Примеры разработки программ

Алтайский государственный университет
Факультет математики и ИТ
Кафедра информатики

Барнаул 2014

Лекция 7

- План
  - Пара заданий для самопроверки
  - Задача о разложении функции
  - Задача о площади пересечения прямоугольников

Пара заданий для самопроверки

Задание «Циклы»

- Что выведет программа?

```
#include <stdio.h>

void main(){
   int i=0;
   for(;i<=2;)
     printf(" %d",++i);
}
```

```
1 2 3
```

Задание «Циклы»

- Что выведет программа?

```
#include <stdio.h>

void main(){
   int x;
   for(x=1;x<=5;x++);
     printf("%d",x);
}
```

```
6
```

Задача о разложении функции

- Постановка задачи
- Алгоритм
- Программа 1
- Замечание об эффективности
- Программа 2

Разложение функции: постановка задачи

- Необходимо численно убедиться в справедливости равенства, то есть сравнить результаты вычисления значения функции для заданного значения аргумента, полученные двумя способами:
  - вычислением с использованием стандартных математических функций;
  - путем разложения функции с заданной точностью ε .

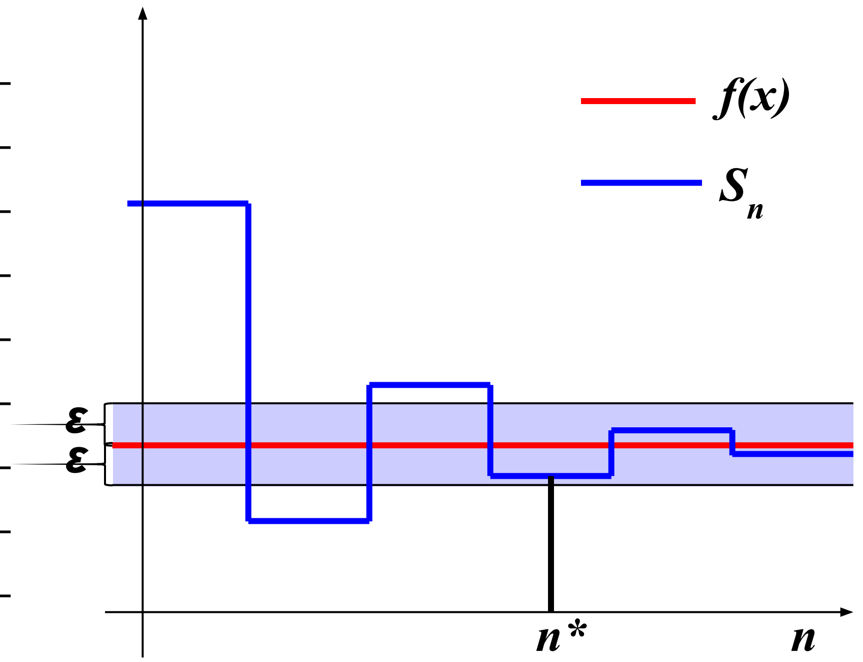
  При вычислении разложения необходимо выяснить количество шагов разложения, потребовавшееся для достижения точности ε.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}} = 1 - \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1 \cdot 4}{3^2 \cdot 2!}x^6 + \ldots + (-1)^{n+1}\frac{1 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (3n-2)}{3^n \cdot n!}x^{3n} + \ldots \right].$$

