

Обобщающий урок математики

в 6 классе по теме:

«Действия с

обыкновенными дробями»

Цели и задачи урока

- повторить и закрепить изученные по теме правила
- повторить методы решения задач по данной теме
- закрепить полученные навыки действий с обыкновенными дробями
- повторить некоторые исторические сведения о дробях

Некоторые исторические сведения о дробях

1. Как и когда появились первые представления людей о дробях?

Первые представления о дробях возникли в процессе измерения (длин, площадей, веса и т.д.).

Уже в Древнем Вавилоне и Древнем Риме люди широко использовали дроби. Тогда использовались шестидесятеричные (т.е. со знаменателем 60) и двенадцатеричные (т.е. со знаменателем 12) дроби.

2. Когда и где стали использовать современные правила действий с дробями?

Правила действий с дробями в том виде, что сейчас используем и мы были известны уже в 8 веке нашей эры и широко использовались греками и индийцами. А в Западную Европу дроби были перенесены лишь в 13 веке, а десятичные дроби еще позднее - только в 16-17 веках.

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Чтобы сравнить (сложить или вычесть)
дроби с разными знаменателями, надо:

1. Привести данные дроби к общему
знаменателю,

2. Сравнить, (сложить или вычесть)
полученные дроби

Как привести дроби к общему знаменателю?

1. Знаменатели - взаимно-простые числа

$$\frac{2^5}{3} - \frac{3^3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$$

Общим знаменателем является произведение знаменателей

2. Знаменатель одной дроби делится на знаменатель другой дроби

$$\frac{3^3}{8} + \frac{5}{24} = \frac{9}{24} + \frac{5}{24} = \frac{14}{24} = \frac{10}{15}$$

Общим знаменателем является больший знаменатель

3. Общим знаменателем является наименьшее общее кратное

$$\frac{5^5}{12} + \frac{3^4}{15} = \frac{25}{60} + \frac{12}{60} = \frac{37}{60}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$\text{НОК}(12, 15) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Наименьшее общее кратное натуральных чисел это наименьшее натуральное число, которое является кратным обоим этих чисел

Устный счет

1. Сравнить дроби:

а) $\frac{7}{9} > \frac{1}{3}$

б) $\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$

в) $\frac{9}{16} > \frac{8}{15}$

$\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$

$\frac{1}{8} < \frac{1}{6}$

$1 - \frac{9}{16} < 1 - \frac{8}{15}$

$\frac{7}{16} < \frac{7}{15}$

$\frac{1}{16} < \frac{1}{15}$

Устный счет

Дана дробь $\frac{11}{41}$.

Какое число нужно прибавить

к числителю и знаменателю этой дроби,

чтобы она обратилась в $\frac{3}{8}$?

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} = \frac{18}{48}$$

Ответ: нужно прибавить число 7.

Умножение дробей

Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо ее числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения.

$$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

Умножение дробей

Чтобы умножить дробь на дробь, надо:

1. Найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей,
2. Первое произведение записать числителем, а второе- знаменателем.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 6} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Умножение дробей

Чтобы выполнить умножение смешанных чисел, надо записать их в виде неправильных дробей, а затем воспользоваться правилом умножения дробей.

$$4\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{19} = \frac{19 \cdot 24}{4 \cdot 19} = \overset{1}{\cancel{19}} \cdot \overset{6}{\cancel{24}} = \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{8}{9} \cdot 1\frac{3}{24} = \frac{8 \cdot 27}{9 \cdot 24} = \overset{1}{\cancel{8}} \cdot \overset{3}{\cancel{27}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{1}{1} = 1$$

Распределительное свойство
умножение относительно
сложения и вычитания

$$(a+b)c=av+ac \quad (a-b)c=ac-bc$$

$$7 \cdot 4 \frac{2}{7} = 7 \cdot \left(4 + \frac{2}{7} \right) = 7 \cdot 4 + 7 \cdot \frac{2}{7} = 28 + 2 = 30$$

$$9 \cdot \underline{5 \frac{1}{7}} - 8 \frac{7}{9} \cdot \underline{5 \frac{1}{7}} = \left(9 - 8 \frac{7}{9} \right) \cdot 5 \frac{1}{7} = \frac{2}{9} \cdot 5 \frac{1}{7} =$$

$$\frac{2 \cdot 36}{9 \cdot 7} = \frac{2 \cdot \cancel{36}^4}{\cancel{9}_1 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 7} = \frac{8}{7} = 1 \frac{1}{7}$$

Деление дробей

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

Какие числа называются взаимно обратными?

Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

$$\frac{3}{16} \cdot \frac{5}{12} = \frac{3}{16} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3 \cdot 12}{16 \cdot 5} = \frac{3 \cdot \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{16}} \cdot 5} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{9}{20}$$

$$5 \div \frac{2}{5} = 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$$

$$4\frac{3}{4} \div 3 = \frac{19 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{19 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

Вычислить значение выражения:

$$\left(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \frac{1}{6} - 5\frac{3}{7} = 17\frac{4}{7}$$

$$1) \quad 2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = 3\frac{5}{6}$$

$$2) \quad 3\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = \frac{23}{6} \cdot \frac{6}{1} = 23$$

$$3) \quad 23 - 5\frac{3}{7} = 22\frac{7}{7} - 5\frac{3}{7} = 17\frac{4}{7}$$

Нахождение дроби от числа

Чтобы найти дробь от числа,
надо число умножить на эту дробь

а) Найти четыре седьмых от 28 .

$$28 \cdot \frac{4}{7} = \frac{28 \cdot 4}{1 \cdot 7} =$$
$$\frac{4}{1} \cdot \frac{4}{1} = 16$$

Ответ: четыре седьмых от 28 равны 16.

Нахождение
дроби от числа

б) Найти 35% от 70

$$35\% = 0,35$$

$$70 \cdot 0,35 = 24,50$$

Ответ: 35% от 70 равны 24,5

в) Найти 0,8 от 900

$$900 \cdot 0,8 = 720$$

Ответ: 0,8 от 900 равны 720

Нахождение числа по его дроби

Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо это значение разделить на дробь.

а) Найти число, $0,37$ которого равны $14,8$.

$$14,8:0,37=1480:37=40$$

Ответ: 40 - это число, $0,37$ которого равны $14,7$.

Нахождение
числа по его
дроби

б) Найти число, 63% которого равны 126

$$126 : 0,63 = 12600 : 63 = 200$$

Ответ: число, 63% которого равны 126 - это число 200.

в) Найти число, $\frac{9}{11}$ которого равны 27

$$27 : \frac{9}{11} = \frac{27}{1} \cdot \frac{11}{9} = \frac{\overset{3}{\cancel{27}} \cdot 11}{1 \cdot \underset{1}{\cancel{9}}} = \frac{3 \cdot 11}{1 \cdot 1} = 33$$

Ответ: $\frac{9}{11}$ от 33 равны 27

Задача № 1

Соловьев Сережа и Афиногентов Антон составляют одну четырнадцатую всех учащихся 6В класса. Сколько этом классе девочек, если известно, что их количество составляет три седьмых всех учащихся?



2 учащихся - $\frac{1}{14}$ всего класса



Девочки - ?, $\frac{3}{7}$ всего класса

2 учащихся - $\frac{1}{14}$ всего класса

Девочки - ?, $\frac{3}{7}$ всего класса

Задача № 1



РЕШЕНИЕ

$$1) 2 : \frac{1}{14} = 28 \quad (\text{уч.})\text{-всего в классе.}$$

$$2) 28 \cdot \frac{3}{7} = 12 \quad (\text{уч.})\text{-девочки}$$

ОТВЕТ: Двенадцать девочек учится в 6В классе.

Задача № 2

Туристы на машине проехали 28% всего пути,

поездом $\frac{19}{27}$ оставшегося пути, а затем плыли на

теплоходе. Сколько километров туристы проплыли на

теплоходе, если на машине они проехали 126 км?



Машина - 126 км., 28% всего пути



Поезд - ? км., $\frac{19}{27}$ оставшегося пути



Теплоход - ? км.

Машина - 126 км., 28% всего пути

Поезд - ? км., $\frac{19}{27}$ оставшегося пути

Теплоход - ? км.

