

Уважаемые студенты групп 11, 12, 14, 18!
Внимательно прочитайте требования к выполнению!

1. Решения присылать строго с **15.00 до 21.00, до 21.05** включительно, в любой день, не позже. Не ждать конца срока, постараться выслать как можно раньше.
2. Новое задание будет размещено в проколледже **23.05.20., в 15.00.**
3. Каждое, не только в начале переписки, а каждое своё сообщение начинаете со своей фамилии и номера группы.
4. Фото делать не боком.
5. Оценки передам старостам, каждому индивидуально сообщать не буду.

Задание на период 19.05.20-21.05.20

1. Ознакомиться с презентацией: «Корни, степени», необходимую информацию переписать в тетрадь.
2. Ознакомиться с документом: «Решение задания 6».
3. Выкладываю также файл: «Формулы,» где собраны все основные формулы для решения математических заданий.
4. **Примеры из Задания 7 (№7-№15)** выполнить в тетради.
5. Отправить фото решений **примеров из Задания 7 (№7-№15)** мне, Серебренниковой С.В. в ВК.

Государственная итоговая аттестация будет проходить следующим образом:

Вместо экзамена будет проведена Итоговая контрольная работа. Дистанционно. Запланирована она на 11 июня во всех группах 1 курса. Начало 9.00. условия и правила проведения будут сообщены позже.

Итоговая оценка будет складываться из трёх: 1 семестр, 2 семестр, Итоговая контрольная работа. Все три оценки имеют равный вес.

Итоги за второй семестр по текущим оценкам:

Среднее арифметическое 2,75-3,74 оценка «3»;

Среднее арифметическое 3,75-4,74 оценка «4»;

Среднее арифметическое 4,75-5,00 оценка «5».

Все н с начала карантина изменю на «3». Это общее требование.

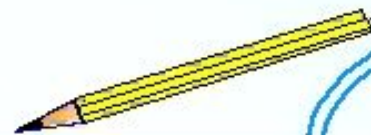
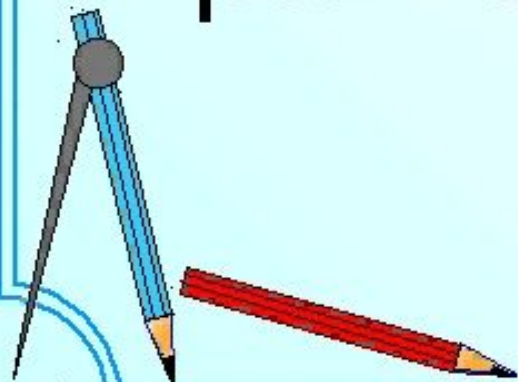
В этом задании мы продолжим подготовку к Итоговой контрольной работе, а ,именно, рассмотрим темы : «Корни, степени»

Обобщение понятия степени

**Корень n -ой степени и его
свойства**

Определение

- Арифметическим корнем **n -ой** степени из числа **a** называют неотрицательное число, **n -я** степень которого равна **a**



Свойства арифметического корня n -ой степени

Для любого натурального n , целого k и любых неотрицательных чисел a и b выполняются равенства:

$$1. \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$$

$$3. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, (k > 0)$$

$$4. \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}, (k > 0)$$

$$5. \sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k, (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0)$$

Иррациональные уравнения



Определение:

Уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня, называются **иррациональными**.

$$x + \sqrt{x} = 2$$

$$3\sqrt{x+5} = x+2$$

Выбрать иррациональное уравнение:

$$\sqrt{x-1} = 3$$

$$y^2 + 3y\sqrt{2} = 4$$

$$x + \sqrt{x^2 + 9} = 2$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$$

$$\sqrt{6y} = 0$$

$$\sqrt[3]{x-9} = -3$$

$$\sqrt{3}y - 4 = 5$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$$

$$\sqrt{x} = x - 2$$

Степень нечетная

Решим уравнение:

$$x-1=\sqrt[3]{x^2-x-1},$$

$$(x-1)^3=x^2-x-1,$$



$$x=0, x=2$$

Проверка не нужна!



Решение иррациональных уравнений с радикалами чётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное $\sqrt{x+12} - x = 0$.
уравнение:

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt{x+12} = x$.

