

Питання поточного контролю:

- 1. Консолідація ґрунтів**
- 2. Раптове деформування від зволоження (просадочність) ґрунтів**
- 3. Реологічні властивості ґрунтів**

Лекція №7

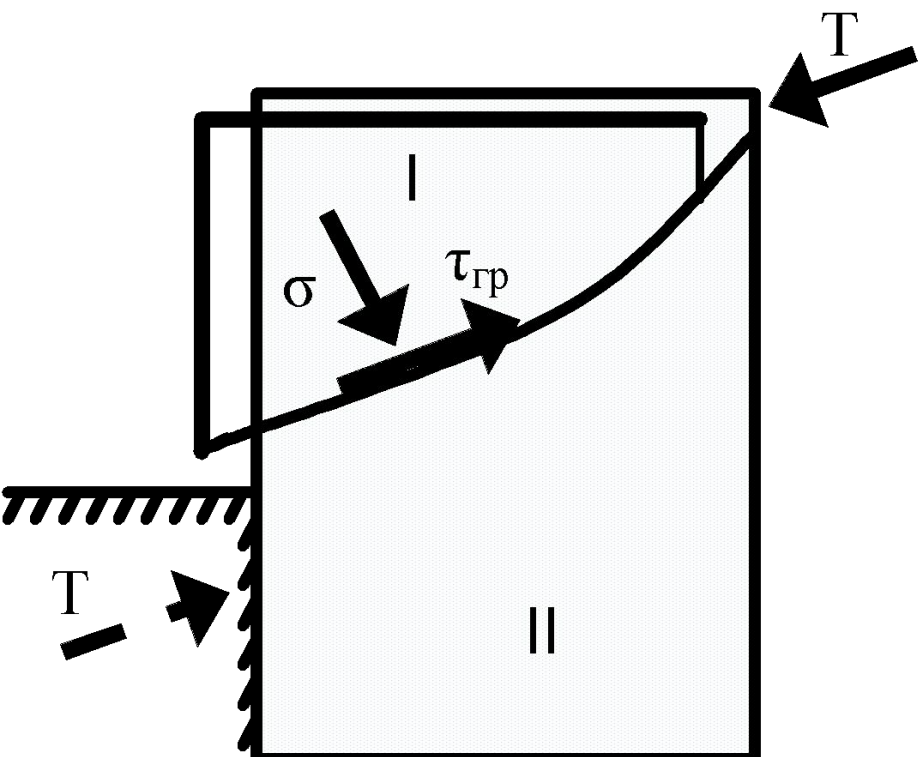
**Міцносні характеристики ґрунту.
Умова міцності в точці
ґрунтового масиву**

1. Міцнісні характеристики ґрунту

1.1 Міцність ґрунту опору зсуву. Закон Кулона.

Міцністю тіла називають здатність сприймати навантаження без руйнування. Звичайний вид руйнування твердого тіла – поділ на частини.

Однак ґрунти класу нескельних, по визначенню, складаються з окремих часток, що не мають між собою твердих зв'язків.



Тому поняття про міцність ґрунту відрізняється від поняття про міцність суцільного твердого тіла. Руйнуванням вважається необоротне зрушення однієї частини ґрунту щодо іншої його частини. Тому міцність ґрунту характеризують граничним опором зсуву τ_{gr} одиниці площі поверхні ковзання, по якій відбувається зрушення.

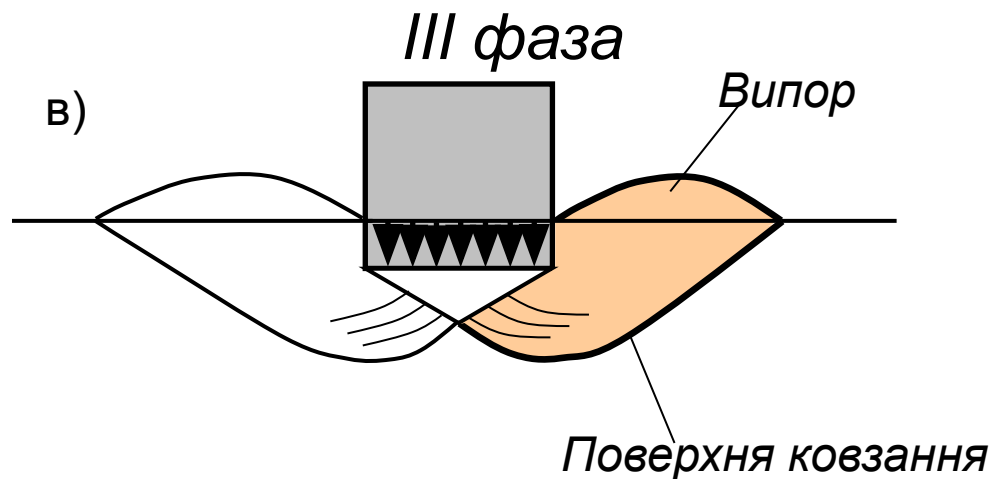
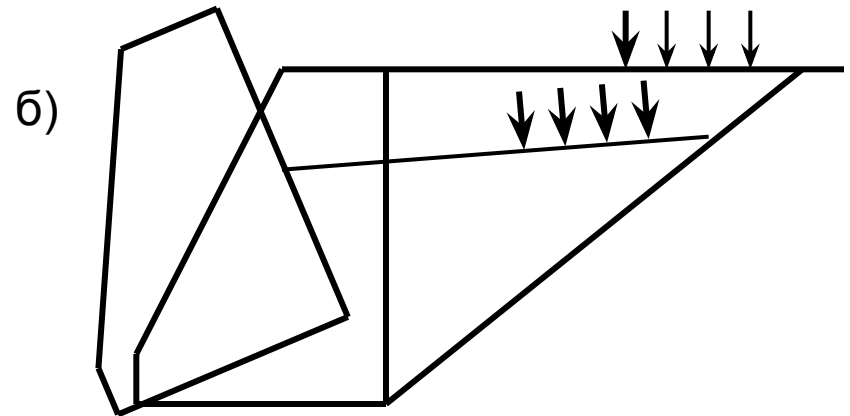
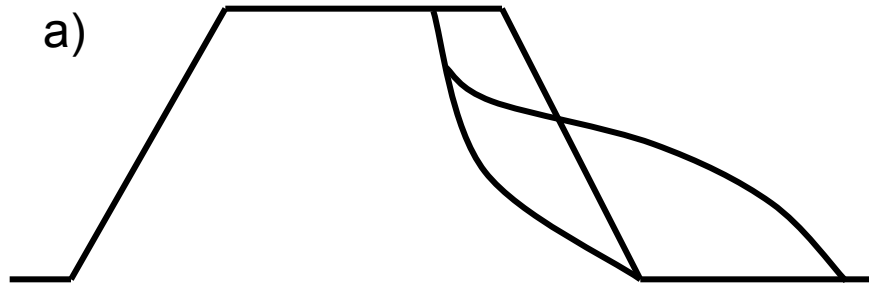
Граничний опір зсуву – це граничне дотичне напруження, що може витримати ґрунт перед настанням необоротного зсуву.

