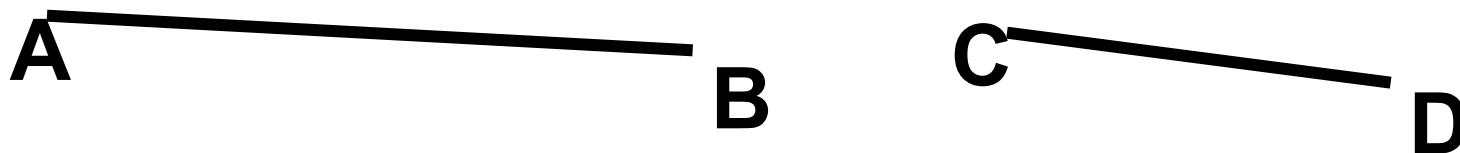


8 класс

Подобные треугольники

Пропорциональные отрезки



- Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е. $\frac{AB}{CD}$.

Пропорциональные отрезки

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A_1B_1** и **C_1D_1** ,

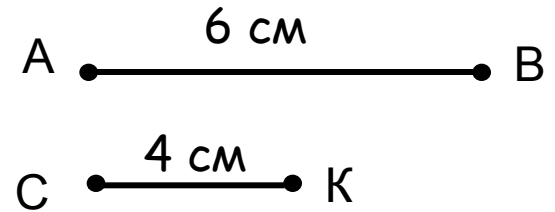
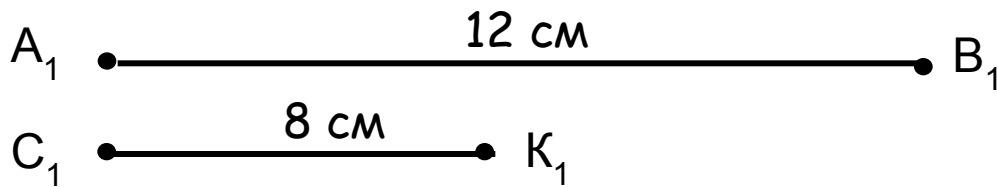
если $\frac{\text{---}}{\text{---}} = \frac{\text{---}}{\text{---}}$

Пример

Отрезки **2** **1** **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **3** **1,5** **A_1B_1** и **C_1D_1** ,

$\frac{\text{---}}{\text{---}} = \frac{\text{---}}{\text{---}}$

Пропорциональные отрезки



$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{C_1K_1}{CK}$$

Говорят, что отрезки A_1B_1 и C_1K_1 пропорциональны отрезкам AB и CK .

Пропорциональны ли отрезки AB и CK отрезкам EP и HT , если:

а) $AB = 15$ см, $CK = 2,5$ см, $EP = 3$ см, $HT = 0,5$ см ? **да**

б) $AB = 12$ см, $CK = 2,5$ см, $EP = 36$ см, $HT = 5$ см ? **нет**

в) $AB = 24$ см, $CK = 2,5$ см, $EP = 12$ см, $HT = 5$ см ? **нет**

Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков.