Разложение функции: суть

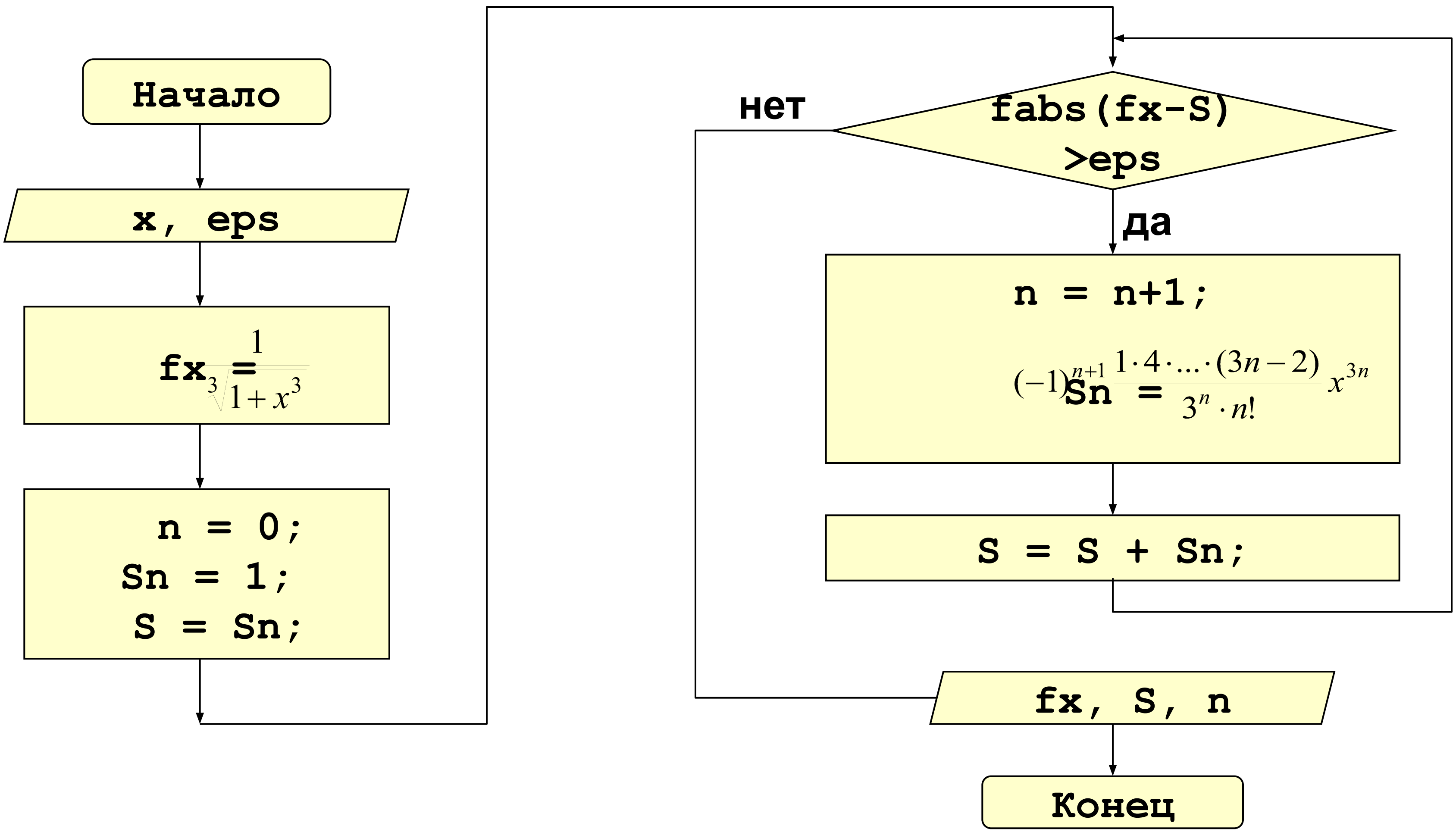
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}} \qquad S_n = (-1)^{n+1}\frac{1\cdot 4\cdot \ldots \cdot (3n-2)}{3^n \cdot n!}x^{3n} \qquad S = \sum_{n=0}^{N} S_n$$

n	*f(x)*	S_n	*S*
1	0.9614997135	1.0000000000	1.0000000000
2	0.9614997135	-0.0416666667	0.9583333333
3	0.9614997135	0.0034722222	0.9618055556
4	0.9614997135	-0.0003375772	0.9614679784
5	0.9614997135	0.0000351643	0.9615031427
6	0.9614997135	-0.0000038095	0.9614993332
7	0.9614997135	0.0000004233	0.9614997565
8	0.9614997135	-0.0000000479	0.9614997086
…	…	…	…