Возведем обе части уравнения в квадрат: $(\sqrt{x+12})^2 = x^2$.

Решим полученное уравнение:

$$x^2 - x - 12 = 0.$$

$$\text{Тогда } D = 49, x = -3, x = 4.$$

Проверка: $-3: \sqrt{-3+12} - (-3) = 0,$

$$\sqrt{9+3} = 0$$

$$6 = 0 - \text{не}$$

верно, т.е. -3

посторонний

корень

$$4: \sqrt{4+12} - 4 = 0,$$

$$\sqrt{16} - 4 = 0,$$

$$4 - 4 = 0;$$

$$0 = 0 - \text{верно,}$$

Ответ: 4

Степень с рациональным показателем



Определение

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$

где m — целое число, а n — натуральное ($n > 1$), называется число $\sqrt[n]{a^m}$.

Итак, по определению

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



Свойства степеней

Для любых положительных a и b
и любых рациональных чисел r и s
справедливы равенства:

$$1^0. \quad a^r \cdot a^s = a^{r+s};$$

$$2^0. \quad a^r : a^s = a^{r-s};$$

$$3^0. \quad (a^r)^s = a^{rs};$$

$$4^0. \quad (ab)^r = a^r \cdot b^r;$$

$$5^0. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$



Показательная функция



Определение показательной функции

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Функция вида $y = a^x$, $a > 0, a \neq 1$

называется **показательной** с
основанием a .

Замечание.

Вместе с функцией $y = a^x$ показательной
считают и функцию вида $y = Ca^x$, где C -
некоторая постоянная.

Показательная функция

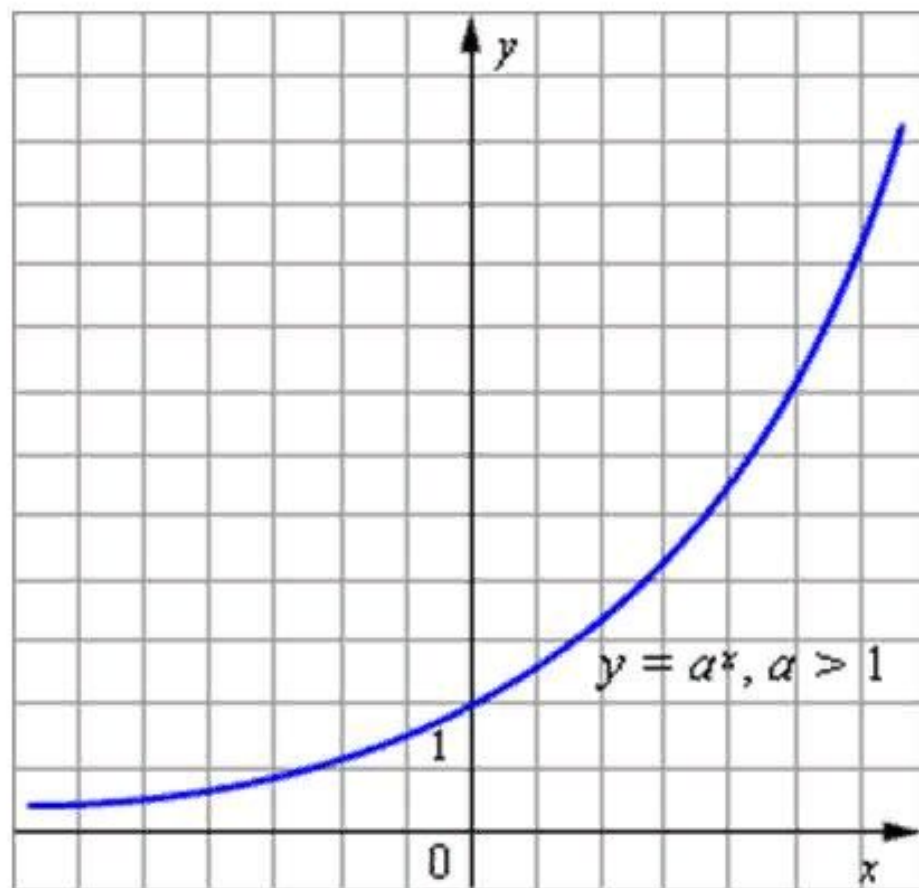


График показательных функций с основанием $a > 1$ изображены на рисунке.