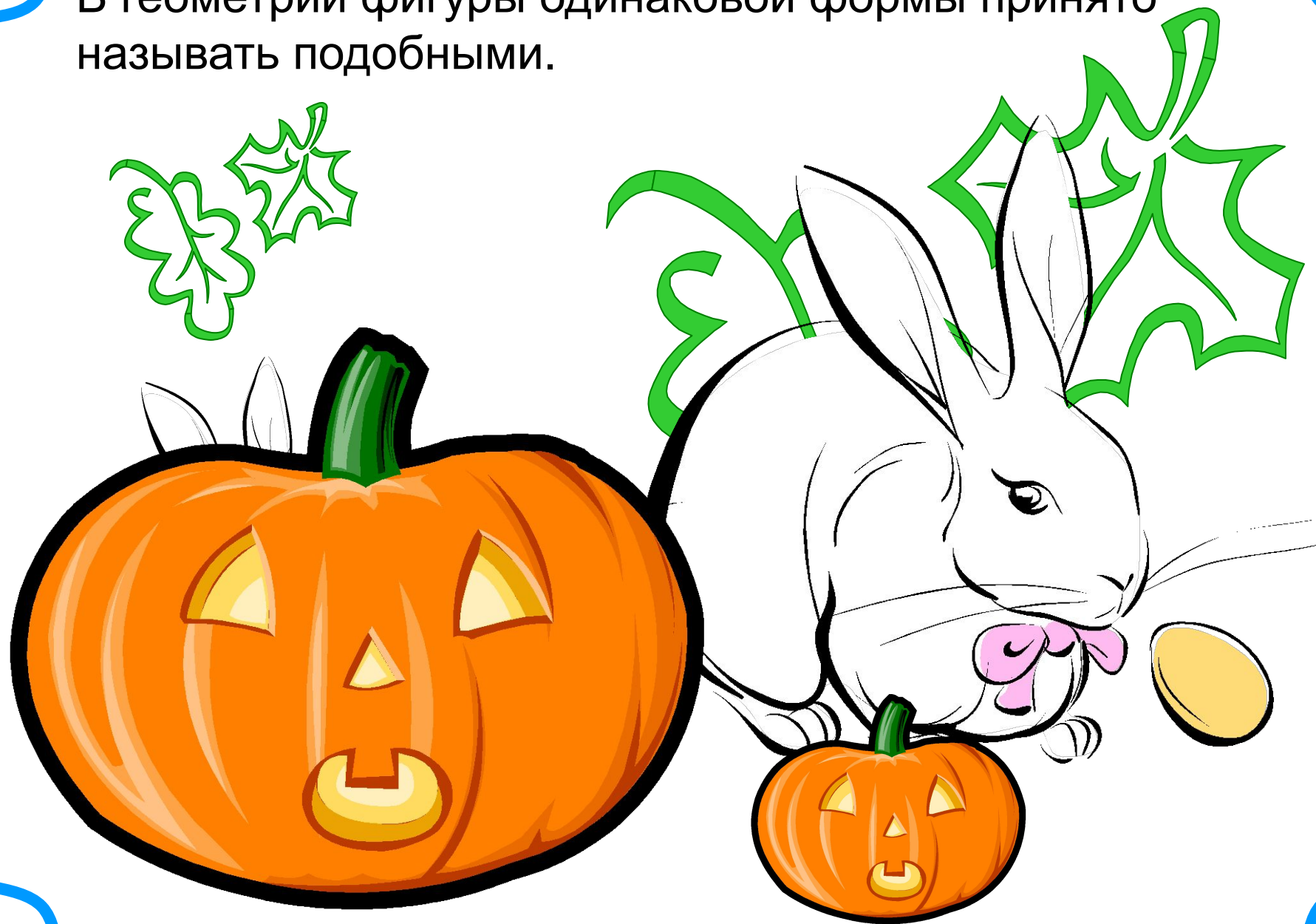
Отрезки

AB , CD и EF пропорциональны отрезкам A_1B_1 , C_1D_1 и E_1F_1 ,

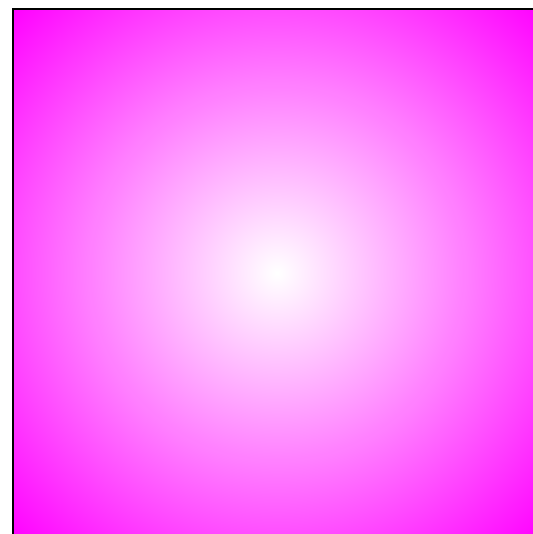
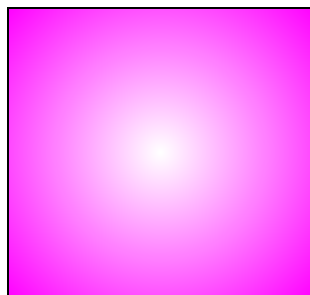
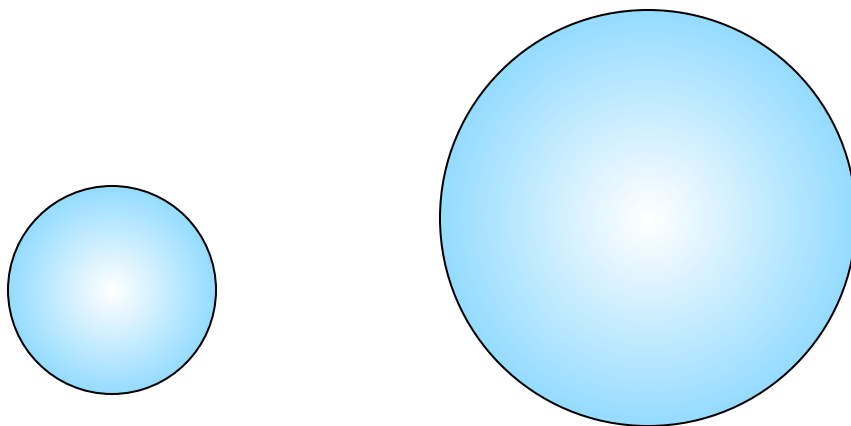
если

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{EF}{E_1F_1}$$

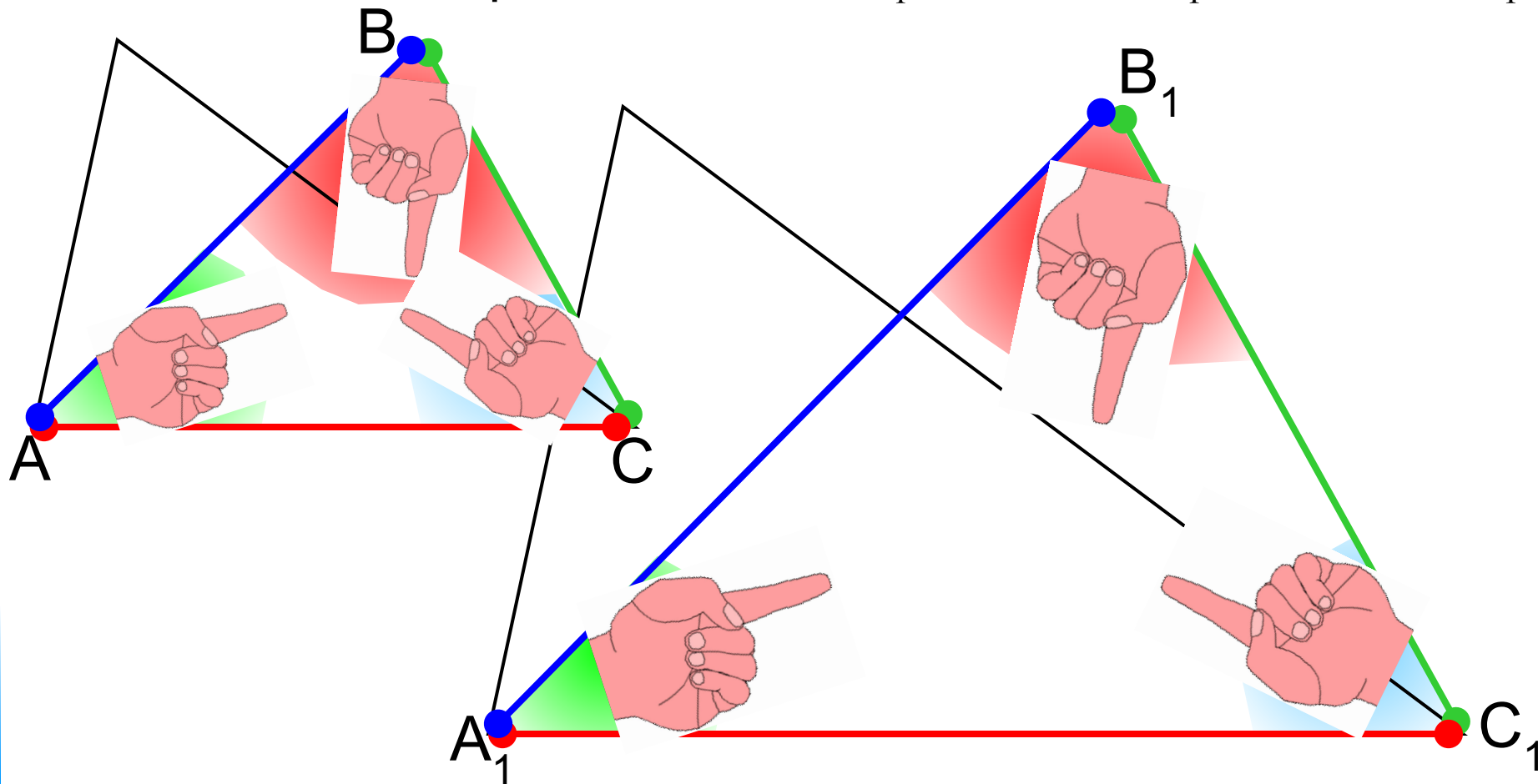
В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.



Подобными являются любые два круга, два квадрата.



Пусть у двух треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ углы соответственно равны $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$