Разложение функции: алгоритм

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}} = 1 - \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1\cdot 4}{3^2\cdot 2!}x^6 + \ldots + (-1)^{n+1}\frac{1\cdot 4\cdot \ldots \cdot(3n-2)}{3^n\cdot n!}x^{3n} + \ldots\right].$$



Разложение функции: программа 1

Разложение функции: программа 1

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}} \qquad S_n = (-1)^{n+1}\frac{1\cdot 4\cdot \ldots \cdot(3n-2)}{3^n\cdot n!}x^{3n} \qquad S = \sum_{n=0}^{N} S_n$$

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

void main() {
  double x,fx,Sn,S,eps,z,b;
  int n,i,a,p,f;

  printf("  x=");
  scanf("%lf",&x);
  printf("eps=");
  scanf("%lf",&eps);

  fx=1/pow(1+x*x*x,1./3.);
  n=0;  Sn=1;  S=Sn;

  // Сюда вставить основной цикл

  printf(" fx=%12.10lf\n",fx);
  printf("  S=%12.10lf\n",S);
  printf("  n=%d\n",n);
}
```

Очевидное, но плохое решение

```
// Основной цикл
while(fabs(fx-S) > eps) {
    n++; // Следующее слагаемое

    // Знак
    z=pow(-1.0,n);

    // Числитель
    a=1;
    for(i=1; i<=n; i++)
       a*=(3*i-2);

    // Факториал
    f=1;
    for(p=1; p<=n; p++)
       f*=p;

    // Знаменатель
    b=pow(3.0,n)*f;

    Sn =(z*a/b)*pow(x,3.0*n);
    S += Sn;
```

Разложение функции: суть

- Нетрудно заметить:

$$S_n = (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (3n-2)}{3^n \cdot n!} x^{3n}$$

$$S_{n+1} = (-1)^{n+2} \frac{1 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (3n-2) \cdot (3(n+1)-2)}{3^{n+1} \cdot (n+1)!} x^{3(n+1)}$$

$$S_{n+1} = -\frac{3n+1}{3n+3} x^3 \cdot S_n$$

Разложение функции: программа 2

Разложение функции: программа 2

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}} \qquad S_n=(-1)^{n+1}\frac{1\cdot 4\cdot \ldots \cdot(3n-2)}{3^n\cdot n!}x^{3n} \qquad S=\sum_{n=0}^{N}S_n$$

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define MAX_ITER 1000.0
void main() {
  double x,fx,Sn,S,eps,n;
  printf("x=");    scanf("%lf",&x);
  printf("eps="); scanf("%lf",&eps);
  fx=1/pow(1+x*x*x,1./3.);
  Sn=1;  S=Sn; n=0;
  while(fabs(fx-S) > eps && n < MAX_ITER) {
    Sn*=-(3*n+1)*x*x*x/(3*n+3);
    S+=Sn;
    n+=1;
  }
  printf("fx=%12.10lf\n",fx);
  printf(" S=%12.10lf\n",S);
  printf(" n=%1.0lf\n",n);
}
```

$$S_{n+1}=-\frac{3n+1}{3n+3}x^3\cdot S_n$$

Хорошее решение

Задача о площади пересечения прямоугольников

- Постановка задачи
- Алгоритм
- Программа

Площадь пересечения прямоугольников: постановка задачи

- В программу последовательно поступают габариты прямоугольников a, b, c, d ($a \le x \le b$, $c \le y \le d$). Требуется, не запоминая габаритов всех прямоугольников, найти площадь их пересечения.