РЕШЕНИЕ

1) $126:0,28=12600:28=450$ (км.) - весь путь

2) $450-126=324$ (км.) - оставшийся путь

3) $324 \cdot \frac{19}{27} = 228$ (км.) - поездом

4) $324-228=96$ (км.) - теплоходом.

Ответ: 96 километров туристы проплыли на теплоходе.

Решение уравнений

$$\text{a) } 2 \frac{1}{15} - \frac{3}{4} x = \frac{59}{60}$$

$$\frac{3}{4} x = 2 \frac{1}{15} - \frac{59}{60}$$

$$\frac{3}{4} x = 1 \frac{1}{12}$$

$$x = 1 \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4}$$

$$x = 1 \frac{4}{9}$$

$$2 \frac{1}{15} - \frac{59}{60} = 2 \frac{4}{60} - \frac{59}{60} =$$

$$1 \frac{64}{60} - \frac{59}{60} = 1 \frac{5}{60} = 1 \frac{1}{12}$$

$$1 \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4} = \frac{13}{12} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$\frac{13}{9} = 1 \frac{4}{9}$$

ОТВЕТ: $1 \frac{4}{9}$

Решение
уравнений

$$б) \quad y - \frac{5}{7}y = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{7}y = \frac{2}{9}$$

$$y = \frac{2}{9} : \frac{2}{7}$$

$$y = \frac{7}{9}$$

$$\frac{2}{9} : \frac{2}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} : \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{7}{9}$$

Ответ: $\frac{7}{9}$

Задача №3

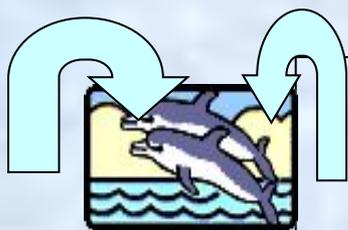
Бассейн наполняется водой через первую трубу за 5 часов, а через вторую за 7 часов. Какую часть бассейна останется заполнить, если первая труба работала 2 часа, а вторая - 3 часа?

Сколько понадобится времени, чтобы заполнить оставшуюся часть бассейна, если обе трубы будут работать одновременно?

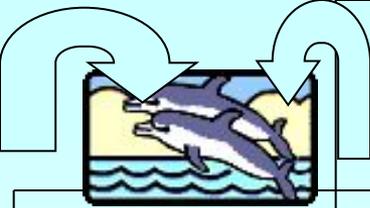


Бассейн наполняется водой через первую трубу за 5 часов, а через вторую за 7 часов. Какую часть бассейна останется заполнить, если первая труба работала 2 часа, а вторая - 3 часа?

Сколько понадобится времени, чтобы заполнить оставшуюся часть бассейна, если обе трубы будут работать одновременно?



	Время заполнения всего бассейна	Какая часть бассейна заполняется за час	Время работы	Заполнено всего
1 труба	5 часов	$\frac{1}{5}$	2 часа	$\frac{2}{5}$
2 труба	7 часов	$\frac{1}{7}$	3 часа	$\frac{3}{7}$
Обе трубы		$\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$		$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$



	Время заполнения всего бассейна	Какая часть бассейна заполняется за час	Время работы	Заполнено всего
1 труба	5 часов	$\frac{1}{5}$	2 часа	$\frac{2}{5}$
2 труба	7 часов	$\frac{1}{7}$	3 часа	$\frac{3}{7}$
Обе трубы		$\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$		$\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2^{\overset{7}{}}}{5} + \frac{3^{\overset{5}{}}}7 = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$ - заполнено обоими трубами

2) $1 - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$ - осталось заполнить

3) $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{1^{\overset{7}{}}}{5} + \frac{1^{\overset{5}{}}}7 = \frac{12}{35}$ - обе трубы заполняют за час

4) $\frac{6}{35} : \frac{12}{35} = \frac{6 \cdot 35}{35 \cdot 12} = \frac{1}{2}$ (ч.) - потребуется для заполнения всего бассейна

Ответ: Осталось заполнить $\frac{6}{35}$ бассейна,
обе трубы могут заполнить оставшуюся часть бассейна за $\frac{1}{2}$ часа.

Домашняя работа

Сравнить $\frac{12}{23}$ и $\frac{13}{24}$.

№ 816

№ 803 а)

СПАСИБО ЗА УРОК!!!