

Математика 1

№1 ДӘРІС

*Матрицалар және оларға
қолданылатын амалдар.
Анықтауыштар.*

Ибраимова А.К., проф.ассистенті

ЖОСПАР:

1. Матрица түсінігі
2. Матрица түрлері
3. Матрицаларға қолданылатын амалдар.
4. 2-ші және 3-ші ретті анықтауыштар.
5. Минор, алгебралық толықтауыштар.

Анықтама:

$m \times n$ өлшемді матрица деп, m жол мен n бағаннан тұратын сандардың тік бұрышты кестесін айтады.

Матрицаны құрайтын сандарды матрица элементтері деп атайды, матрицаны латынның бас әріптерімен A , B , C , ... белгілейді.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A = (a_{ij}),$$

$m \times n$ өлшемі немесе

$$A_{m \times n}$$

Матрицалардың түрлері:

- үшбұрышты

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

- Нөлдік матрица - O :

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- *Диагоналдық матрица*

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- *Бірлік матрица*

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- *жолды* матрица және *бағанды* матрица

$$A = (a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_m), \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_n \end{pmatrix}$$

Анықтама: А матрицадағы жол мен сәйкес бағанды алмастырғанда пайда болған матрицаны алмастырылған матрица деп атайды. А матрица өлшемі $m \times n$ болса, алмастырылған матрицаның өлшемі $n \times m$ болады.

- **Мысалы:**

егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, онда $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Матрицаларға **қолдану амалдар**

матрицаны санға көбейту, қосу, азайту, көбейту, матрицаларды дәрежеге шығару.

1.

$$B = \lambda A \quad , \quad \hat{A} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 20 & 25 & 30 \end{pmatrix}$$

2.

$$C=A+B, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

3.

$$A-B=A+(-1)B$$

• **Қасиеттері:**

а) **коммутативтік** $A+B=B+A$,

б) **ассоциативтік** $(A+B)+C=A+(B+C)$,

в) **дистрибутивтік** $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$.

4.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj}$$

$$AB = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

- *Қасиеттері:*

а) *ассоциативтік* $A (BC) = (AB) C;$

б) *дистрибутивтік* $A (B+C) = AB + AC$

және

$$(B+C) A = BA + CA.$$

- Квадраттық матрицаларға $|AB| = |A| \cdot |B|$

• *Мысалы:*

$$1) \quad C = (1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 32$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Табу керек AB және BA .

Аңықтауыштар

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \boxed{\times} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \boxed{\times} & a_{2n} \\ \boxed{\times} & \boxed{\times} & \boxed{\times} & \boxed{\times} \\ a_{n1} & a_{n2} & \boxed{\times} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2-ші ретті анықтауыш

- *Анықтама:* 4 саннан тұратын квадрат кесте 2-ші ретті анықтауыш деп аталады да, Δ - деп белгіленеді:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

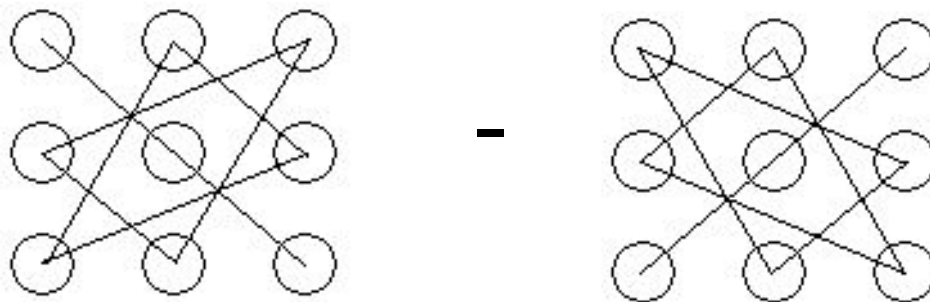
- *Мысалы:* $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$

3-ші ретті анықтауыш

$$\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

•Есептеу ережелері

1) Үшбұрыш ережесі (немесе Саррюс)



$$\Delta \dot{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{13} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \mathbf{a}_{23} \\ \mathbf{a}_{31} & \mathbf{a}_{32} & \mathbf{a}_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Мысалы:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 8 - 3 \cdot 5 \cdot 7 - 2 \cdot 9 \cdot 4 - 1 \cdot 6 \cdot 8 = 0$$

Минор

n-ші ретті анықтауыш берілген болсын .

