, расслабьте брови. Медленно чувствуя напряжение глазных мышц, переведите глазные яблоки в крайнее левое положение, затем медленно с напряжением переведите глаза вправо (не следует щуриться, напряжение глазных мышц не должно быть чрезмерным). Повторите 10 раз.

# Двоичная система счисления

---

- Представление чисел в двоичной системе счисления
- Арифметические операции в двоичной системе счисления
- Связь между двоичной и десятичной системами

# Представление числа в двоичной системе счисления

Если основание системы счисления равно 2, то полученная система счисления называется двоичной и число в ней определяется следующим образом:

$$A_2 = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 = a_n * 2^{n-1} + a_{n-1} * 2^{n-2} + \dots + a_2 * 2^2 + a_1 * 2^0$$

где  $a_i$  - это символ из набора "0 1"

Эта система самая простая из всех возможных, так как в ней любое число образуется только из двух цифр 0 и 1.

# Арифметические операции в ДВОИЧНОЙ СС

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Арифметика двоичной сс основывается на использовании следующих таблиц сложения, вычитания и умножения

-	0	1
0	0	$\bar{1}1$
1	1	0

*	0	1
0	0	0
1	0	1

# Сложение

Таблица двоичного сложения предельно проста. Т.к.  $1+1=10$ , то 0 остается в данном разряде, а 1 переносится в следующий разряд.

*Рассмотрим несколько примеров:*

$$\begin{array}{r} + \quad 1001 \\ \quad \quad 1 \\ \hline 10011 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 1101 \\ \quad \quad 1011 \\ \hline 11000 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 11111 \\ \quad \quad \quad 1 \\ \hline 100000 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 1010011,111 \\ \quad \quad \quad 11001,110 \\ \hline 1101101,101 \end{array}$$

Задание 1

# Вычитание

При выполнении операции вычитания всегда из большего по абсолютной величине числа вычитается меньшее и ставится соответствующий знак. В таблице вычитания  $\bar{1}$  означает заем в старшем разряде

<u>10111001,1</u>	110110101
-------------------	-----------

<u>10001101,1</u>	10 $\bar{1}$ 011111
-------------------	---------------------

00101100,0	001010110
------------	-----------

Задание 2

# Умножение

Операция умножения выполняется с использованием таблицы умножения по обычной схеме, применяемой в десятичной сс.

$$\begin{array}{r} 11001 \\ \times 1101 \\ \hline 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ 11001 \\ \hline 101000101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11001,01 \\ \times 11,01 \\ \hline 1100101 \\ 1100101 \\ 1100101 \\ 1100101 \\ \hline 1010010,0001 \end{array}$$

Задание 3

# Физкульминутка

---

## Упражнение 1.

Глубоко вздохните, зажмурив глаза как можно сильнее. Задержите дыхание на 2-3 с и старайтесь не расслабляться. Быстро выдохните, широко открыв глаза, и не стесняйтесь выдохнуть громко. Повторите 5 раз.

## Упражнение 2.

Закройте глаза, расслабьте брови. Медленно чувствуя напряжение глазных мышц, переведите глазные яблоки в крайнее левое положение, затем медленно с напряжением переведите глаза вправо (не следует щуриться, напряжение глазных мышц не должно быть чрезмерным). Повторите 10 раз.

# Связь между двоичной и десятичной системами счисления

---

- Перевод числа из двоичной СС в десятичную СС
- Перевод из десятичной СС в двоичную систему счисления
  - Перевод целых чисел
  - Перевод правильных дробей
  - Перевод смешанных чисел

[назад](#)

# Перевод числа из двоичной сс в десятичную сс

Метод такого перевода даёт наш способ записи чисел. Возьмём, к примеру, следующее двоичное число 1011. Разложим его по степеням двойки. Получим следующее:

$$1011_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$$

Выполним все записанные действия и получим:

$$1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

Таким образом, получаем,

что  $1011$  (двоичное) =  $11$  (десятичное).

Задание 4

# Перевод в десятичную систему счисления

543210  
 $101001_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$= 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1$

$= 41$

543210  
 $101001_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$= 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1$

$= 41$

$0$

# Перевод числа из десятичной сс в десятичную сс

---

Человек привык работать в десятичной системе счисления, а ЭВМ ориентирована на двоичную систему. Поэтому общение человека с машиной было бы невозможно без создания простых алгоритмов перевода чисел из одной системы счисления в другую.

Рассмотрим отдельно перевод целых чисел и правильных дробей.

# Перевод целых чисел

---

Существует несложный алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления в двоичную:

- Разделить число на 2, зафиксировать остаток (0 или 1) и частное
- Если частное не равно 0, то разделить на 2 и т.д.
- Если частное равно 0, то записать все полученные остатки, начиная с последнего, слева направо.