Ш. Кулон (1773р.) експериментально установив закон граничного опору ґрунту зсуву. Граничний опір зсуву лінійно залежить від напруження, нормального до площини зсуву

$$\tau_{\text{ПР}} = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + C.$$

Тут φ і C – константи для даного ґрунту при визначених його щільності і вологості: φ – кут внутрішнього тертя; C – питоме зчеплення (МПа); величина $\operatorname{tg} \varphi = f$ – відіграє роль коефіцієнта внутрішнього тертя.

Прикладами зсувних руйнувань є:
а) сповзання укосів земляного полотна;
б) зсув чи перекидання підпірних стін;
в) випір ґрунту з під фундаменту чи з під насипу



Для запобігання зсуву по деякій площині виникаючі по цій площині нормальне і дотичне напруження повинні бути такими, щоб забезпечувалася умова міцності

$$|\tau| < \tau_{np}$$

або

$$|\tau| < \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + C$$

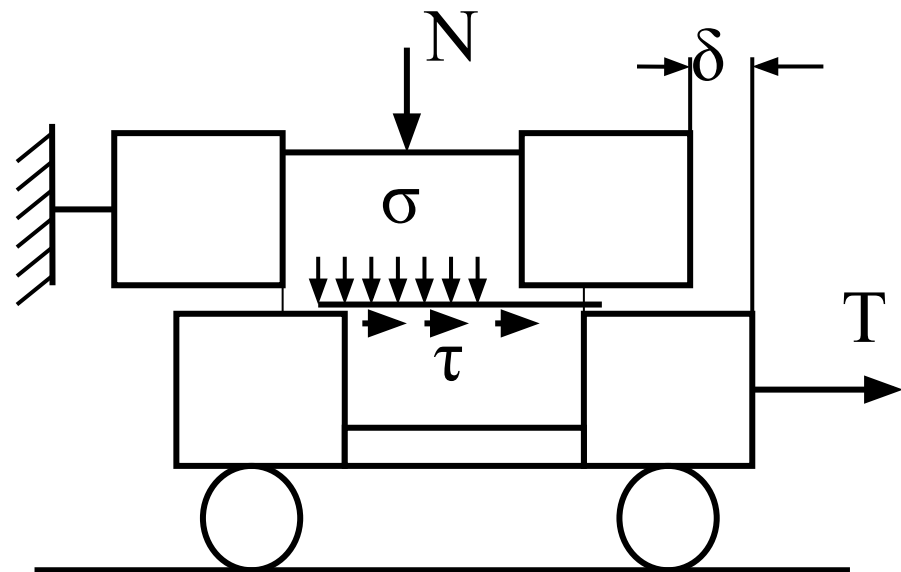
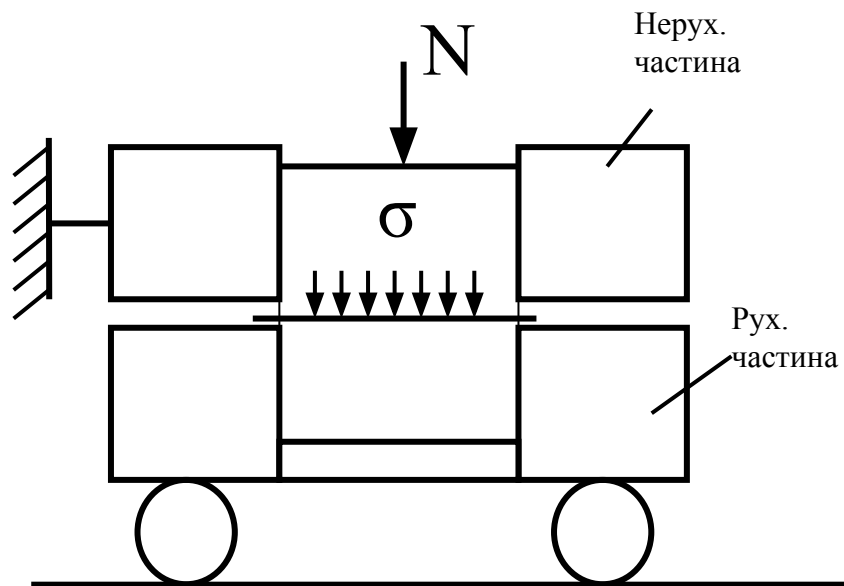
Для розрахунку на зсувостійкість потрібні дані про поняття опору ґрунту зсуву в залежності від щільності і вологості. Ці показники визначають випробуваннями ґрунту на зсув. Величини ϕ і C – важливі міцносні характеристики ґрунту.

1.2 Методи визначення міцносних характеристик ґрунту

Найпростішим методом
визначення φ і C є
випробовування ґрунту на
приладі плоского зрізу.

Прилад має зрізну коробку (кільцеву чи квадратну), що складається з нерухомої і рухливої частини. У коробці знаходиться випробовуваний зразок ґрунту. На нього діє вертикальне напруження N по площині F , що викликає нормальне вертикальне напруження

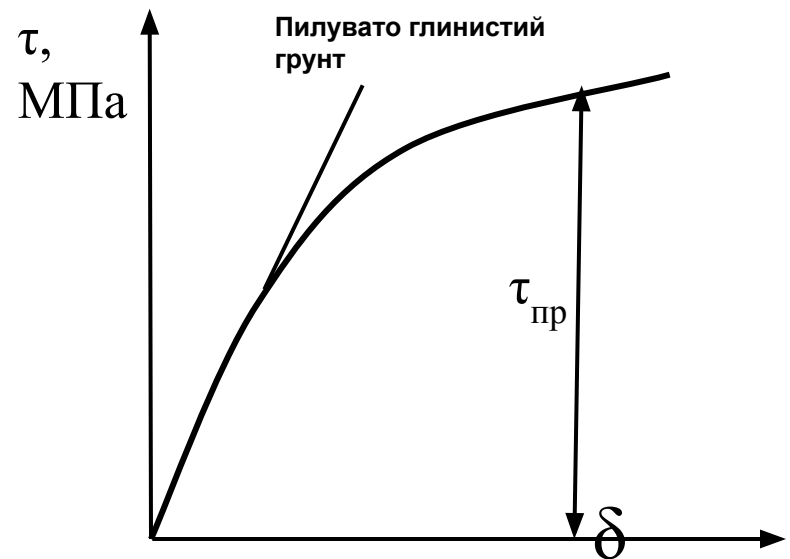
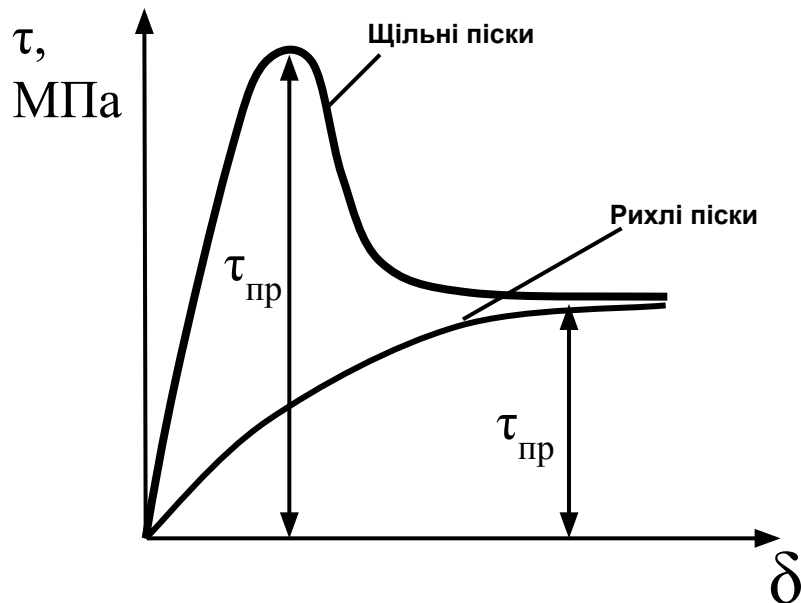
$$\sigma = \frac{N}{F}$$