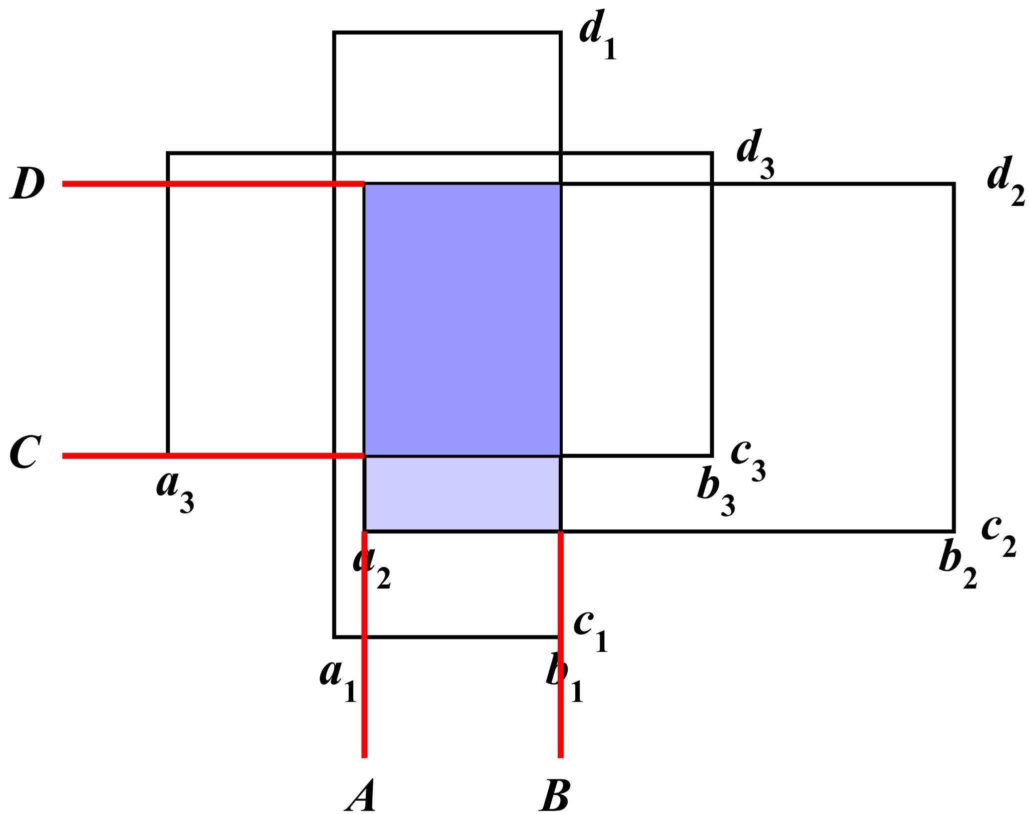
$$A = max(a_i)$$
$$B = min(b_i)$$
$$C = max(c_i)$$
$$D = min(d_i)$$

