

Метод интервалов

Подготовила:

учитель математики

МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова

Кутоманова Е.М.

2010-2011 учебный год

Рассмотрим функцию $f(x)=(x+3)(x-1)(x-2)$.

$D(f)$ - любое число,

нули функции- числа -3; 1; 2.

Нули функции разбивают всю область определения на промежутки: $(-\infty; -3)$, $(-3; 1)$, $(1; 2)$, $(2; \infty)$.

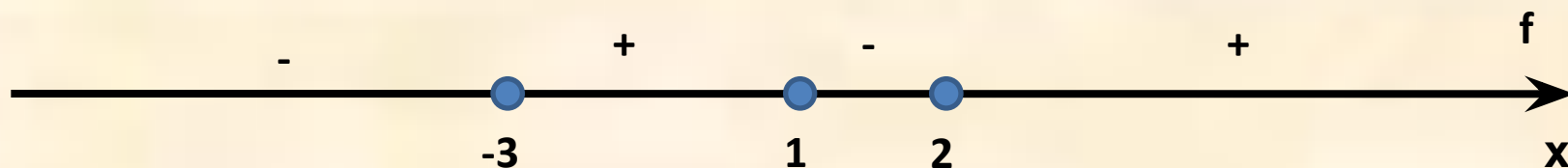
Выясним, какой знак имеет функция на каждом из указанных промежутков:

$$f(-4)=-1 \cdot (-5)(-6)=-30 < 0;$$

$$f(0)=3 \cdot (-1) \cdot (-2)=6 > 0;$$

$$f(1,5)=4,5 \cdot 0,5 \cdot (-0,5) < 0;$$

$$f(3)=6 \cdot 2 \cdot 1 > 0;$$



ТЕОРЕМА :Если функция f непрерывна на интервале $(a;b)$ и не обращается в 0 на этом интервале, то f сохраняет на нём постоянный знак.

Необходимым условием смены знака в точке C является : $f(c)=0$

Однако , это не является достаточным условием : **функция f может и не менять своего знака при переходе через точку C**

Методом интервалов можно решать неравенства вида:

$$f(x) > 0 ,$$

$$f(x) \geq 0$$

$$f(x) < 0 ,$$

$$f(x) \leq 0$$

1. Решим неравенство: $(x+4)(x-3) > 0$

$$f(x) = (x+4)(x-3),$$

$D(f)$ - любое число,

-4 и 3- нули функции, которые разбивают всю область определения на промежутки:

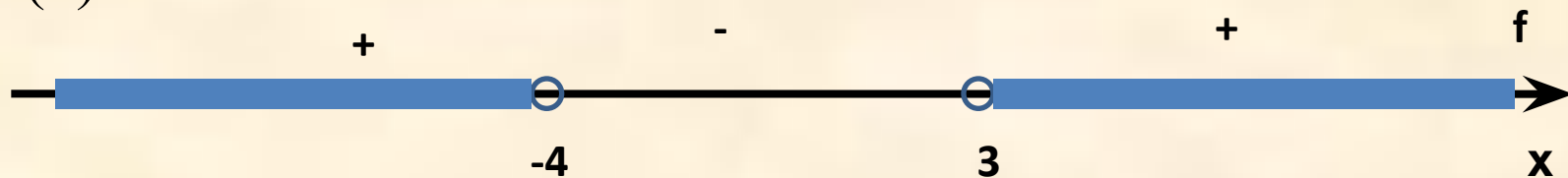
$(-\infty; -4)$, $(-4; 3)$, $(3; \infty)$.

Определим знак функции на каждом промежутке:

$$f(-5) = -1 \cdot (-8) = 8 > 0;$$

$$f(0) = 4 \cdot (-3) = -12 < 0;$$

$$f(4) = 8 \cdot 1 = 8 > 0.$$



Ответ $(-\infty; -4) \cup (3; \infty)$.

2. Решим неравенство: $(x+5)(x+1)(x-3) < 0$.

$$f(x) = (x+5)(x+1)(x-3),$$

$D(f)$ -любое число,

-5; -1; 3- нули функции, которые разбивают всю область определения на промежутки:

$(-\infty; -5)$, $(-5; -1)$, $(-1; 3)$, $(3; \infty)$.