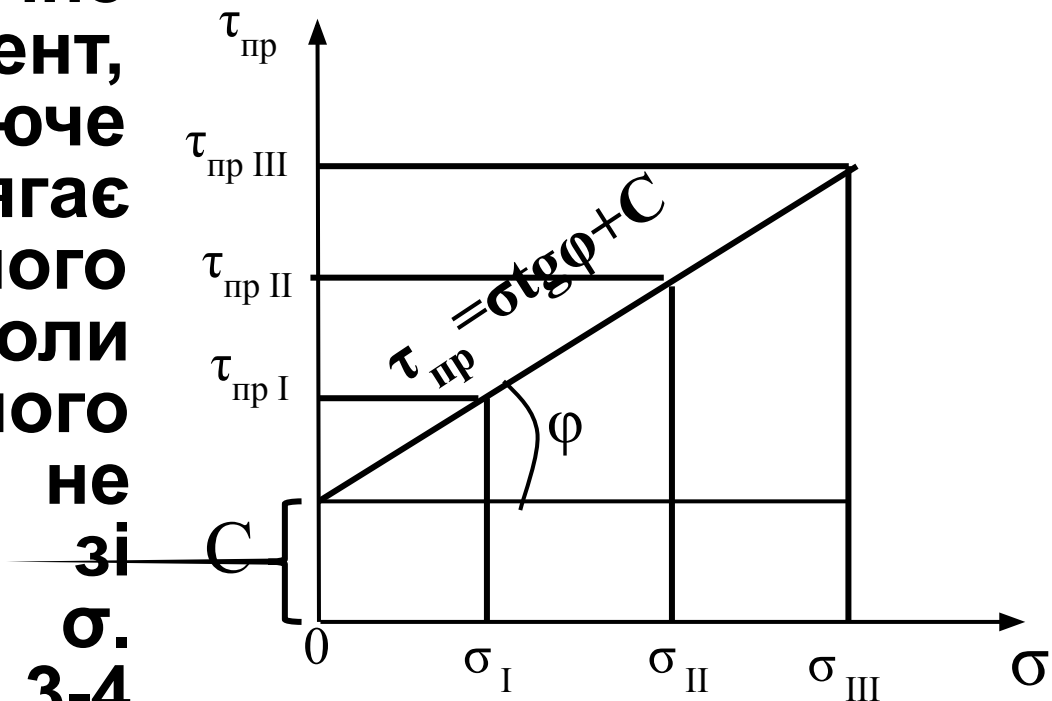
До рухомої частини прикладають горизонтальне навантаження T , що викликає в ґрунті в площині границі між рухомою і нерухомою частинами коробки дотичне напруження

$$\tau = \frac{T}{F}$$

Тим самим прагнуть викликати зсув однієї частини щодо іншої його частини. Поступово збільшують T , не змінюючи N . При цьому вимірюють відносне переміщення частин приладу δ . Будують графік $\tau(\delta)$



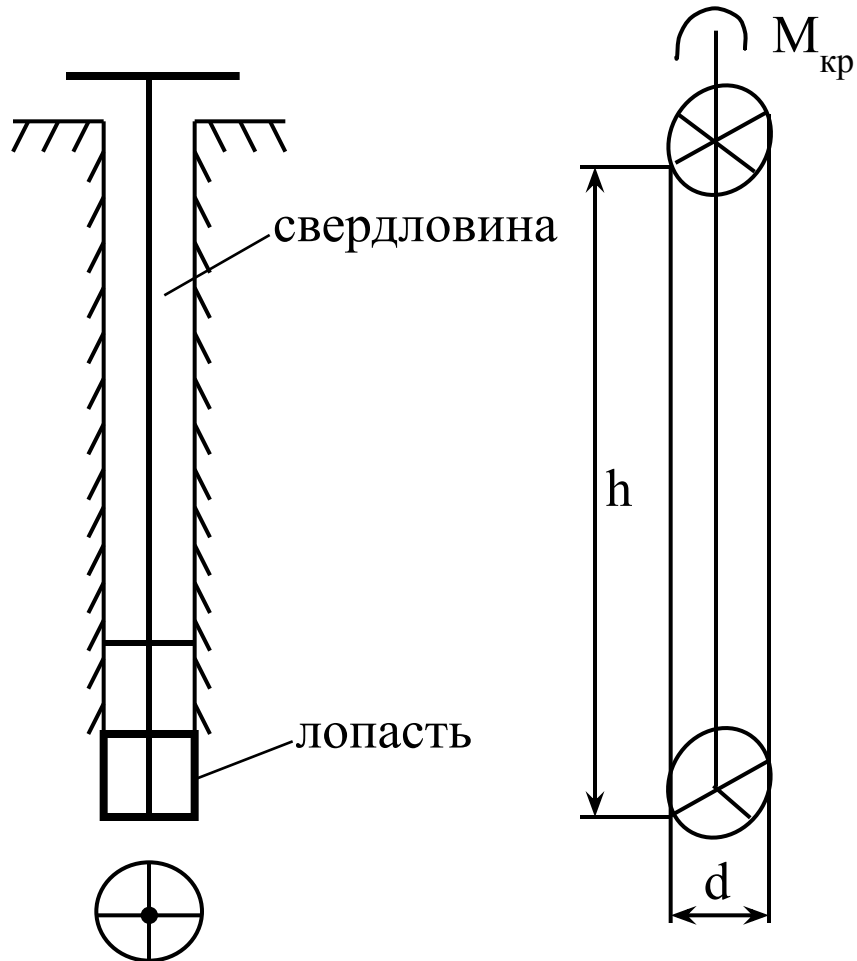
Граничним опором зсуву вважають дотичне напруження в момент, коли зрізуюче навантаження досягає максимуму після чого знижується, або коли воно досягає постійного значення, що не змінюється зі збільшенням σ .
Випробувавши однакових зразка при



різних нормальних напруженнях $\sigma_I \dots \sigma_{II} \dots \sigma_{III} \dots$, визначають відповідні напруження зсуву $\tau_{пр I} \dots \tau_{пр II}$

Будують графік $\tau_{пр}(\sigma)$.
За цим лінійним графіком відповідно до закону Кулона знаходять ϕ і C .