Если $A < B$ и $C < D$, то

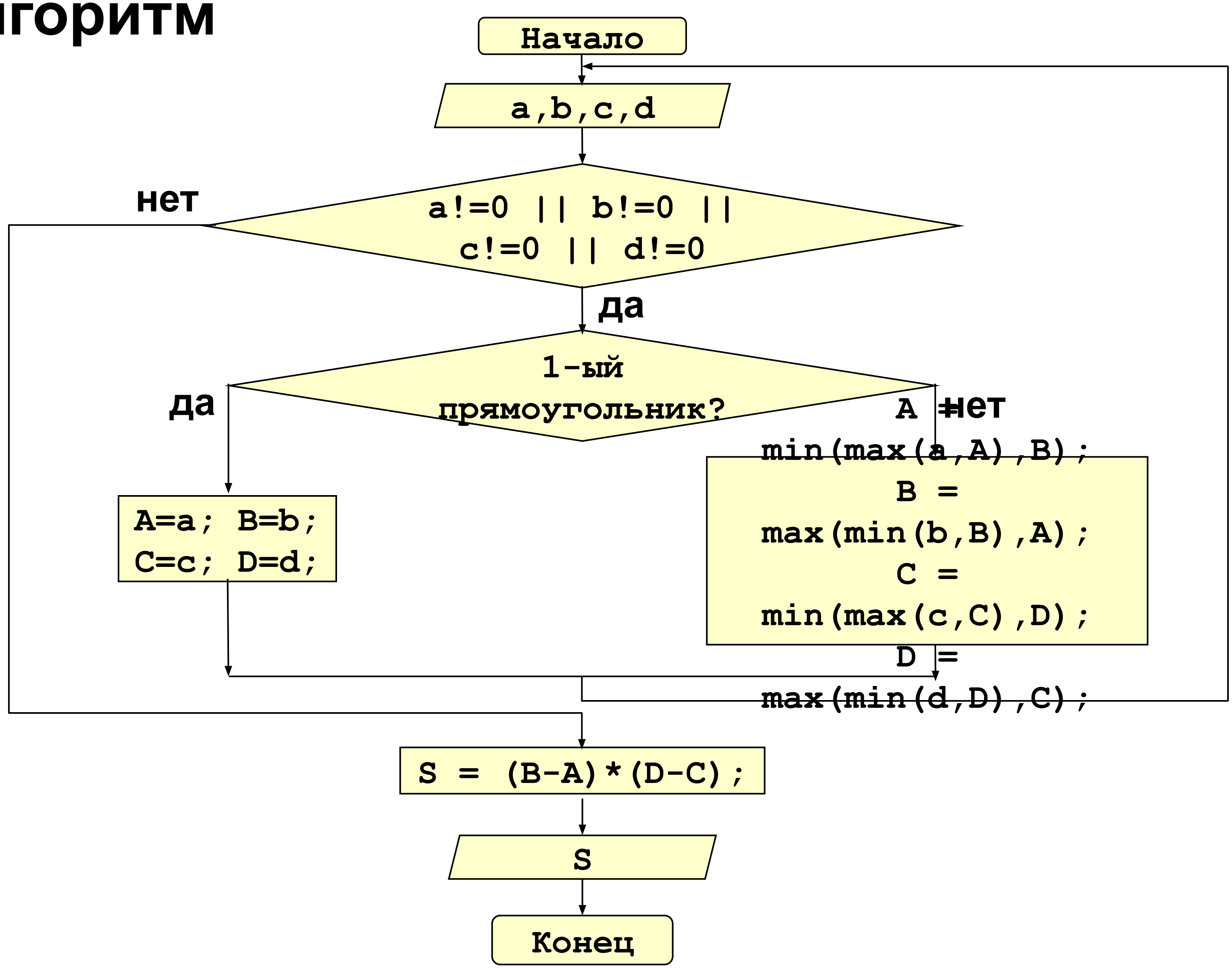
$S = (B - A) \cdot (D - C)$,

иначе

$S = 0$.



Площадь пересечения прямоугольников: алгоритм



Площадь пересечения прямоугольников: программа

Площадь пересечения прямоугольников: программа

```
#include <stdio.h>
#define min(x,y)  ((x)<(y))?(x):(y)
#define max(x,y)  ((x)>(y))?(x):(y)

void main() {
  float a,b,c,d,A,B,C,D,S=0;
  int first=1;
  do {
    printf("a, b, c, d:\n");
      scanf("%f%f%f%f",&a,&b,&c,&d);
    if (first) {
      A=a; B=b; C=c; D=d; first=0;
    } else {
      A = min(max(a,A),B);
      B = max(min(b,B),A);
      C = min(max(c,C),D);
      D = max(min(d,D),C);
    }
  }while(a!=0 || b!=0 || c!=0 || d!=0);
  S = (B-A)*(D-C);
  printf("S = %f\n",S);
}
```

Вопросы?

- Задача о разложении функции
  - Постановка задачи
  - Алгоритм
  - Программа 1
  - Замечание об эффективности
  - Программа 2
- Задача о площади пересечения прямоугольников
  - Постановка задачи
  - Алгоритм
  - Программа

Дубовая роща. Девочка и банан