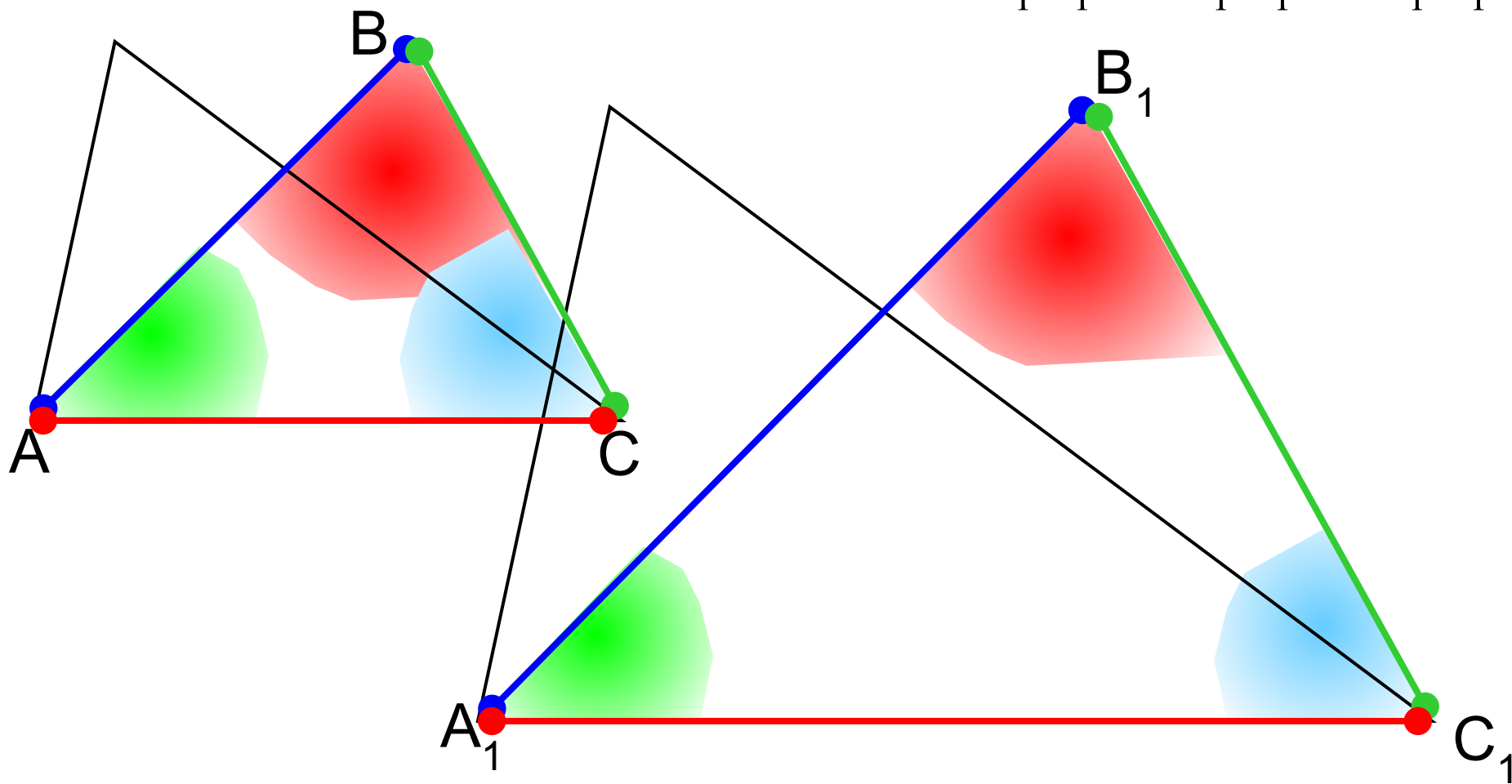


В этом случае стороны AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 называются **сходственными**.

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника соответственно пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

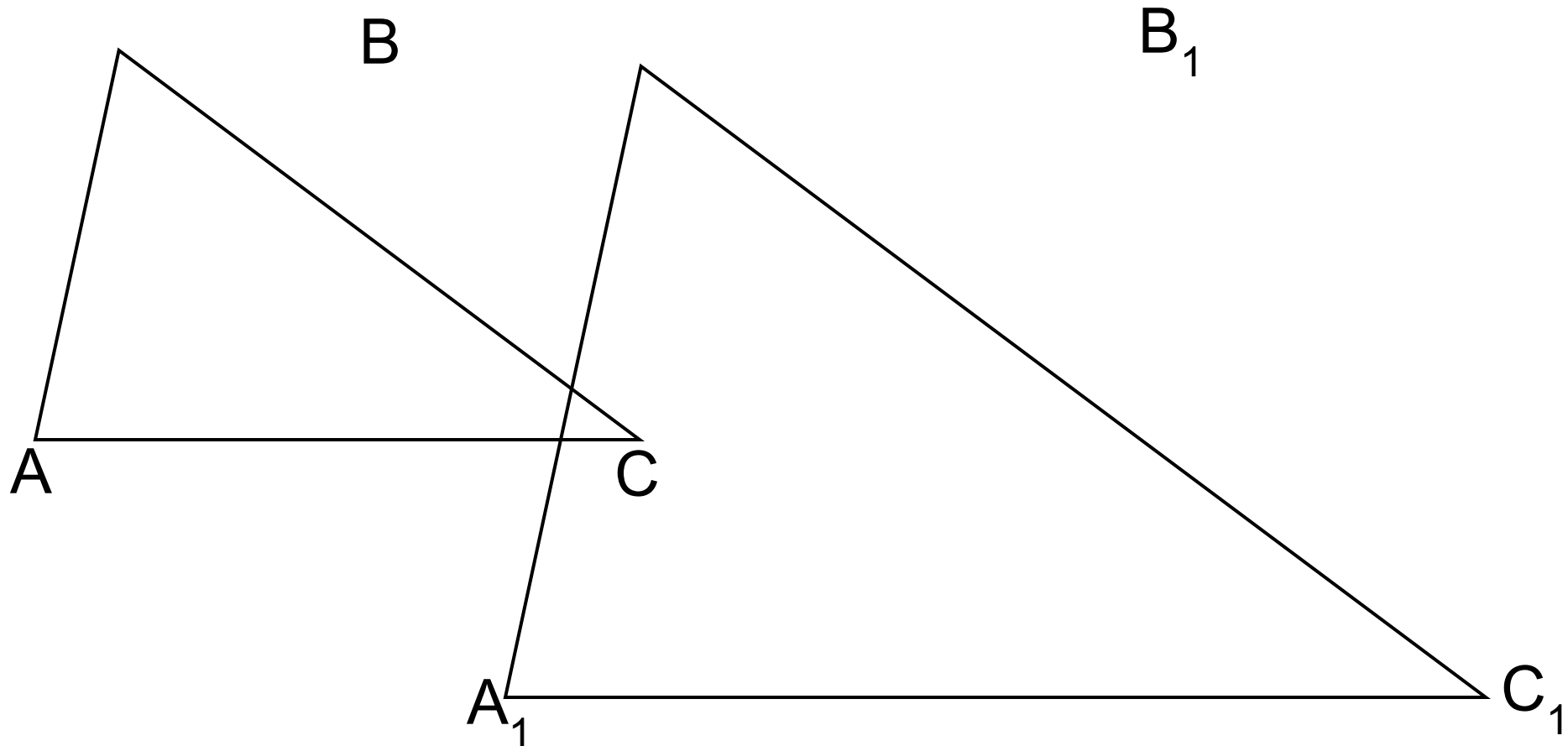
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число k , равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Дано: $\triangle ABC \sim \triangle ORV$