Полюве випробування лопасним методом



$$M_{кр} = \pi d h \left(\frac{d}{2} \right) \tau_{пр} + 2 \frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{d}{4} \right) \tau_{пр}$$

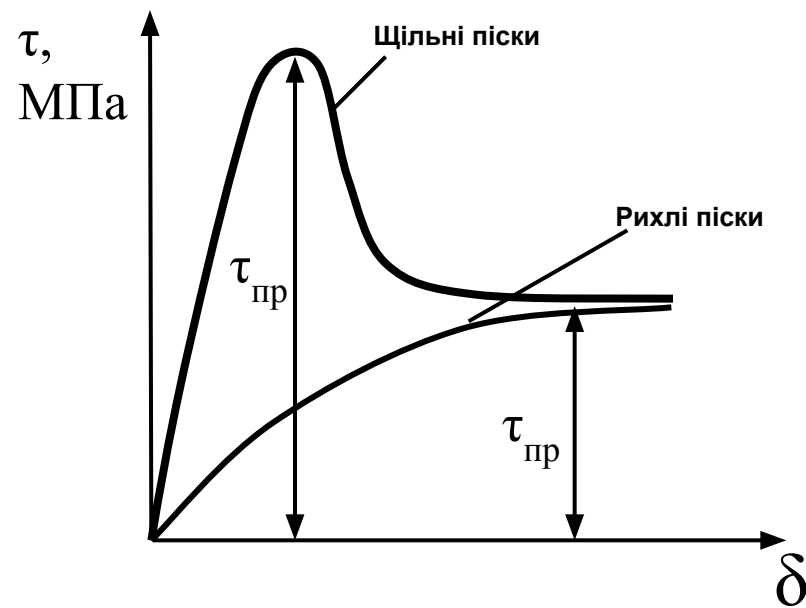
$$\tau_{пр} = \frac{2M_{кр}}{\pi d^2 h (1 + d / 4h)}$$

Застосують для водонасичення пилувато-глинистих ґрунтів пробу яких узяти дуже важко, не порушивши структуру. Для таких ґрунтів $\varphi=0$ і $\tau_{пр}=C$. Крім того, тут $\sigma=0$, тому $\tau_{пр} \approx C$.

1.3 Опір зсуву незв'язних ґрунтів

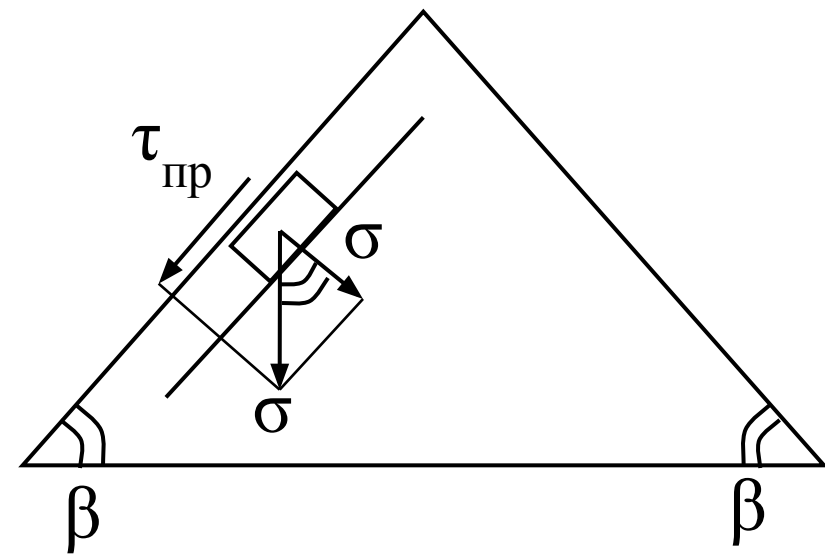
Опір зсуву незв'язних ґрунтів залежить від мінералогічного складу часток, збільшується зі збільшенням розміру часток, їх кутастості і міри ущільнення, а від вологості не водонасиченого великоуламкового чи піщаного ґрунту τ_{zp} не залежить (для кварцових пісків $\phi=36-46^\circ$, $C<0,008\text{Мпа}$). Тому при $\sigma<5\text{Мпа}$ практично вважається $\tau_{np} \approx \sigma \cdot \operatorname{tg} \phi$ Опір зсуву незв'язних ґрунтів створюється за рахунок тертя між зернами при їх відносному переміщенні у вузькій смузі, що оточує площину зрізу.

У зоні, що прилягає до площадки ковзання в початковій стадії процесу зсуву щільний зернистий ґрунт розпушується, а пухкий - ущільнюється. Зміна об'єму ґрунту, що відбувається при зсуві, називається ділатансією (dilatancy, О. Рейднольдс, 1885г). На розрихлення, що передує зсуву щільного зернистого ґрунту, витрачається робота.



Тому опір зсуву щільного зернистого ґрунту більший ніж у пухких (для одного і того ж піску на $6-12^\circ$ більше ϕ); Як $\operatorname{tg}\phi \approx 0.55/e$, де e – коефіцієнт пористості. По тій же причині чим крупніше і гострокутні частки, тим більше ϕ .

Наприклад, деякі гірські і яружні піски мають φ більше ніж окатані річкові і дюнні. При відсипанні незв'язний ґрунт відкладається у вигляді конуса, твірна якого складає з горизонтальною площиною гострий кут, що називається кутом природного укосу β .



З умов рівноваги елементу поверхневого шару ясно, що $\beta = \varphi$, тобто кут природного укосу ґрунту незв'язного приблизно дорівнює куту внутрішнього тертя цього ґрунту. Очевидно, що для зв'язного ґрунту $\beta > \varphi$.

1.4 Опір зсуву зв'язних ґрунтів

Супіски, суглинки і глини мають як внутрішнє тертя, так і зчеплення

$$\tau_{gr} = \sigma \cdot tg\varphi + C$$

Внутрішнє τ_{gr} тертя в значній мірі пояснюється наявністю в цих ґрунтах піщаних і пилюватих часток. Зчеплення є сумою двох складових

– «зв'язність» $C = \sum_w + C_c$ обумовлене водно-ґолоїдними зв'язками, залежить від щільності, вологості і відновлюється після зсуву.

