

Автономная некоммерческая организация

профессионального образования

КАЛИНИНГРАДСКИЙ БИЗНЕС-КОЛЛЕДЖ

Кафедра общих гуманитарных и естественных дисциплин

Числовые множества

Составитель: преподаватель:
Войкова Т.Ю.

Что такое – число?

Многие люди, изучая математику, испытывают разочарование от того, что не понимают этот предмет. Это вполне объяснимо: готовясь к занятию, я задала вопрос: «Число – что это?» и не нашла ни одного корректного определения.

Он-лайн справочник webmath.ru приводит следующее определение:

«**Число** является одним из самых важных понятий в математике. Оно используется для описания количественных характеристик, для сравнений, нумерации объектов и их частей. Для написания чисел чаще всего используют арабские цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; а так же символы математических операций.»

Хочется сказать Автору: «Спасибо большое. Слова «Одно из самых важных понятий» были очень важными, но лишними в определении, т.к. по сути никакой информации не несут. Кроме того, существуют числа, которые НЕ используются «для описания количественных характеристик, для сравнений, нумерации объектов и их частей».

Не удалось найти корректное определение понятия «Число» и в Википедии.

Так что остановимся на том, что есть понятия, с которыми мы сталкиваемся постоянно, но определения, устраивающие всех, для них придумать не удастся.

Множества.

И снова – разочарование: понятие «Множество» (набор, совокупность, соединение, комбинация) не имеет определение. Фактически, мы изучаем «не понятно, что».

На самом деле, многие неопределяемые понятия соответствуют объектам, имеющим вполне определённые свойства и доступны пониманию, хотя бы на уровне интуиции.

История возникновения натуральных чисел берет свое начало еще с первобытного общества.

Для обозначения множеств используются заглавные буквы латинского алфавита. Числовые множества, как частный случай множеств, обозначаются также. Например, можно говорить о числовых множествах A , N , W и т.п. Особую важность имеют множества натуральных, целых, рациональных, действительных, комплексных чисел и т.п., для них были приняты свои обозначения:

N – множество всех натуральных чисел: 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

J – множество иррациональных чисел;

R – множество действительных чисел;

C – множество комплексных чисел.

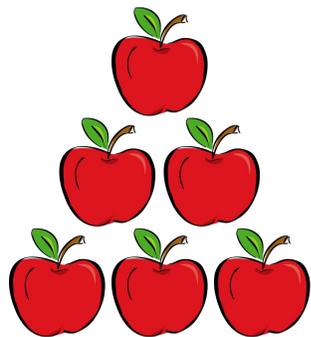
Числовые множества.

Иногда у меня создаётся впечатление, что математика похожа на религию.

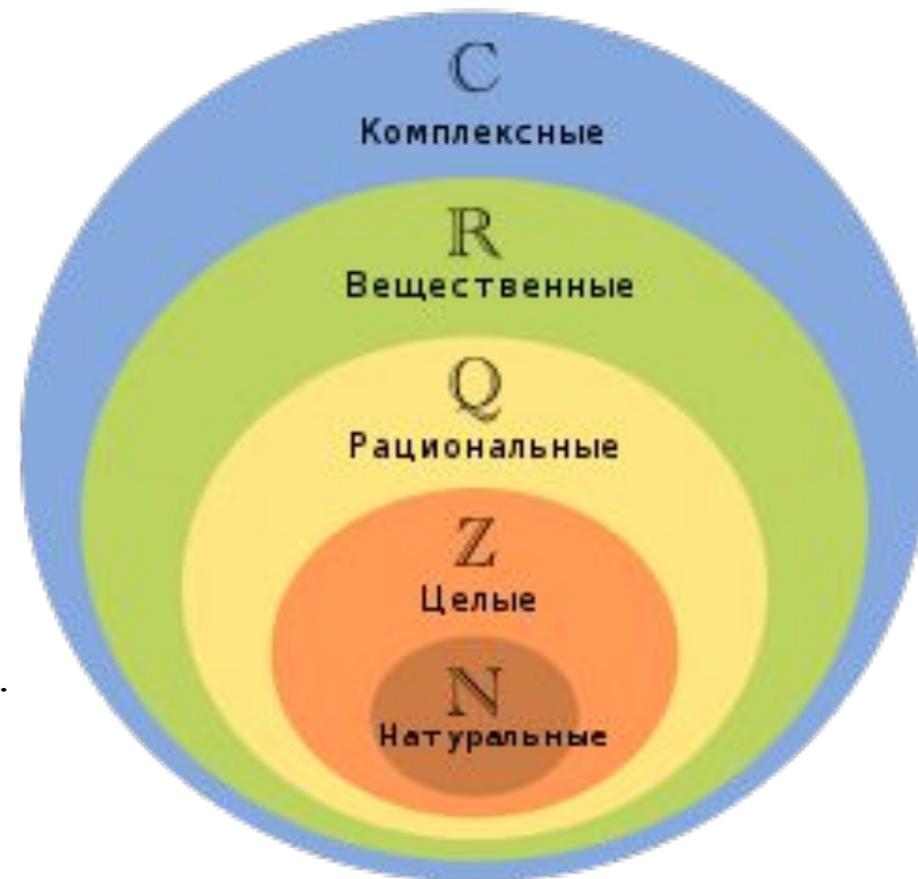
Некоторые положения (аксиомы) принимаются без доказательств.