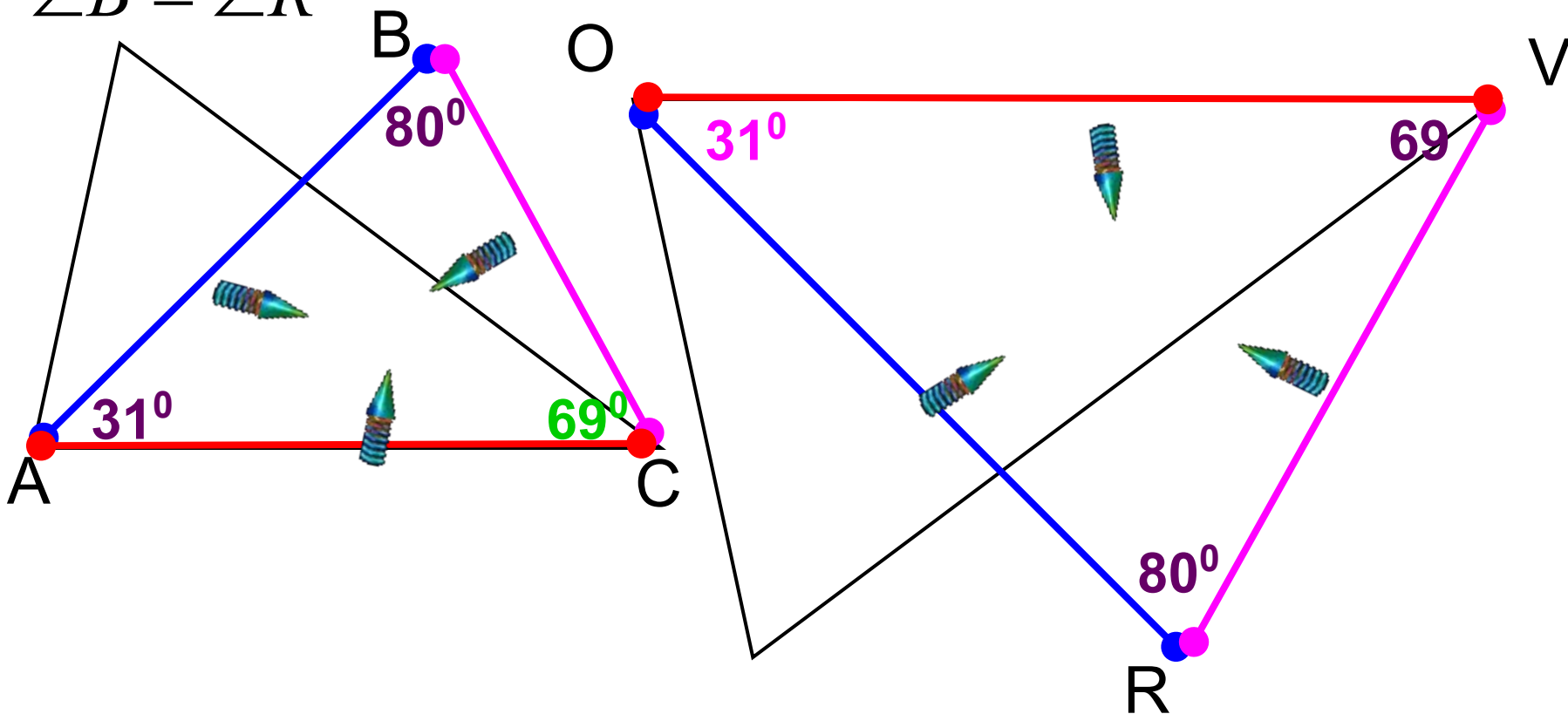
$$\angle C = \angle V$$

$$\angle A = \angle O$$

$$\angle B = \angle R$$

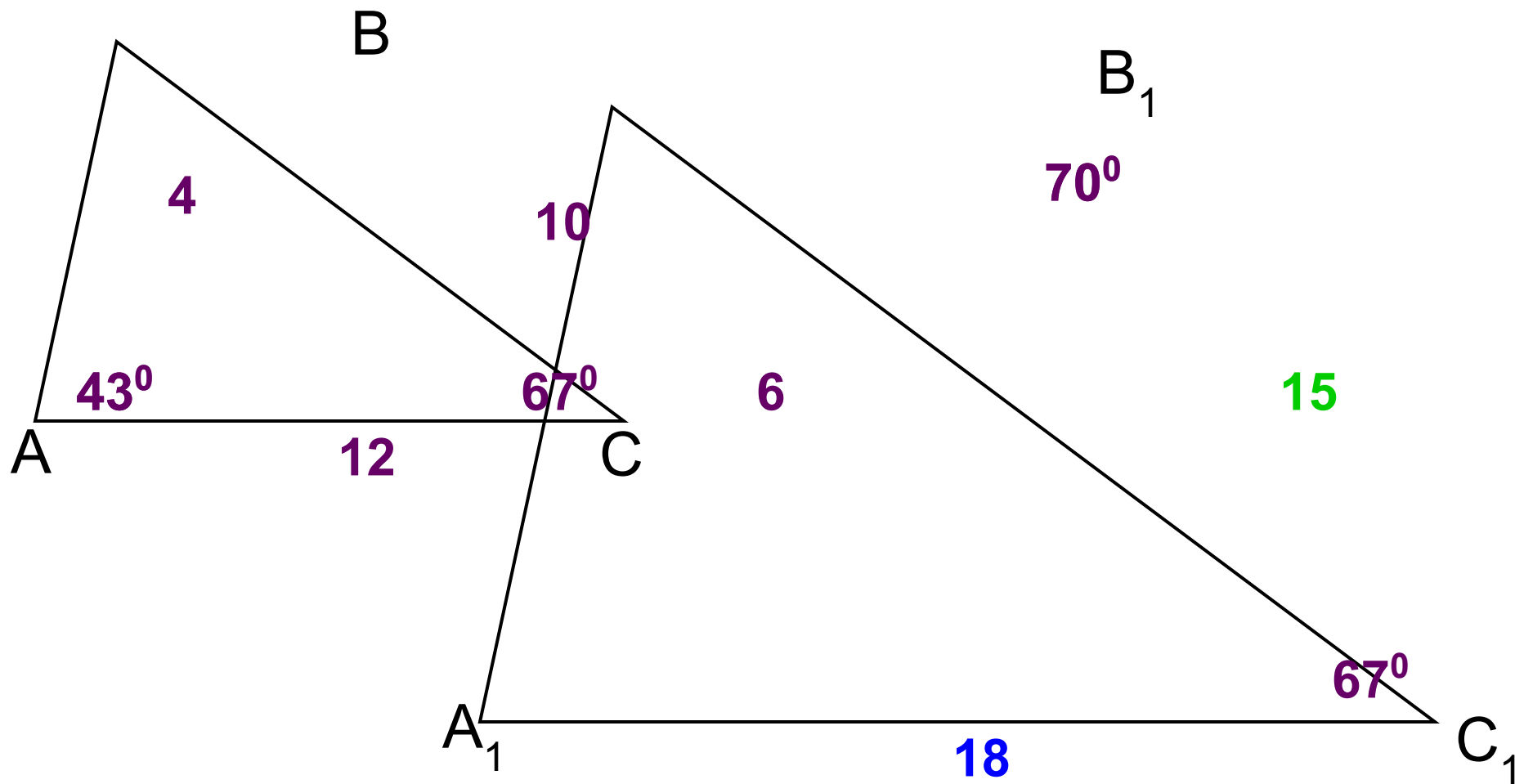
$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$

Найти все углы треугольников



Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

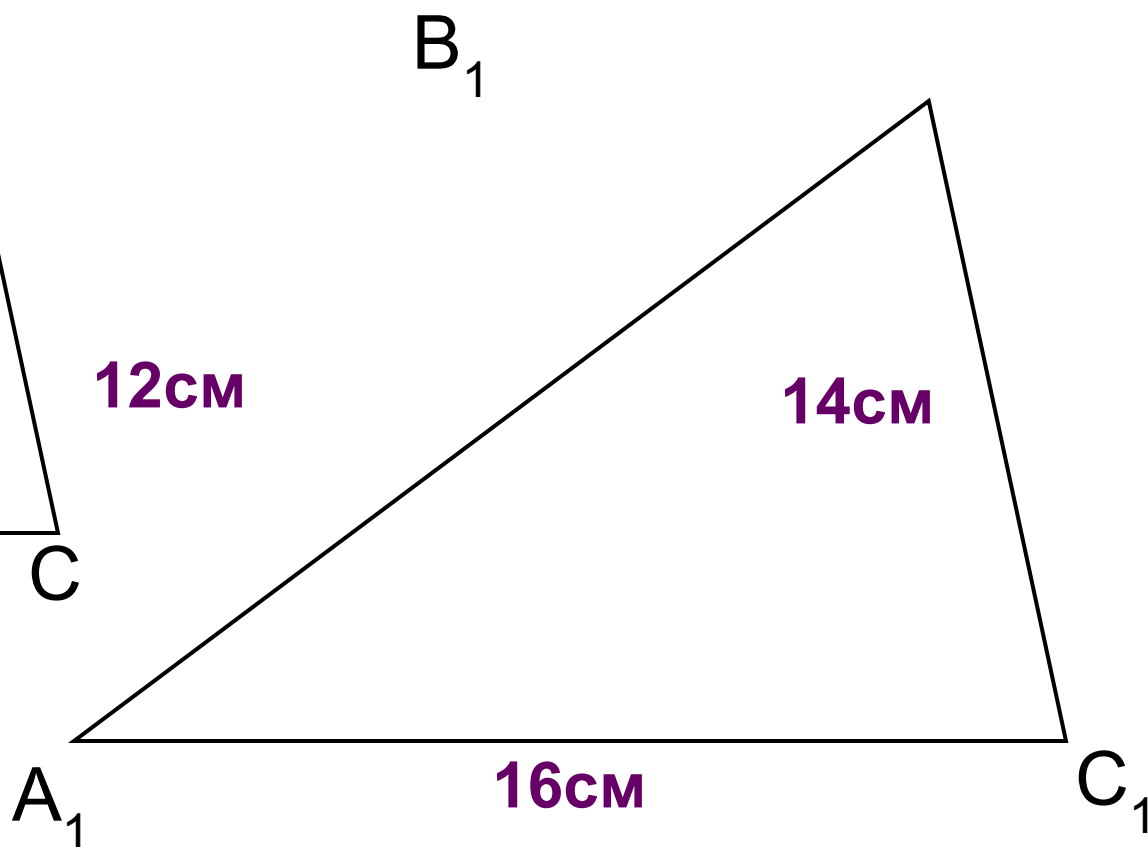
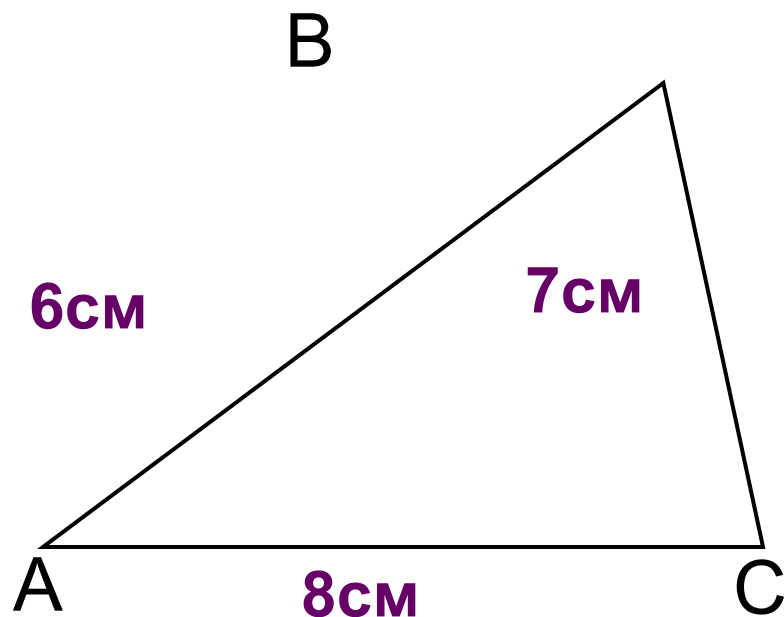


Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x, y, z .

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$

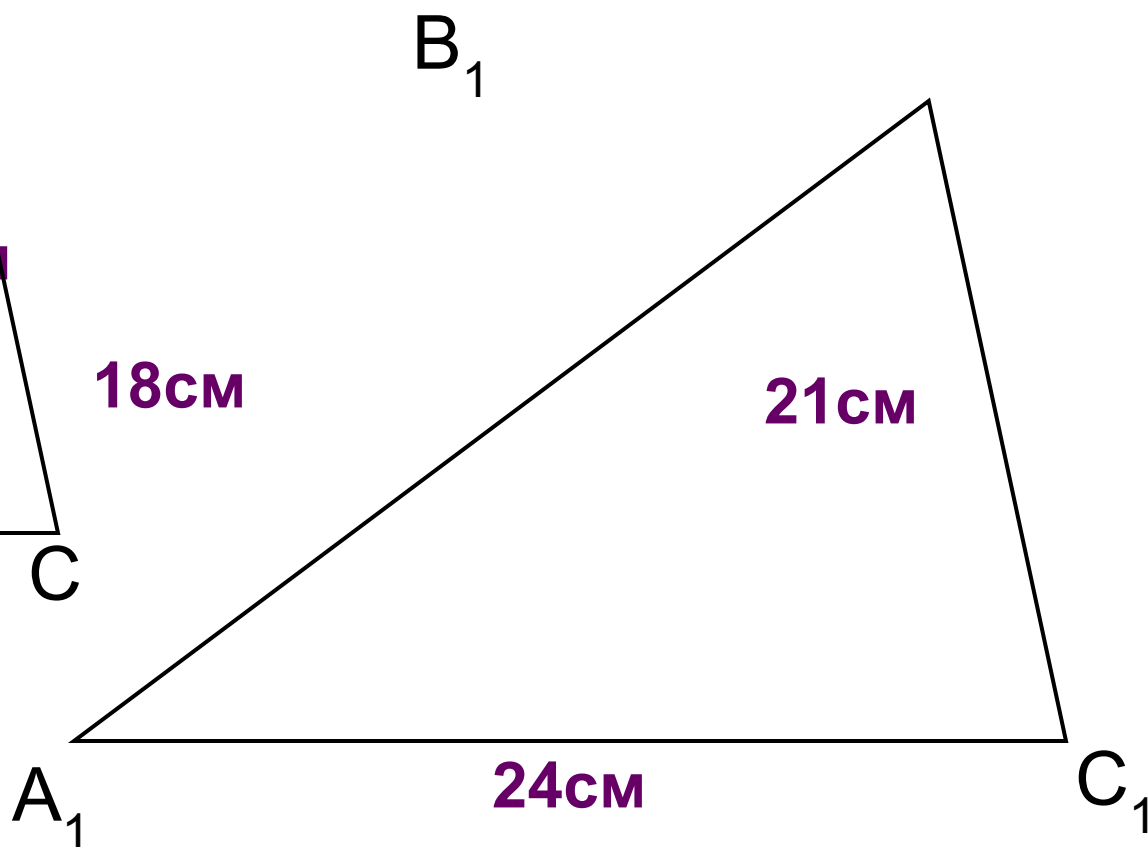
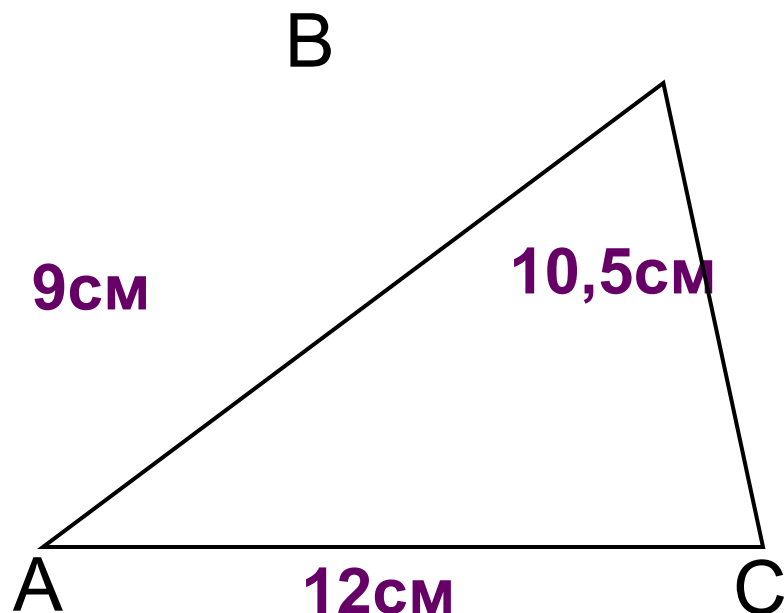


Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x, y, z .