Інша складова – “структурне зчеплення”
С зумовлено жорсткими кристалічними і
цементаційними зв'язками, не залежить
від щільності, вологості і не
відновлюються після необоротного
зсуву. Ці складові визначають
додатковим випробуванням на зсув
зразків, попередньо розрізаних по

площині зсуву, що дозволяє знайти $\sum_w$

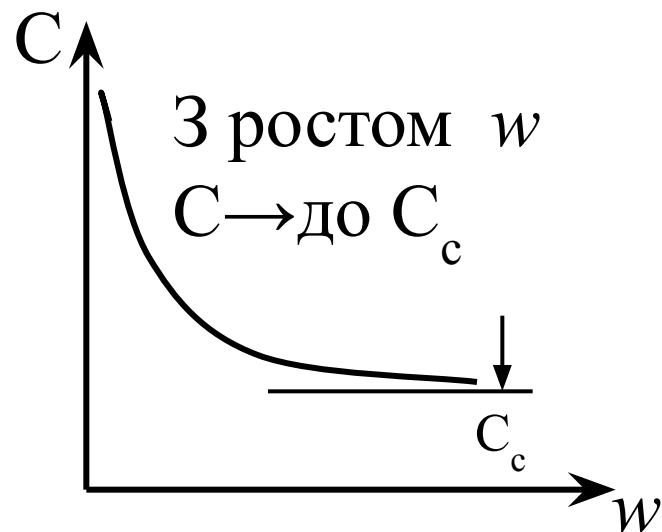
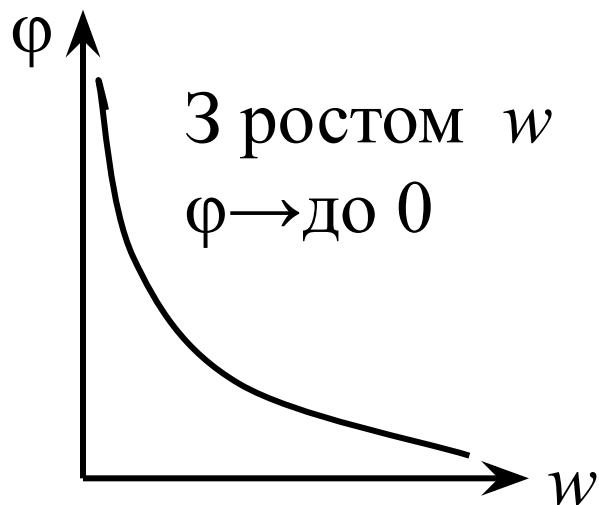
по різниці значень τ_{gr}

Чим більше глинистих часток тим більшу роль відіграє C и меншу – внутрішнє тертя. Порядок значення: при

$$\rho_d = \rho_{d \max}$$

і $W = W/W_L = 0.70$, для супіску легкого $\varphi = 35^\circ$, $C = 0,012 \text{ МПа}$, а для суглинку легкого $\varphi = 18^\circ$, $C = 0,019 \text{ МПа}$.

З ростом w міцності характеристики зменшуються.



2. Умова міцності в точці ґрунтового масиву

2.1 Умова міцності виражена через головні напруження

По закону Кулона граничний опір ґрунту зсуву по деякій площині лінійно залежить від нормального до неї напруження:

$$\tau_{gr} = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + C$$

Тому для запобігання зсуву по деякій площині дотичне напруження τ по цій площині не повинне перевищувати τ_{gr} або

$$|\tau| < \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + C$$

Величина τ береться по модулю, так як напрямок дії дотичного напруження, викликаного навантаженням, не робить впливу на факт настання необоротного зсуву

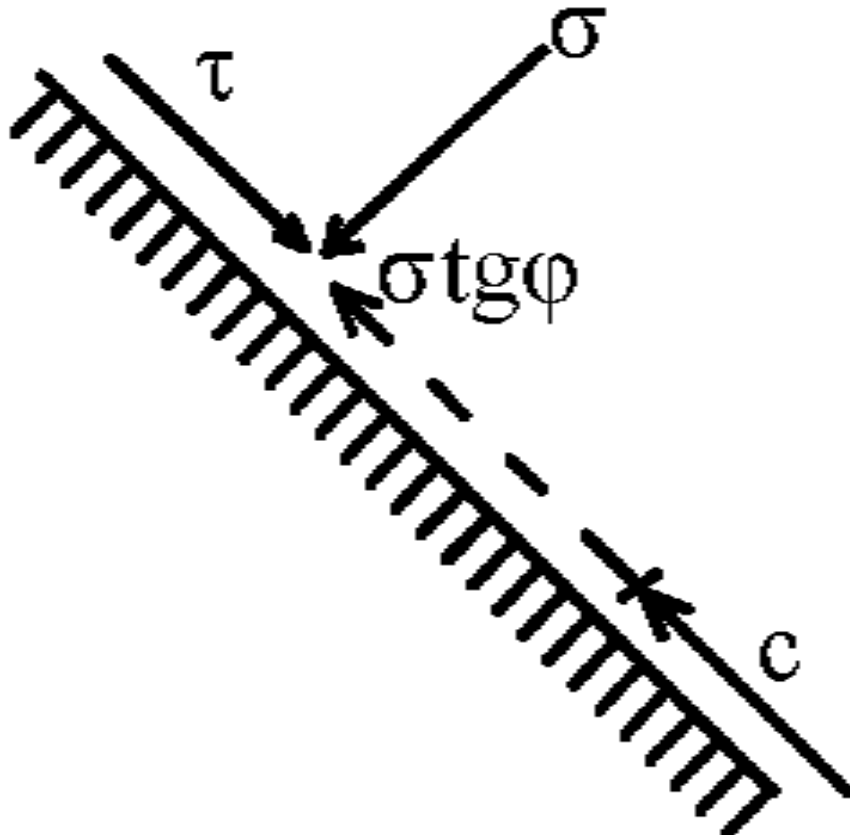
**Умову міцності
(зсувостійкість)
ґрунту можна
записати у вигляді**