Есть существенные различия во взглядах на некоторые вопросы – как и в религиях. Например, число 0 (ноль) в Российской Федерации не относится к натуральным.

Здесь натуральные числа используются для счёта предметов:



«Одно яблоко, два яблока, три яблока...», т.е. Натуральные числа – это множество \mathbb{N} : 1; 2; 3;... Наименьшее натуральное число – единица.



Числовые множества.

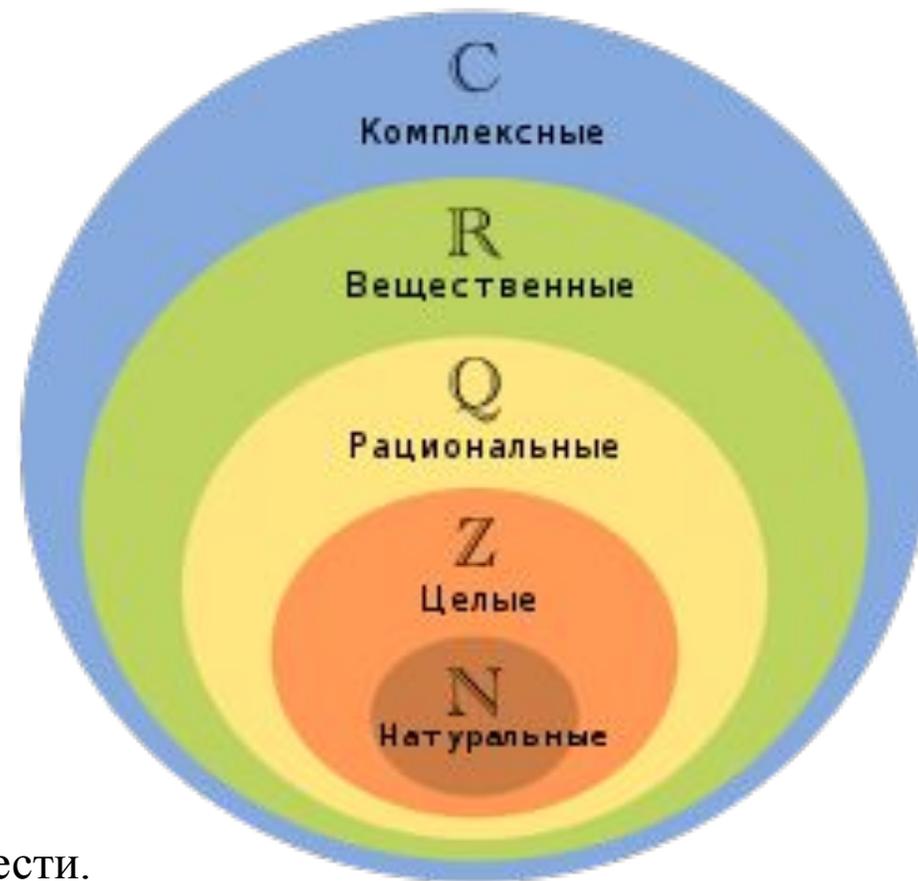
В некоторых странах натуральные числа – это 0; 1; 2; 3;...

Это связано с тем, что в качестве натурального числа (например, во Франции) рассматривают количество предметов, а не номер предмета. Количество может быть равно нулю.

Сразу договоримся, что мы используем вариант: \mathbb{N} : 1; 2; 3;...

Раз уж мы заговорили про обозначения, то здесь напомним и про обозначение пустого множества, то есть множества, не содержащего элементов. Его обозначают знаком \emptyset .

Подумайте, какой пример пустого множества Вы можете привести.



Вопрос на смекалку: предложите набор натуральных чисел, такой, что если перемножить эти числа, то в результате получится 15. И если сложить те же самые числа, в результате получится 15.

Факториал

Сколькими способами пять бабушек могут занять очередь к невропатологу? Сколькими способами трое студентов могут занять очередь за шаурмой? На этот вопрос ответит ФАКТОРИАЛ.

Факториал натурального числа n ($n!$) – это произведение всех натуральных чисел, от одного до n включительно. Это число обозначается восклицательным знаком.