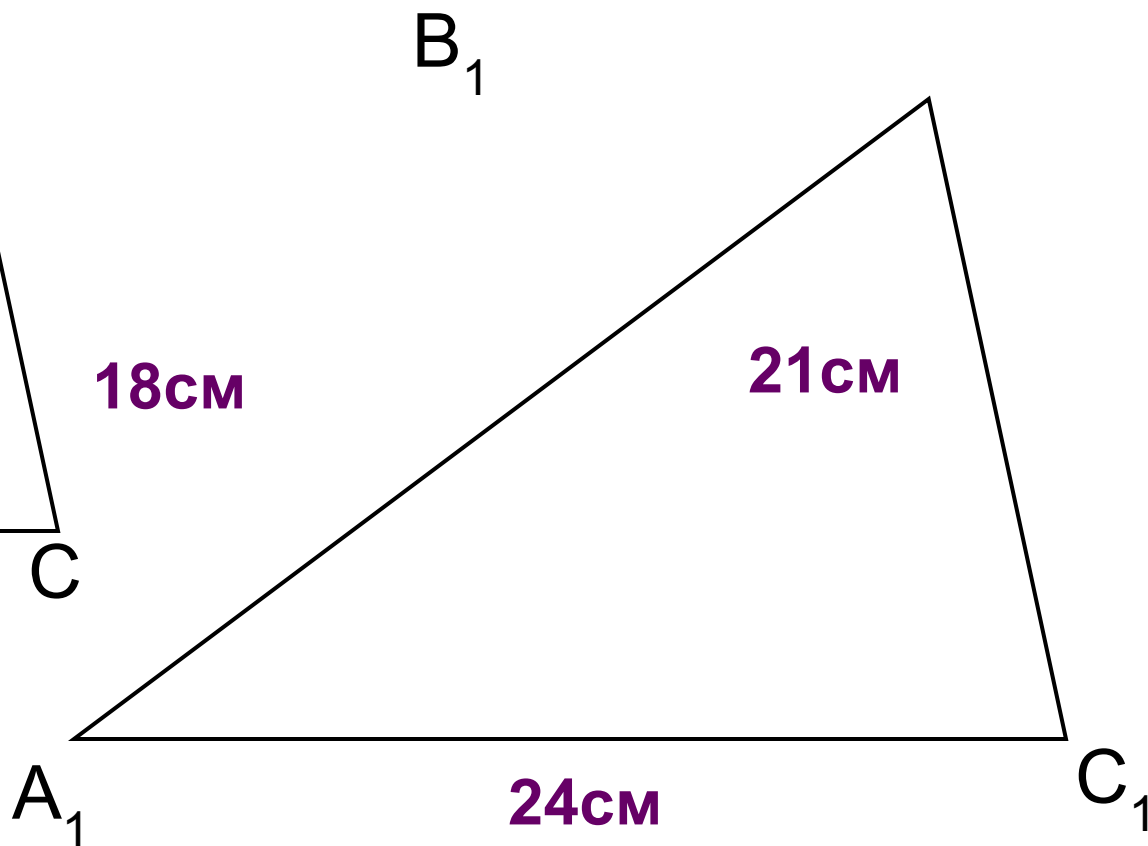
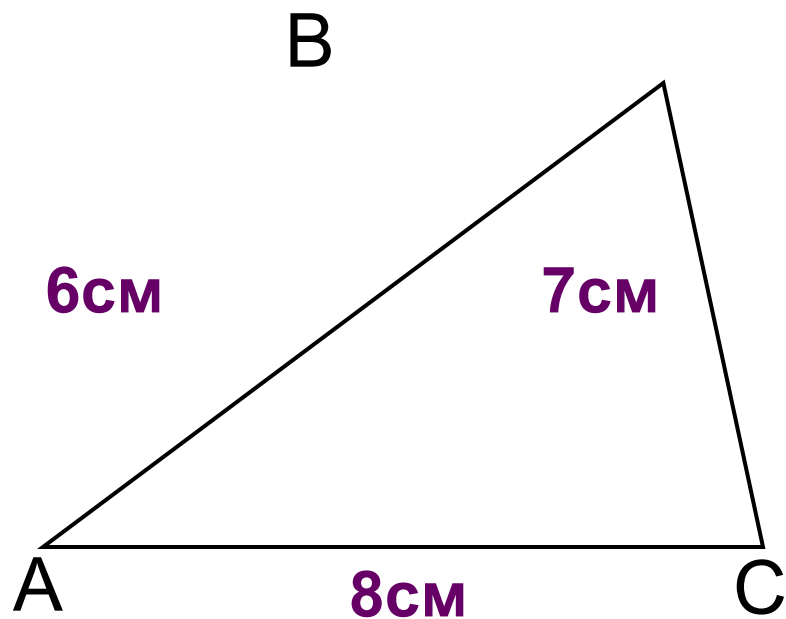
$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

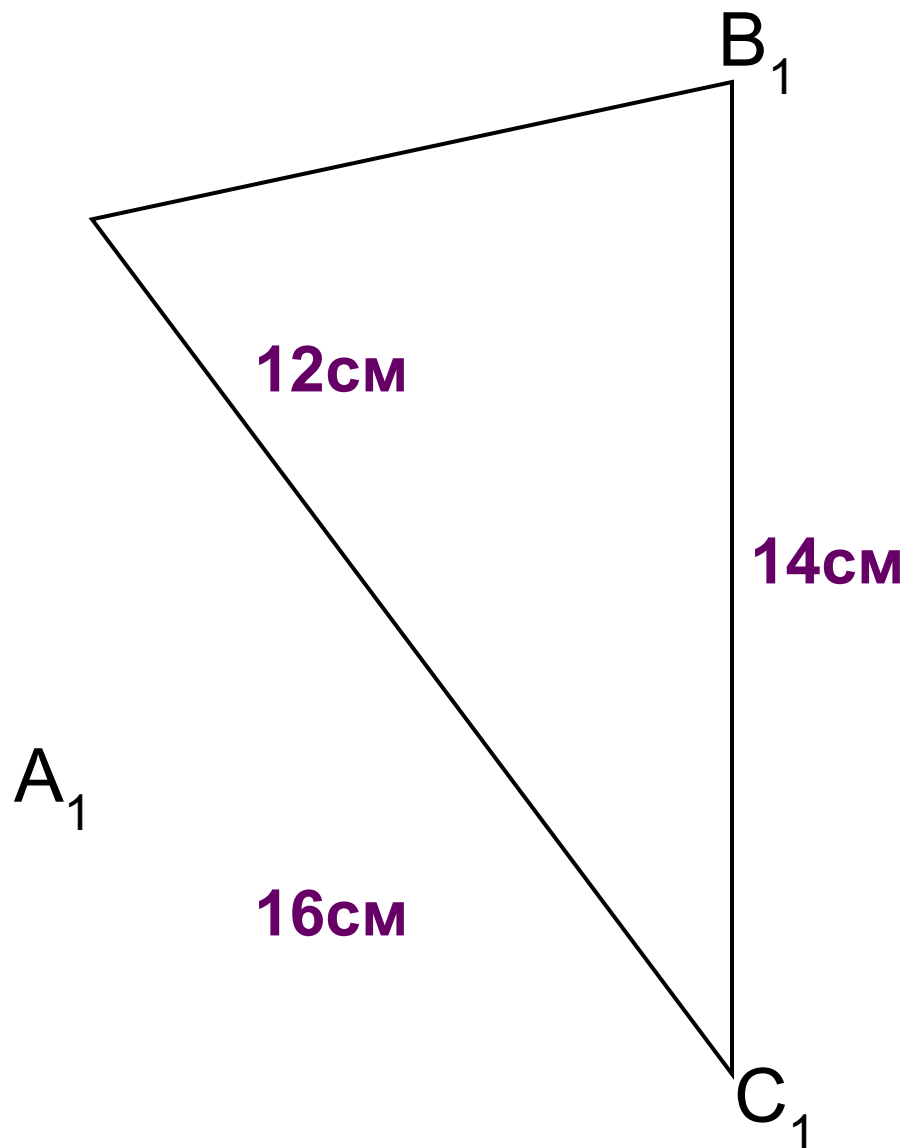
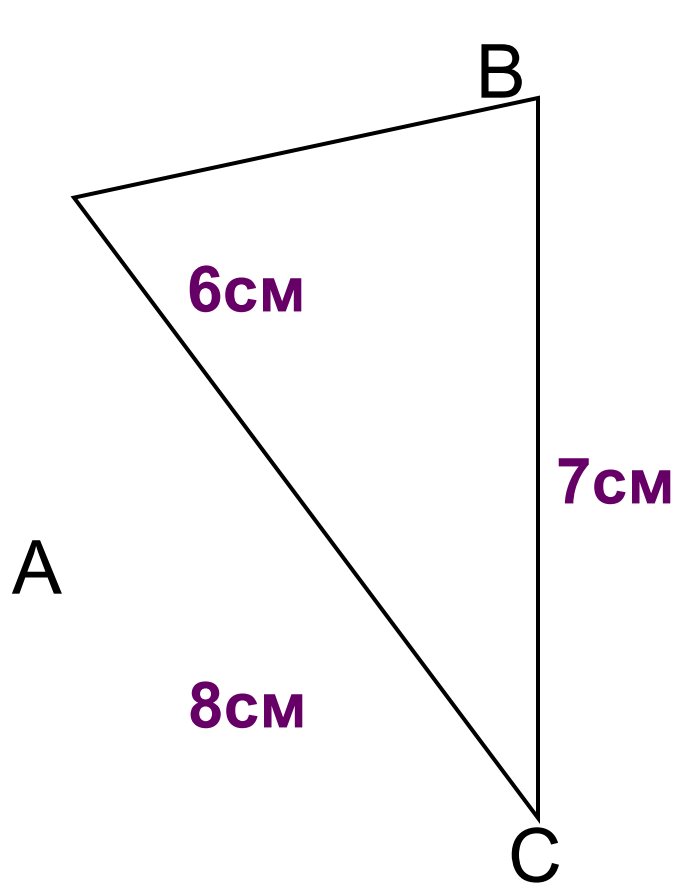
Найдите: x , y .