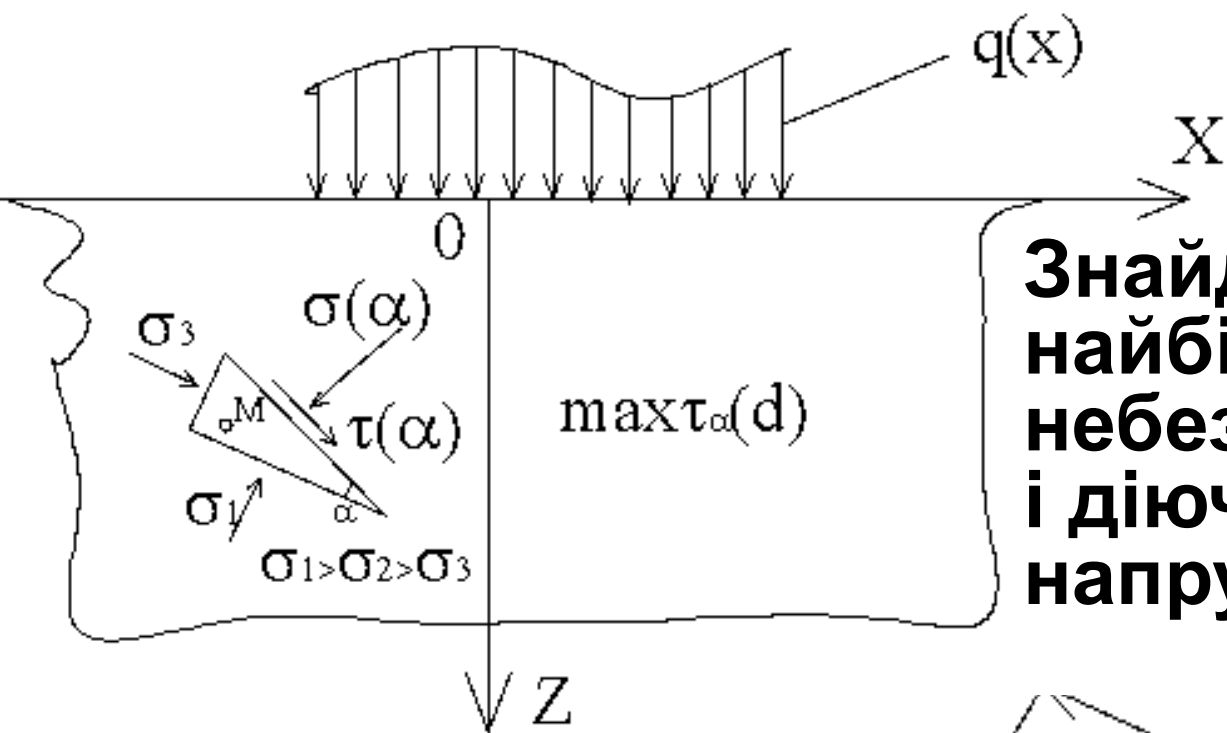
$$\tau_a < C$$

де

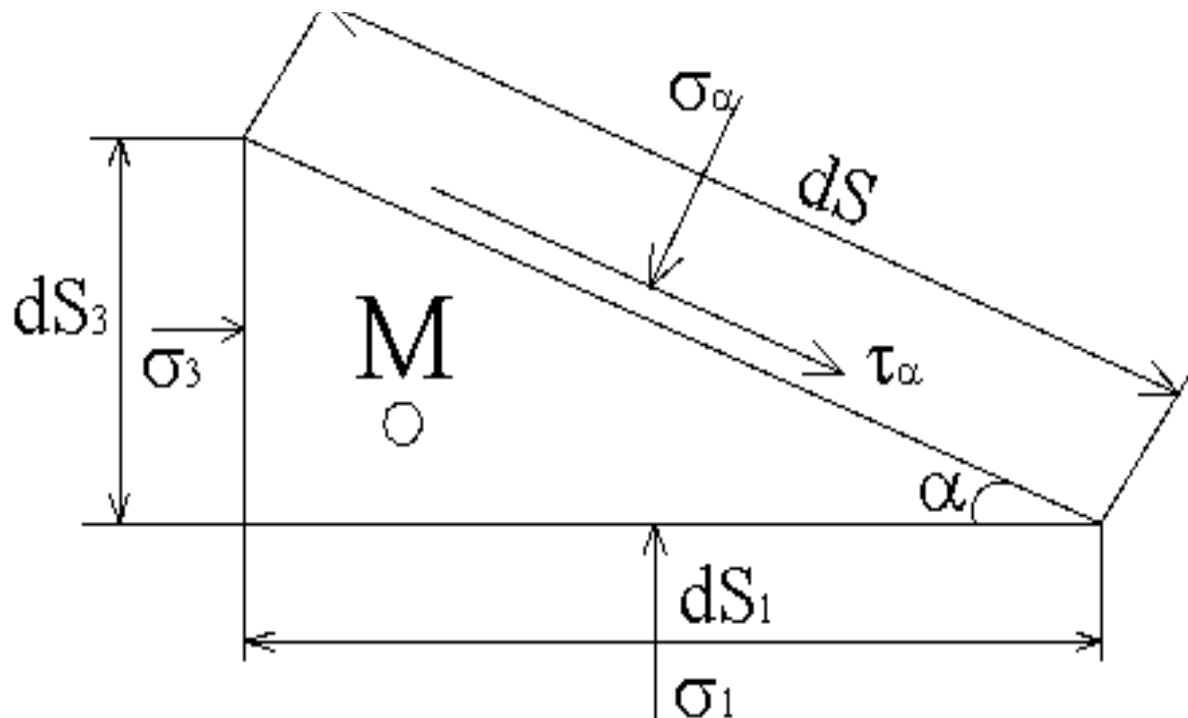
$$\tau_a = |\tau| - \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

**– активне
напруження зсуву.**





Знайдемо положення найбільш небезпечної площини і діючі по цій площині напруження σ , τ і τ_α .



Виберемо всередині ґрунтового масиву будь-яку точку М і проведемо через неї (чи нескінченно близько від неї) деяку площину. По цій площині будуть діяти нормальне і дотичне напруження. Серед безлічі площин, що проходять через дану точку, завжди є три площини з нульовим дотичним напруженням. Ці площини називаються головними, вони взаємно перпендикулярні, нормальні напруження по одній з них σ_1 – є найбільшим з нормальних напруження по всіх площинах, а по іншій σ_3 – найменшим.

Розглянемо площину, розташовану під гострим кутом α до тієї площини, по якій діє нормальне найбільше напруження σ_1

Нормальне напруження σ_α і дотичне τ_α напруження в розглянутій похилій площині виражаються через головні напруження σ_1 і σ_3 відомими з опору матеріалів формулами:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cdot \sin^2 \alpha, \quad (1)$$

$$\tau_{(\alpha)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha, \quad (2)$$

Так як $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

тоді , $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

і $1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

Тому перепишемо у формі (так як $\sigma_1 > \sigma_3$ і α гострий, тобто $\sin 2\alpha > 0$):

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \quad (3)$$

$$|\tau_{\alpha}| = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (4)$$

Активне напруження зсуву по цій площині залежить від α :

$$\tau_a(\alpha) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \right) \operatorname{tg} \varphi \quad (5)$$

**Знайдемо кут α_m , під яким нахилена
площина з активним максимальним
напруженням зсуву**

$$\alpha_m - ?$$

$$\tau_{am} = \max \tau_a(\alpha) = ?$$

Похідна $\frac{d\tau_{\alpha}(\alpha)}{d\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha + (\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg}\varphi$

З умови екстремума $\frac{d\tau_a(\alpha)}{d\alpha}$ **знаходимо**
 $\alpha = \alpha_m$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha_m + (\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha_m \cdot \operatorname{tg}\varphi = 0;$$

$$1 + \operatorname{tg} 2\alpha_m \cdot \operatorname{tg}\varphi = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_m = -\operatorname{ctg}\varphi$$

але $\operatorname{ctg}\varphi = -\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + \varphi), \quad \operatorname{tg} 2\alpha_m = \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

$$2\alpha_m = \frac{\pi}{2} + \varphi, \quad \alpha_m = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}, \quad (6)$$

Підставимо (6) у (5):

$$\begin{aligned}\tau_{a\max} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha_m - \left[\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha_m \right] \cdot \operatorname{tg} \varphi = \\ &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) \right) \cdot \operatorname{tg} \varphi = \\ &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \left(\cos \varphi + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2 \cos \varphi} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{tg} \varphi \\ \tau_{am} &= \frac{1}{2 \cos \varphi} [(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi] \quad (7)\end{aligned}$$

І так умова міцності в точці ґрунтового масиву по найбільш небезпечній площині виражається через головне напруження в цій точці формулою:

$$\frac{1}{2\cos\varphi}[(\sigma_1 - \sigma_3)(8)(\sigma_1 + \sigma_3)\sin\varphi] < C$$

найбільш небезпечна площина складає з тою, на якій діє σ_1 , гострий кут

$$\alpha_m = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

У нормах з розрахунку дорожніх одягів на міцність умову міцності використовують у вигляді (8).