Другое, тоже достойное определение:

Факториал натурального числа n обозначается $n!$. Вычисляется по формуле:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

Дополнительно, математики считают, что факториал нуля равен единице: $0! = 1$. Просто запомните. Можно, конечно, доказать, но придётся лезть в математические дебри. Что не входит сегодня в наши планы.

$$\frac{8!}{5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 336$$

Операции с числовыми множествами.

Первый вопрос: принадлежит ли число множеству? Второй вопрос: является ли числовое множество частью другого числового множества?

Символы «Принадлежит, содержится» - это \in и \subset

Понятно, что не стоит обозначать множество, состоящее, к примеру, из двух чисел 5 и -7 как Q , это обозначение будет вводить в заблуждение, так как буквой Q обычно обозначают множество всех рациональных чисел. Для обозначения указанного числового множества лучше использовать какую-нибудь другую «нейтральную» букву, например, A .

$A = \{5; -7\}$.

$A \subset N$ – неверно;

$A \subset Z$ – верно; $N \subset Z$ – верно.

$-7 \in N$ – неверно; $5 \in N$ – верно; $-7 \in Z$ – верно; таким образом, символ « \in » используется, когда говорят о принадлежности одного элемента множеству, а символ « \subset » - когда говорят, что одно множество является ЧАСТЬЮ (подмножеством) другого множества.

Перечеркнув, мы получим символ «не принадлежит»: $-7 \notin N$ – верно, т.к. 7 – не натуральное число.

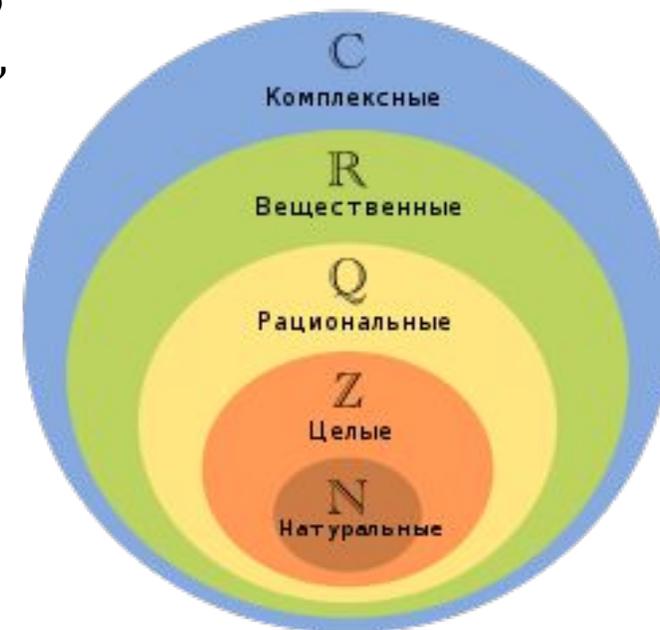


Операции с числовыми множествами.

Исходя из того, что $N \subset Z$ – верно и $5 \in N$ – верно, приходим к выводу, что $5 \in Z$; $5 \in Q$; $5 \in R$; $5 \in C$ – тоже верные высказывания, несмотря на то, что определение комплексного числа Вы, скорее всего, ещё не проходили. Множество комплексных чисел – это расширение множества действительных чисел. Обозначают множество комплексных чисел латинской буквой C .

Множество целых чисел Z – это множество натуральных чисел N , дополненное нулём и множеством целых отрицательных чисел.

Отрицательные числа впервые появились в древней Индии в связи с понятием долга:



$-15+23=8$ «Был должен 15 рупий, заработал 23 рупии, отдал долг, в итоге запас 8 рупий»

Операции с числовыми множествами.

Множество рациональных чисел Q включает в себя множество целых (а значит, и натуральных чисел), и ещё дробные и смешанные числа.

Смешанные числа – это числа, содержащие целую и дробную часть:

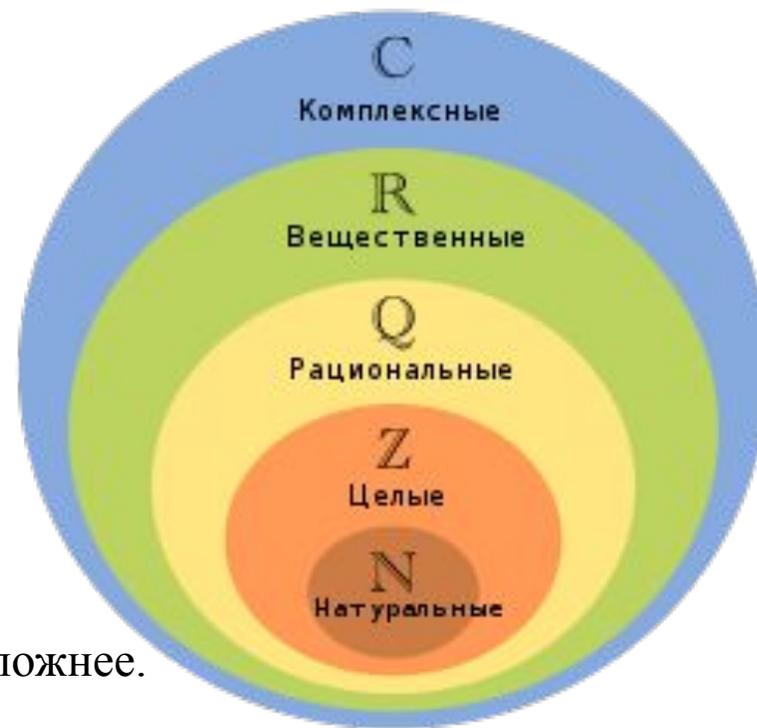
$$3\frac{2}{7} = 3 + \frac{2}{7}$$

$N \subset Z \subset Q$ – верно

Рациональное число (лат. *ratio* «отношение, деление, дробь») — число, которое можно представить обыкновенной дробью, числитель— целое число, а знаменатель — натуральное число.

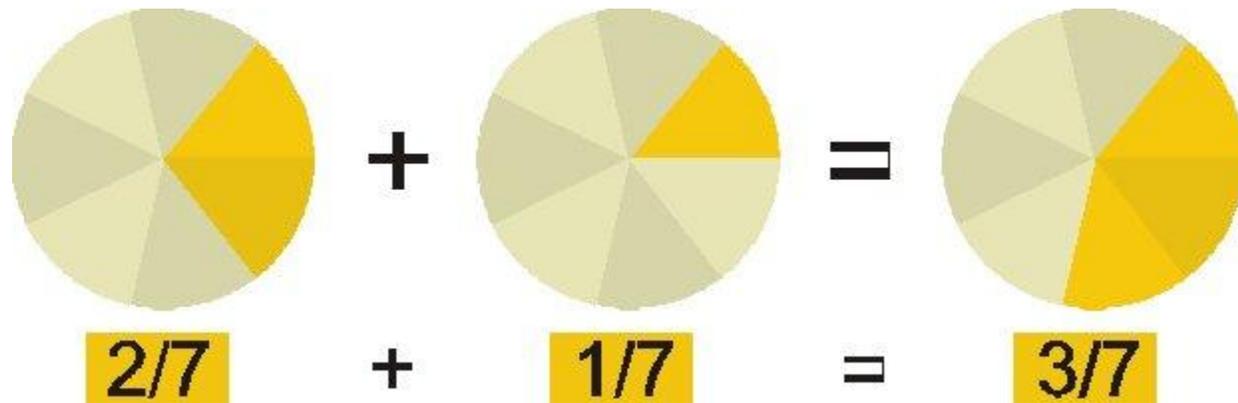
Например, $3\frac{2}{7} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{7} = \frac{23}{7}$; $23 \in Z$; $7 \in N \Rightarrow 3\frac{2}{7} \in Q$.

Со множеством нерациональных (иррациональных) чисел всё немного сложнее. Общепринятого обозначения множества иррациональных чисел нет.



Операции с числовыми множествами.

Обыкновенные дроби:



Опр. Дробь – это одна или несколько равных частей единицы.

Операции с числовыми множествами.

Со множеством нерациональных (иррациональных) чисел всё сложнее.
Общепринятого обозначения множества иррациональных чисел нет.

Иррациональное число — число, которое нельзя представить обыкновенной дробью, где числитель— целое число, а знаменатель — натуральное число.

Есть и другое определение.

Иррациональное число – это бесконечная непериодическая дробь.

В общем, когда за запятой нет никакого порядка – только сплошное безобразие. Нет повторяющейся последовательности из одних и тех же цифр.

0,09450945094509450945094509450945... - это – рациональное число:

$$\frac{105}{1111}$$

Проверьте на калькуляторе.



Операции с числовыми множествами.

Множество иррациональных чисел обозначают латинской буквой I (и); J (жи; йот), а также $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ - разность множества действительных (вещественных) и рациональных чисел.

Что такое – разность множеств?.. Опять нет определения?.. На это раз повезло: определение есть.

Разность множеств $A \setminus B$ – это множество элементов, которые принадлежат первому множеству (A), но не принадлежат второму множеству (B). Например, $A = \{-1; 0; 2; 3; 4\}$; $B = \{-1; 0; 3\}$

Тогда $A \setminus B = \{2; 4\}$

Разобраться легко, если сказать: «A, но не B» или «A, без B».

Таким образом, если мы отбросим от множества действительных чисел «хорошие», рациональные числа (множество Q), то получим множество «нехороших», иррациональных чисел. Как это множество обозначать – математики так и не договорились. То ли I, то ли J, то ли $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Там число π , всякие неизвлекающиеся корни (как например $\sqrt{5}$) и прочие вредные для обычного человека числа.