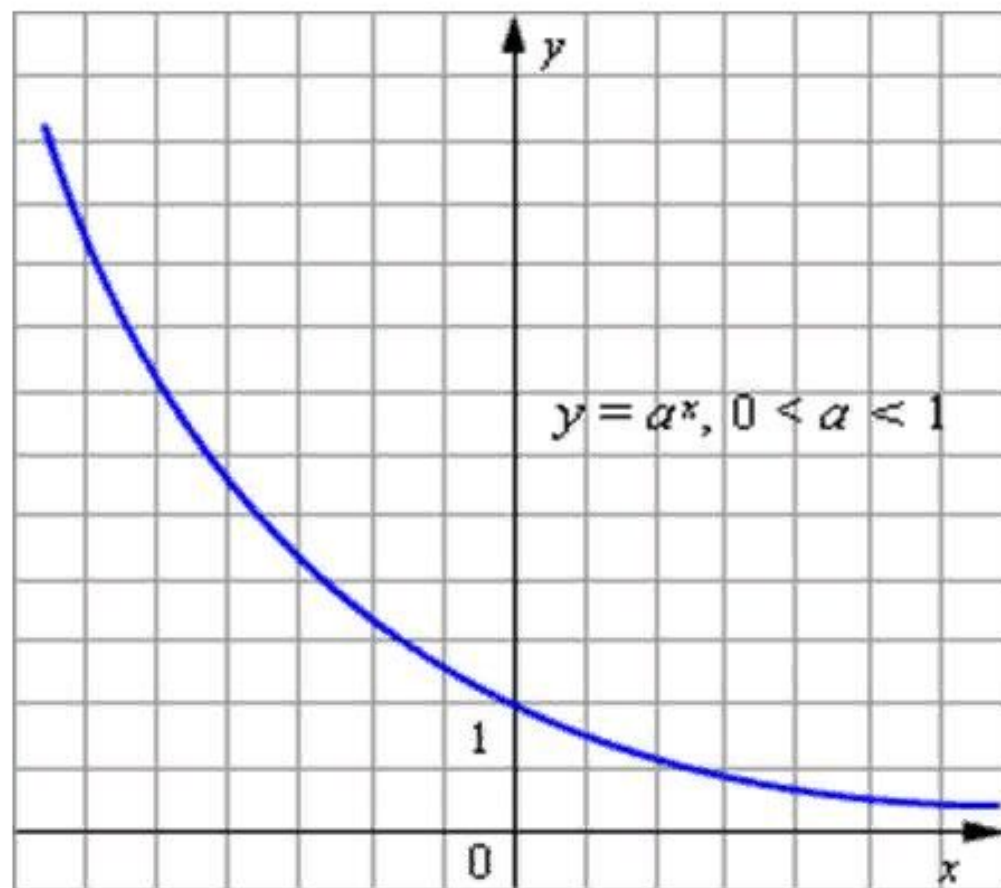


График показательных функций с основанием $0 < a < 1$ изображены на рисунке.

Решение показательных уравнений и неравенств



Приведение к виду

$$a^{f(x)} = a^c$$

$$2^x \cdot 8^x - 3 = 1$$

$$2^x \cdot 2^{3x} = 4$$

$$2^{4x} = 2^2$$

$$4x = 2, \quad x = 0,5$$

Вынесение за скобку общего множителя

$$3^x + 3^{x+2} = 90$$

$$3^x + 3^x \cdot 3^2 = 90$$

$$3^x \cdot (1 + 9) = 90$$

$$3^x = 9, \quad x = 2$$

Замена переменной

$$25^x - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$$

$$5^x = y$$

$$y^2 - 2y - 15 = 0$$

$$y_1 = 5, \quad y_2 = -3$$

$$5^x = 5, \quad x = 1$$

$$5^x = -3 \quad \text{решений нет}$$

Логарифмирование обеих частей уравнения

$$3^x = 2^{x^2}$$

$$\log_2(3^x) = \log_2(2^{x^2})$$

$$x \log_2 3 = x^2$$

$$x(\log_2 3 - x) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = \log_2 3$$

3. Введение новой переменной

$$4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0$$

Пусть $4^x = t$

Тогда уравнение примет вид: $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t_1 = \frac{5+3}{2} = 4 \qquad t_2 = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$4^x = 4$$

$$4^x = 1; \quad 4^x = 4^0$$

$$x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 1; x = 0$.