Анықтама: a_{ij} элементінің M_{ij} миноры деп ,
қиылысында осы элемент тұрған жол мен бағанды
сызып тастағанда пайда болған (n-1) ретті жаңа
анықтауышты айтады.

$$\text{Мысалы: } M_{12} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{21}a_{33} - a_{31}a_{23}$$

Анықтама: a_{ij} элементінің A_{ij} -алгебралық толықтауышы деп $(-1)^{i+j}$ таңбасымен алынған оның минорын айтады: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

Мысалы: $A_{23} (-1)^{2+3} M_{23} = -M_{23}$.

- **Мысалы:**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A_{11}=(-1) \ 1+1 \cdot 4=4, \quad A_{12}=(-1) \ 1+2 \cdot 3=-3$$

$$A_{21}=(-1) \ 2+1 \cdot 2=-2, \quad A_{22}=(-1) \ 2+2 \cdot 1=1$$

Қосалқы матрица

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \boxtimes & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \boxtimes & A_{2n} \\ \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes \\ A_{n1} & A_{n2} & \boxtimes & A_{nn} \end{pmatrix}$$

СӨЖ тапсырмасы

- 1. n-ші ретті анықтауыштар. Қасиеттері
[2] -21б.

•жүт-1.1 [1-43 б.]

(Өткізу мерзімі график бойынша)

ОСӨЖ тапсырмасы

- 1. n-ші ретті анықтауышты жіктеу [3] 7б.

Бақылау сұрақтары:

1. Матрица, түрлері, оларға қолданылатын амалдар.
2. Анықтауыштар, оларды есептеу.
3. Минор, алгебралық толықтауыштар.

ТЕСТ СҰРАҚТАРЫ

1. Анықтауышты есептеңіз: $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

A) 8 B) -4 C) -12 D) 2

2. Теңдеуді шешіңіз: $\begin{vmatrix} 2 & x-4 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$

A) 10 B) -4 C) 12 D) -6

3. Берілген A матрицасының a_{22} элементінің алгебралық

толықтауышын табыңыз: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 5 & -8 & 9 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

A) -2 B) -1 C) 2 D) 1

Глоссарий

№	На русском языке	На казахском языке	На английском языке
1	Матрица	Матрица	Matrix
2	Определитель	Анықтауыш	Determinant
3	Порядок	Реті	Orderliness
4	Свойства	Қасиеті	Properties
5	Строка	Жатық жол	Line
6	Столбец	Тік жол, бағана	Column
7	Квадратный	Шаршы	Square
8	Главная диагональ	Бас диагональ	Main diagonal
9	Алгебраическое дополнение	Алгебралық толықтауыш	Algebraic addition
10	Единичная матрица	Бірлік матрица	Unitary matrix

Әдебиет тізімі

Негізгі:

1. Айдос Е. Ж. Жоғары математика 1. Алматы . 2007,
2. Мустахишев К.М. Математика 1,2 Оқулық . 2007
3. Крофт Э., Дэвисон Р. Математика негіздері.1 бөлім Оқулық - Алматы: ҚР ЖОО Қауымдастығы, 2013.
4. Сыдыкова Д.К., « Математика I пәнінің курсы» 1,2 Модуль, қашықтан оқыту үшін арналған электрондық оқулық. -Алматы, КазБСҚА , - 2012

Қосымша:

5. Хасеинов К.А. Математика канондары. Жоғары математика курсы. Алматы: Атамұра,2011.
6. Сыдыкова Д.К. Математика 1. Студенттердің жеке тапсырмаларын орындауға арналған әдістемелік нұсқау. -Алматы: КазГАСА, 2008.
7. Қабдықайыр Қ. Жоғары математика. Алматы: Дәуір, 2005