У механіці ґрунтів використовують цю умову у вигляді, вирішеному відносно σ_3 :

$$\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_1 \sin \varphi - \sigma_3 \sin \varphi < 2C \cdot \cos \varphi$$

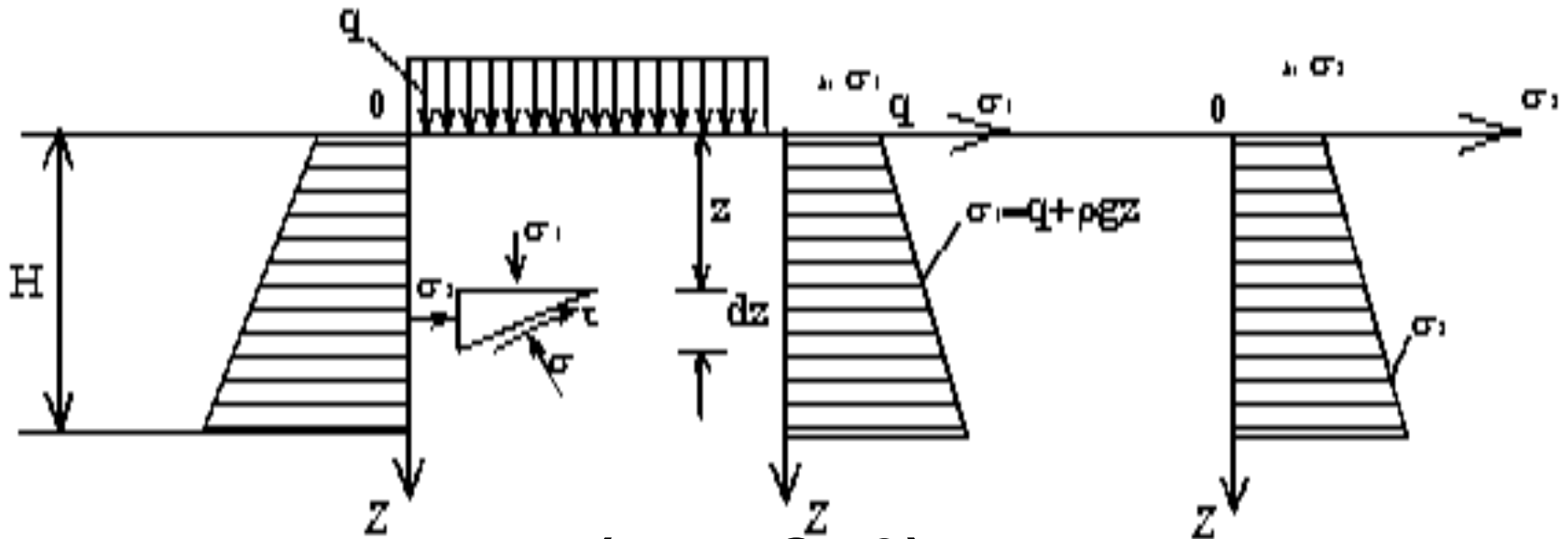
$$\sigma_3 > \sigma_1 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - 2C \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi},$$

$$\sigma_3 > \sigma_1 \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right), \quad (9)$$

Цю форму умови міцності використовують при розрахунку стійкості укосів і підпірних стін.

2.2 Тиск на вертикальну підпірну стінку

Визначимо тиск на вертикальну грань підпірної стінки який виникає під дією власної ваги ґрунтової засипки з щільністю ґрунту ρ і рівномірно розподіленим навантаженням q на поверхні засипки.



$$\sigma_3 = (q + \rho g z) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (\text{при } C=0)$$

Стінка підтримує ґрунт, що прагне зсунути і повернути стінку вбік від нього. На стінку діє тиск з боку ґрунту, що називають активним. Припустимо, що задня грань стінки гладка, тобто знехтуємо тертям між стінкою і ґрунтом. Тоді можна вважати, що тиск ґрунту на стінку спрямовано горизонтально.

При невеликому зсуві стінки ґрунт одержить поперечне розширення і в ньому наступить стан граничної рівноваги. У цьому стані він утримується від сповзання стінкою. Визначимо тиск на стінку в залежності від глибини.

Виділимо поблизу стінки призматичний елемент довжиною 1м (у напрямку перпендикулярному площині креслення) із трикутним поперечним перерізом. Так як стінка гладка, по вертикальній грані елемента немає дотичного напруження, тобто горизонтальні і вертикальні нормальні напруження є головними. Ясно, що вертикальне напруження більше горизонтального.

Значить, потрібно знайти $\sigma_1^{(z)} = q + \rho g z$ Умова міцності ґрунту по найбільш небезпечній площині в будь-якій точці засипки у формі нерівності вирішеної відносно σ_3 , визначається :

$$\sigma_3 > \sigma_1 \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

При невеликому горизонтальному переміщенні стінки виникає гранична рівновага, тобто σ_3 зменшується до величини умови граничної рівноваги в момент зсуву

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Підставивши в цю формулу вираз для σ_1 , одержимо

$$\sigma_3(z) = (g + \rho g z) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2c \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

Щоб визначити рівнодіючу горизонтально активного тиску, що припадає на одиницю довжини стінки, проінтегруємо цей вираз по усій висоті стінки

$$E_a \int_0^H \sigma_3(z) dz = (q \cdot H + \frac{\rho \cdot g \cdot H^2}{2}) \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2c \cdot H \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

зокрема, при $c = 0$

$$E_a = (qH + \frac{\rho g H^2}{2}) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