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

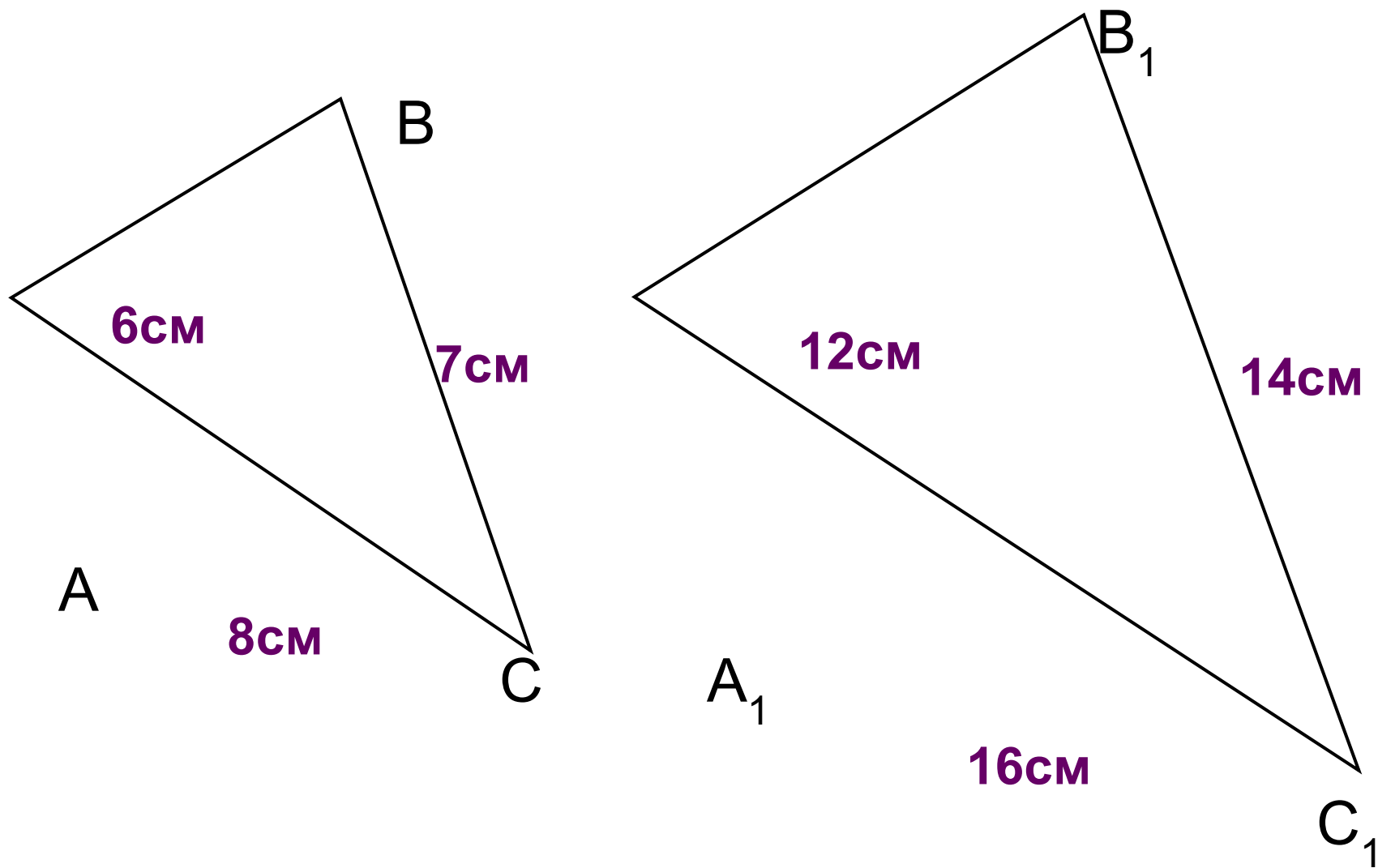
Найдите: x , y .



Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите: x, y .



Даны отрезки: $AB = 12$ см, $CD = 8$ см, $EF = 15$ см, $KL = 30$ см, $MN = 16$ см, $PQ = 20$ см. Найдите среди них пары пропорциональных отрезков.

Решение.

1) Так как $\frac{AB}{EF} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, $\frac{MN}{PQ} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, то $\frac{AB}{EF} = \frac{MN}{PQ}$, т. е. отрезки AB и MN пропорциональны отрезкам EF и PQ .

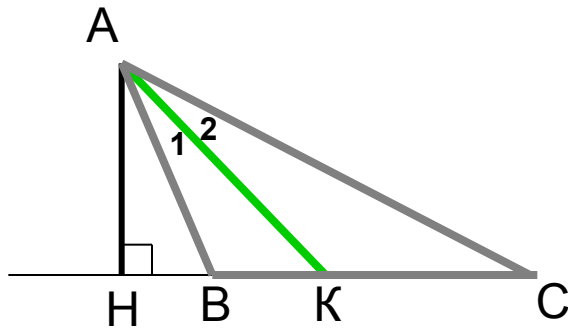
2) Так как $\frac{CD}{MN} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, $\frac{EF}{\quad} = \frac{15}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$, то $\frac{CD}{MN} = \frac{\quad}{\quad}$, т. е. отрезки CD и $\frac{EF}{\quad}$ пропорциональны отрезкам MN и $\frac{\quad}{\quad}$.

3) Так как $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$, $\frac{KL}{\quad} = \frac{30}{\quad} = \frac{3}{2}$, то $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$, т. е. отрезки $\frac{AB}{CD}$ и $\frac{KL}{\quad}$ пропорциональны отрезкам $\frac{\quad}{\quad}$ и $\frac{\quad}{\quad}$.

О т в е т. $\frac{AB}{EF} = \frac{MN}{PQ}$, $\frac{CD}{MN} = \frac{EF}{10}$, $\frac{AB}{CD} = \frac{KL}{20}$.

Свойство биссектрисы

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

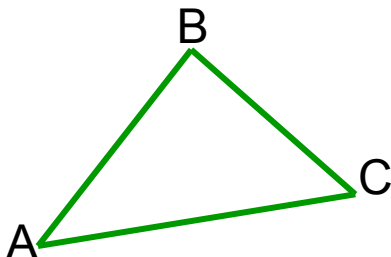
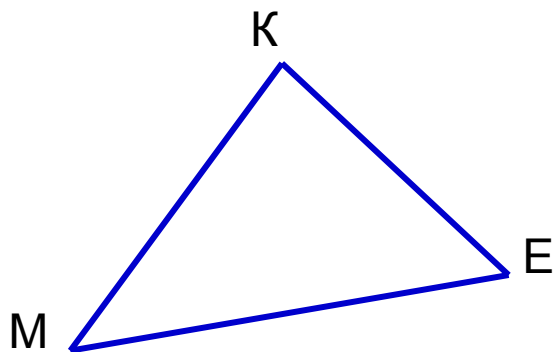


Дано: $\triangle ABC$, AK – биссектриса.