Решите показательные уравнения и неравенства

$$a) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$e) \left(\sqrt{6}\right)^x \leq \frac{1}{36}$$

$$б) \sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$$

з) решить графически

$$в) 9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$$

$$1) 4^x + 1 = 6 - x$$

$$з) 2^{x^2+2x-0,5} = 4\sqrt{2}$$

$$2) 2^x \leq 3 - x$$

$$д) \left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$$

Решение простейших показательных неравенств

$$a > 0, a \neq 1$$

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

$$a > 1$$

$$0 < a < 1$$

$$f(x) > g(x)$$

$$f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется

Решение показательных неравенств

Метод: Замена переменной

по условию задачи

$$3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$$

$$3 \cdot 3^{2x} + 11 \cdot 3^x - 4 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$3t^2 + 11t - 4 < 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 121 + 48 = 169 = 13^2$$

$$t_1 = \frac{-11 + 13}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-11 - 13}{6} = \frac{-24}{6} = -4$$

$$3(t + 4) \left(t - \frac{1}{3} \right) < 0$$



$$0 < t < \frac{1}{3}; 0 < 3^x < \frac{1}{3}$$

$$3^x < 3^{-1};$$

$3 > 1$, то $x < -1$.

Ответ: $x < -1$.

Решение N°1-N°6 из задания 7

$$\begin{aligned} 1) & \left(\frac{8^2 \cdot \sqrt[3]{8^4}}{2} \right)^9 \cdot 8^6 = \\ & = \left(\frac{8^2 \cdot 8^{\frac{4}{3}}}{2} \right)^9 \cdot 8^6 = \frac{8^{(2+\frac{4}{3}) \cdot 9}}{2} \cdot 8^6 = \\ & = \frac{8^{\frac{10}{3} \cdot 9}}{2} \cdot 8^6 = \frac{8^{30}}{2} \cdot 8^6 = \frac{8^{30+6}}{2} = \frac{8^{36}}{2} \end{aligned}$$
$$2) \sqrt[3]{\frac{343}{8} \cdot \frac{27}{125}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^3} \cdot \frac{3^3}{5^3}} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$$

$$3) \sqrt{2x+3} = 6-x$$

возведем обе части уравнения
в квадрат!

$$(\sqrt{2x+3})^2 = (6-x)^2$$

$$2x+3 = 6^2 - 12x + x^2$$

$$36 - 12x + x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 33 = 196 - 132 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm 8}{2} = 11, 3.$$

но это не ответ, т.к. подкоренное
выражение и то, чему равен
корень должны быть > 0 .

$$OD3: \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ 6-x > 0 \end{cases}$$

$$11: \begin{matrix} 2 \cdot 11 + 3 > 0 & \text{в} \\ 6 - 11 > 0 & \text{н.} \end{matrix}$$

$$3: \begin{matrix} 2 \cdot 3 + 3 > 0 & \text{в.} \\ 6 - 3 > 0 & \text{в} \end{matrix}$$

$$\text{ответ: } \underline{x=3.}$$

$$4) 3^{6-x} = 27.$$

$$3^{6-x} = 3^3$$

$$6-x = 3$$

$$-x = -3$$

$$x = 3. \quad \text{ответ: } x = 3.$$

$$5) 4^x - 2^{x+1} = 3$$

$$2^{2x} - 2^x \cdot 2^1 - 3 = 0$$

$$(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 = 0.$$

делаем замену: $2^x = y$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$y_{1,2} = -1; 3.$$

значит: $2^x = -1$ или $2^x = 3.$

нет решений

$$2^x > 0.$$

$$x = \log_2 3.$$

логарифми
еще повторим.

$$6) 3^{3x+1} \leq 81$$

$$3^{3x+1} \leq 3^3$$

вспомним, что если $a > 1$, то
знак не меняется,

если $0 < a < 1$, то меняется

$$a = 3 > 1 \Rightarrow \text{зн. не мен.}$$

$$3x+1 \leq 3$$

$$3x \leq 2$$

$$x \leq \frac{2}{3}$$

$$\text{ответ: } x \in (-\infty; \frac{2}{3}]$$