при $c = 0$ і $q = 0$

епюра $\sigma_3(z)$ буде трикутною

$$\sigma_3(z) = \rho g z \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

а її рівнодіюча горизонтального тиску на стінку

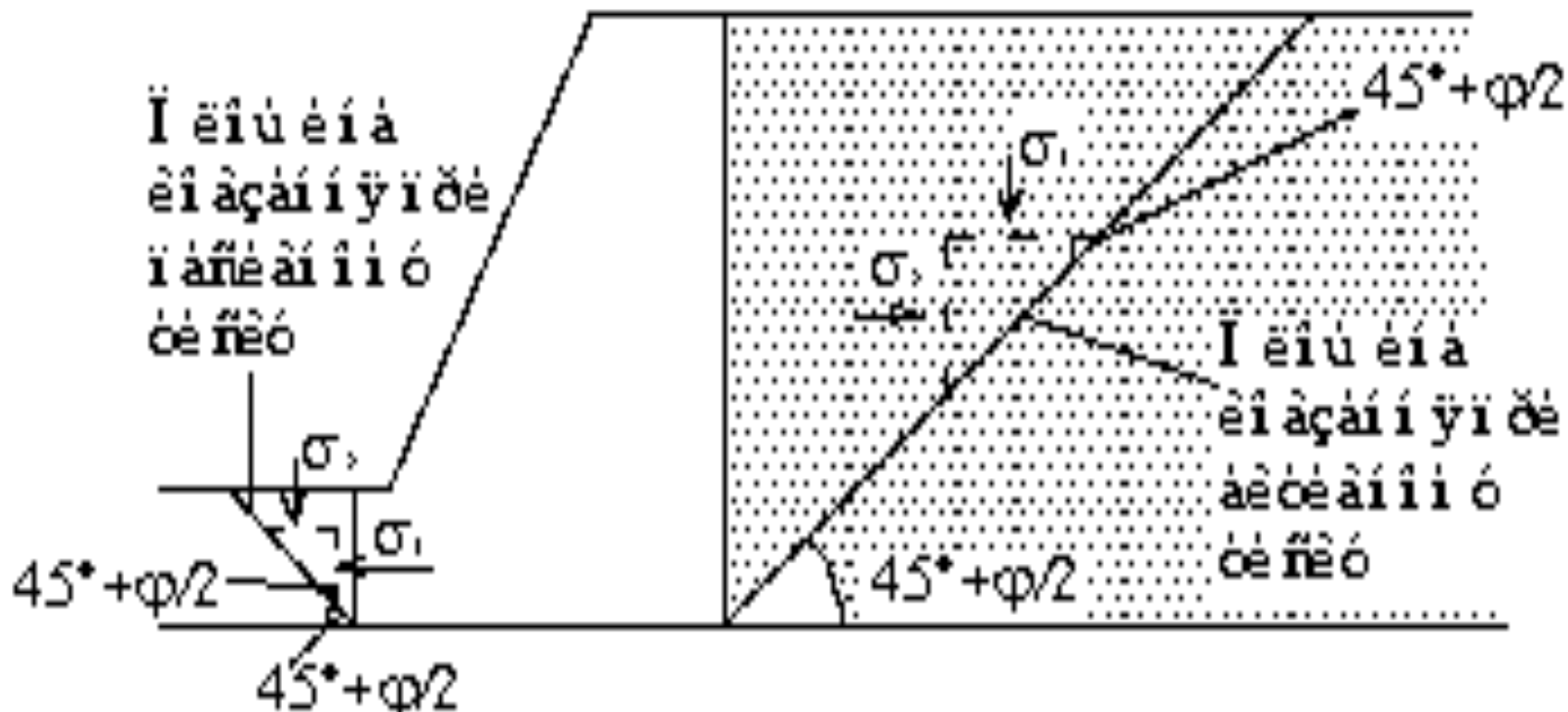
$$E_a = \frac{\rho g H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

прикладена в центрі ваги епюра тиску, тобто на глибині $\frac{2}{3}H$ від висоти засипання.

Отримані формули для рівнодіючого тиску на стінку широко використовуються при розрахунку підпірних стінок на стійкість перекидання і проти зсуву по підшві стіни

Розглянутий тиск ґрунту на підпірну стінку називають активним E_a . Якщо ж стінка під дією прикладених до неї сил прагне переміститися в бік ґрунту, то вона зустрічає з боку ґрунту опір, названий пасивним або відпором E_p . Так як кут між площиною, на яку діє найбільше нормальне напруження σ_1 і найбільш небезпечною в випадку зсуву площиною складає

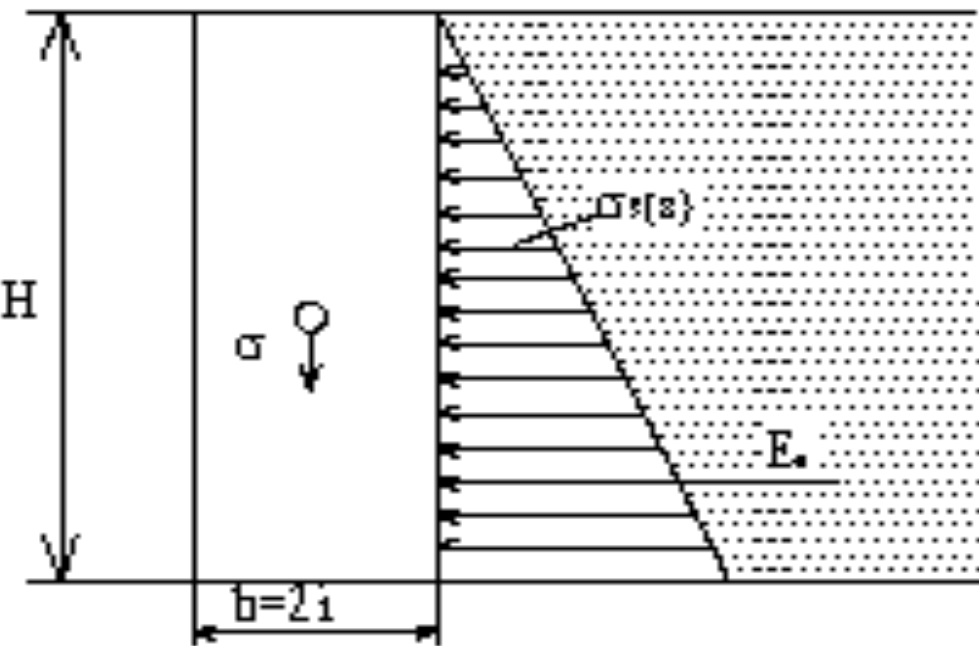
$$45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$



тоді площини ковзання при пасивному й активному тиску розташовуються, як показано на кресленні. Можна довести, що рівнодіюча пасивного тиску визначається формулою

$$E_a = (qH + \frac{\rho g H^2}{2}) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{тобто} \quad E_a = E_p \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Приклад. Визначити рівнодіючу активного тиску піщаної засипки на підпірну стінку висотою 6 м і довжиною 10 м. Щільність піску 2 г/см^3 кут внутрішнього зчеплення 30° , зчеплення дорівнює нулю.



$$E_a = \frac{\rho g H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 36 \text{ м}^2}{2} \times$$

$$\times \operatorname{tg}^2 (45 - 15) = 120 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$E_{10} = 120 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot 10 \text{ м} = 1200 \text{ кН}$$

Чи перекинеться стінка?

Наприклад при $b=2 \text{ м}$, $G = 2 \text{ м} \cdot 6 \text{ м} \cdot 10 \text{ м} \cdot 2500 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 3000 \text{ кН}$

$M = 1200 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} = 2400 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$M_{\text{пер}} = 3000 \text{ кН} \cdot 1 \text{ м} = 3000 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$M_{\text{втр}}$