# Пример

Перевести десятичное число 11 в двоичную систему счисления.

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 2} \\ \underline{1} \phantom{5} \phantom{2} \\ 1 \phantom{5} \phantom{2} \\ \underline{1} \phantom{2} \phantom{2} \\ 0 \phantom{1} \phantom{2} \\ \underline{0} \phantom{1} \phantom{2} \\ 1 \phantom{0} \phantom{2} \\ \underline{1} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

Собирая остатки от деления в направлении, указанном стрелкой, получим:

$$11_{10} = 1011_2.$$

Задание 5

# Перевод правильных дробей

*Пример 1*

Перевести десятичную дробь 0,5625 в двоичную сс.

Вычисления лучше всего оформлять по следующей схеме:

0,	5625
	* 2
1	1250
	* 2
0	2500
	* 2
0	5000
	* 2
1	0000

Ответ:  $0,5625_{10} = 0,1001_2$

## Пример 2

Перевести десятичную дробь 0,7 в двоичную сс.

Вычисления лучше всего оформлять по следующей схеме:

0,	7
	*2
1	4
	*2
0	8
	*2
1	6
	*2
1	2
.....	

Этот процесс может продолжаться бесконечно, давая все новые и новые знаки. Такой процесс обрывают, когда считают, что получена необходимая точность

Ответ:  $0,7_{10} = 0,1011_2$

# Перевод смешанных чисел

---

Перевод смешанных чисел, содержащих целую и дробные части, осуществляется в два этапа.

Отдельно переводится целая часть, отдельно - дробная.

В итоговой записи полученного числа целая часть отделяется от дробной запятой.

# Пример

Перевести число  $17,25_{10}$  в двоичную сс

Переводим целую часть:

17	2
1	8 2
	0 4 2
	0 2 2
	0 1 2
	1 0

Переводим дробную часть:

0,	25
	*2
0	50
	*2
1	00

Ответ:  $17,25_{10} = 10001,01_2$

Задание 7

# Физкульминутка

---

## Упражнение 1.

Глубоко вздохните, зажмурив глаза как можно сильнее. Задержите дыхание на 2-3 с и старайтесь не расслабляться. Быстро выдохните, широко открыв глаза, и не стесняйтесь выдохнуть громко. Повторите 5 раз.

## Упражнение 2.

Закройте глаза, расслабьте брови. Медленно чувствуя напряжение глазных мышц, переведите глазные яблоки в крайнее левое положение, затем медленно с напряжением переведите глаза вправо (не следует щуриться, напряжение глазных мышц не должно быть чрезмерным). Повторите 10 раз.

# Задание 1

---

*Выполните операцию сложения над двоичными числами:*

- 1)  $1011101 + 11101101$       2)  $11010011 + 11011011$   
3)  $110010,11 + 110110,11$       4)  $11011,11 + 101111,11$

*Ответы:* 1)  $101001010$       2)  $110101110$   
3)  $1101001,10$       4)  $1101011,10$

## Задание 2

*Выполните операцию вычитания над двоичными числами:*

- 1) 11011011-110101110      2) 110000110-10011101  
3) 11110011-10010111      4) 1100101,101-10101,111

*Ответы:* 1) 11010011    2) 11101001

3) 1011100    4) 1001111,110

# Задание 3

*Выполните операцию умножения над двоичными числами:*

1)  $100001 * 1111,11$

2)  $111110 * 100010$

3)  $100011 * 1111,11$

4)  $111100 * 100100$

*Ответы:* 1)  $1000000111,11$     2)  $100000111100$

3)  $1000010101,11$     4)  $100001110000$

[назад](#)

# Задание 4

*Переведите целые числа из двоичной системы счисления в десятичную:*

1) 1000000001

2) 1001011000

3) 1001011010

4) 1111101000

*Ответы:* 1) 513    2) 600    3) 602    4) 1000

# Задание 5

*Переведите целые числа из десятичной системы счисления в двоичную:*

1) 2304

2) 5001

3) 7000

4) 8192

*Ответы:* 1) 100100000000    2) 1001110001001

3) 1101101011000    4) 10000000000000

## Задание 6

*Переведите десятичные дроби в двоичную сс*

*(ответ записать с шестью двоичными знаками):*

1) 0,7351      2) 0,7982

3) 0,8544      4) 0,9321

*Ответы:* 1) 0,101111      2) 0,110011

3) 0,110110      4) 0,111011

[назад](#)

# Задание 7

*Переведите смешанные десятичные числа в двоичную сс:*

1) 40,5

2) 31,75

3) 173,25

4) 124,25

*Ответы:* 1) 101000,1      2) 11111,11

3) 10101101,01    4) 1111100,01

[назад](#)