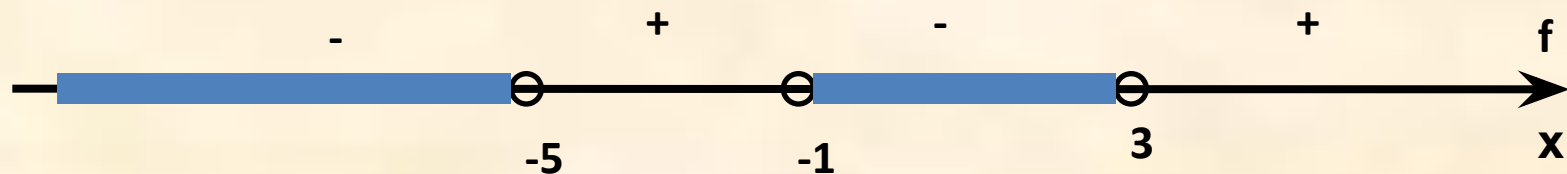
Определим знак функции на каждом промежутке:

$$f(-6) = -1 \cdot (-5) \cdot (-9) = -45 < 0,$$

$$f(-2) = 3 \cdot (-1) \cdot (-5) = 15 > 0,$$

$$f(0) = 5 \cdot 1 \cdot (-3) = -15 < 0,$$

$$f(4) = 9 \cdot 5 \cdot 6 = 270 > 0.$$



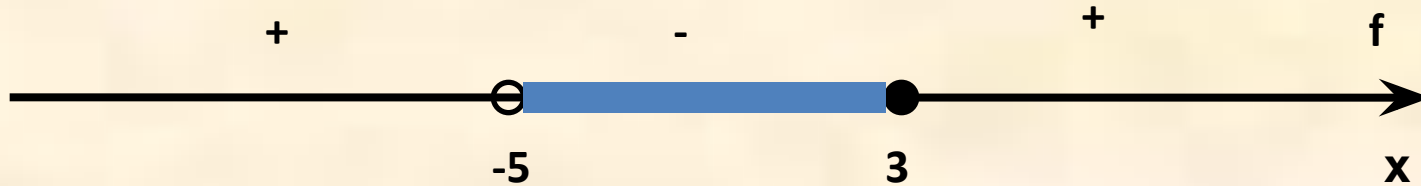
Ответ $(-\infty; -5) \cup (-1; 3)$.

№3. Решим неравенство $\frac{x-3}{x+5} \leq 0$

$$f(x) = \frac{x-3}{x+5},$$

$D(f)$ - любое число, кроме -5 ,

3 - нуль функции.



$$f(-6) = \frac{-6-3}{-6+5} = \frac{-9}{-1} = 9 > 0, \quad f(0) = \frac{-3}{5} < 0, \quad f(4) = \frac{4-3}{4+5} = \frac{1}{9} > 0,$$

$$x \in (-5; 3]$$

Ответ : $(-5; 3]$

№4. Решим неравенство $\frac{x-3}{x+5} \leq 2$

$$\frac{x-3}{x+5} \leq 2$$

$$\frac{x-3}{x+5} - 2 \leq 0$$

$$\frac{x-3}{x+5} - 2 \leq 0$$

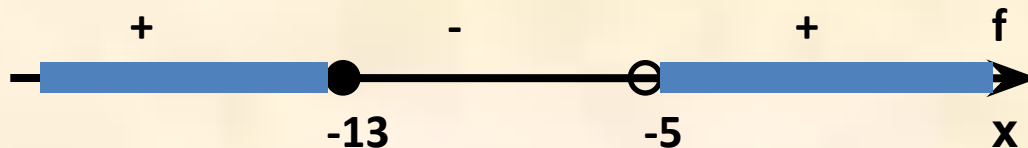
$$\frac{x-3-2x-10}{x+5} \leq 0$$

$$\frac{-x-13}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{x+13}{x+5} \geq 0$$

$$f(x) = \frac{x+13}{x+5},$$

$D(f)$ - любое число, кроме -5,
-13-нуль функции.



$$f(-14) = \frac{-1}{-9} > 0, \quad f(-6) = \frac{7}{-1} < 0, \quad f(0) = \frac{13}{5} > 0,$$

$$x \in (-\infty; -13] \cup (-5; \infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -13] \cup (-5; \infty)$$