Доказать: $\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$



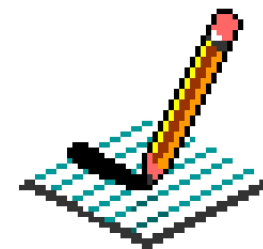
Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.



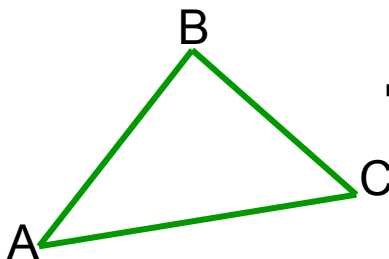
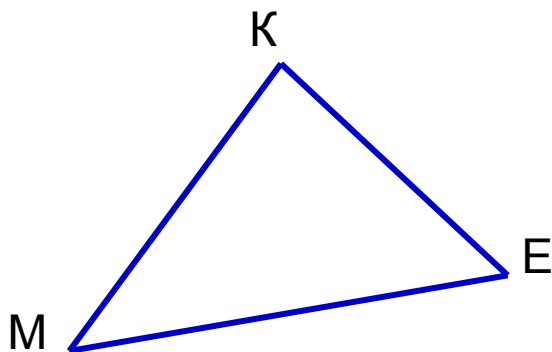
Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент
подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$



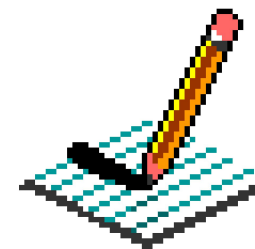
Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.



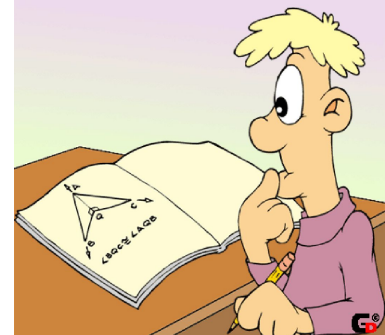
Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$



Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

24 см

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см^2 . Чему равна площадь первого треугольника ?

81 см^2

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см^2 . Чему равна площадь первого треугольника ?

8 см^2

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см^2 и 48 см^2 . Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

8 см

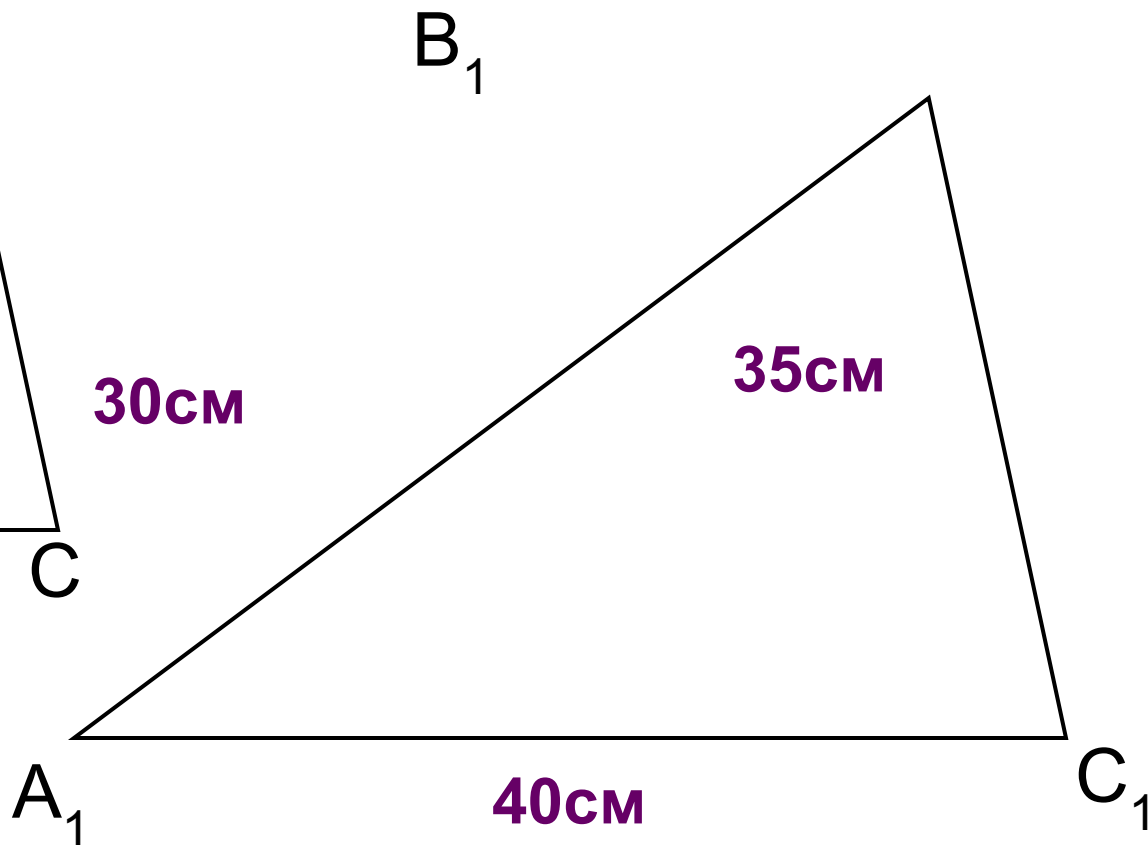
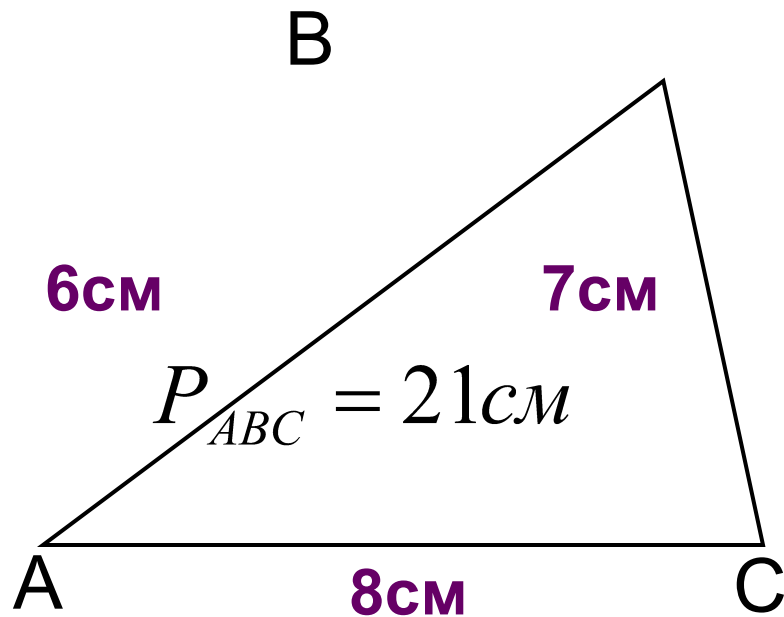


Блиц-опрос

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$P_{A_1B_1C_1} = 105 \text{ см}$$

Найдите: x, y, z .



$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$

Площади двух подобных треугольников равны 35 дм^2 и 315 дм^2 .
Одна из сторон первого треугольника равна 14 дм . Найдите соответственную ей сторону второго треугольника.

В подобных треугольниках ABC и EDF стороны AB и ED , BC и DF являются сходственными. Найдите стороны AB и AC треугольника ABC , если $ED = 3$ см, $DF = 5$ см, $EF = 7$ см, $BC = 15$ см.