

**Періодичність функцій.
Властивості та графіки
тригонометричних функцій.
Розв'язування вправ.**

Математичний диктант

1. Обчислити: $\cos 210^\circ$.

2. Знайти значення виразу

$$\sin 25^\circ \cos 5^\circ + \cos 25^\circ \sin 5^\circ$$

3. Спростити вираз

$$\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{42} - \sin \frac{\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{42}$$

4. Обчисліть:

$$\sin(180^\circ - 30^\circ) + \cos(360^\circ + 60^\circ)$$

5. Спростити вираз

$$\cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{42} + \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \sin \frac{5\pi}{42}$$

6. Знайти

$$\cos \alpha, \text{ якщо } \sin \alpha = 0,6 \text{ і } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

Періодичність функції

Функція $y = f(x)$ називається періодичною з періодом $T \neq 0$, якщо для будь-якого x із області визначення числа $x + T$ і $x - T$ також належать області визначення і виконується рівність $f(x + T) = f(x - T) = f(x)$.

$$\sin(\alpha + 2\pi n) = \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + 2\pi n) = \cos \alpha$$

2π – періоди функцій синус і косинус

Якщо функція $y = f(x)$ періодична і має період T , то функція $y = Af(kx + b)$, де A , k , b — постійні ($k \neq 0$), також періодична, причому її період дорівнює

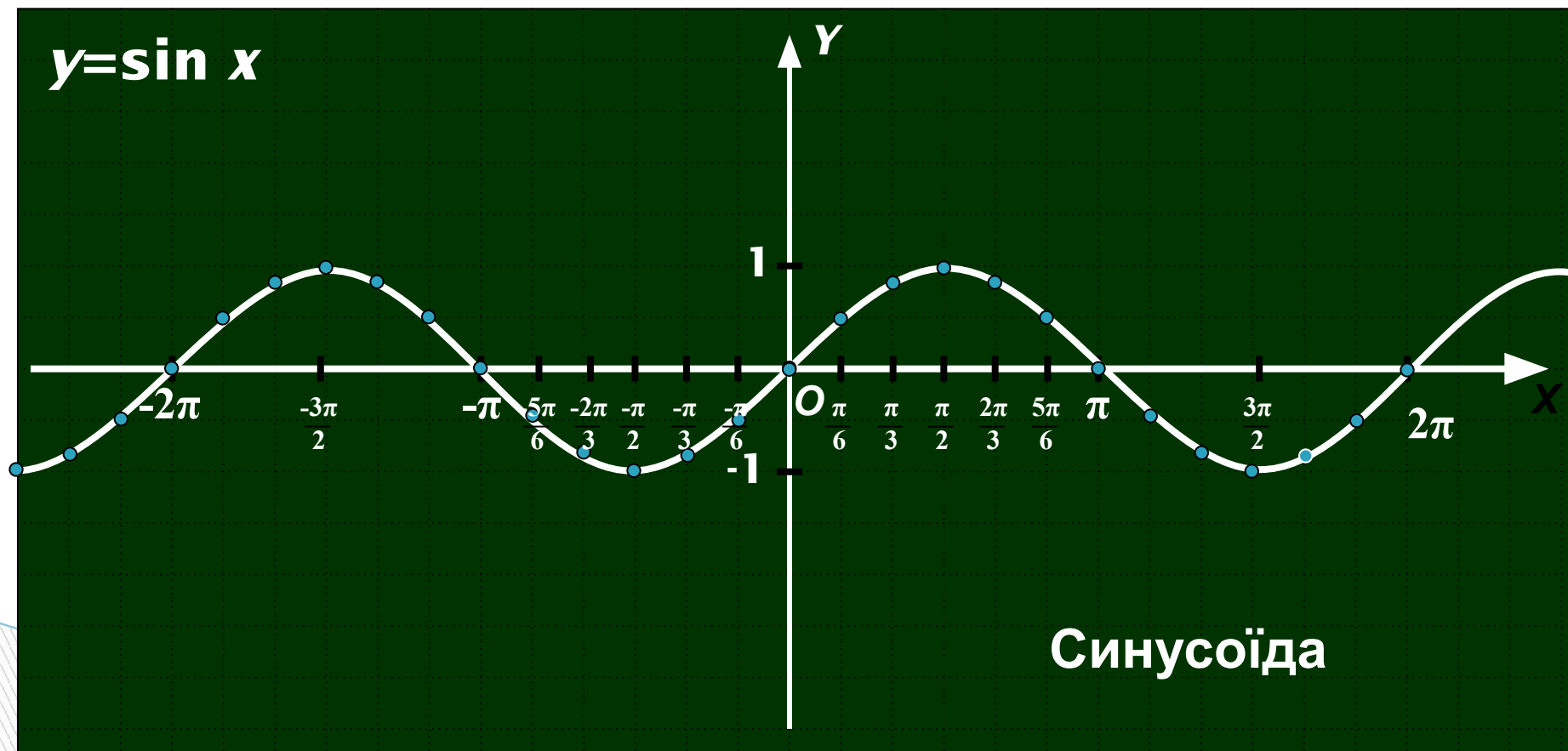
$$\frac{T}{|k|}$$

Виконання вправ

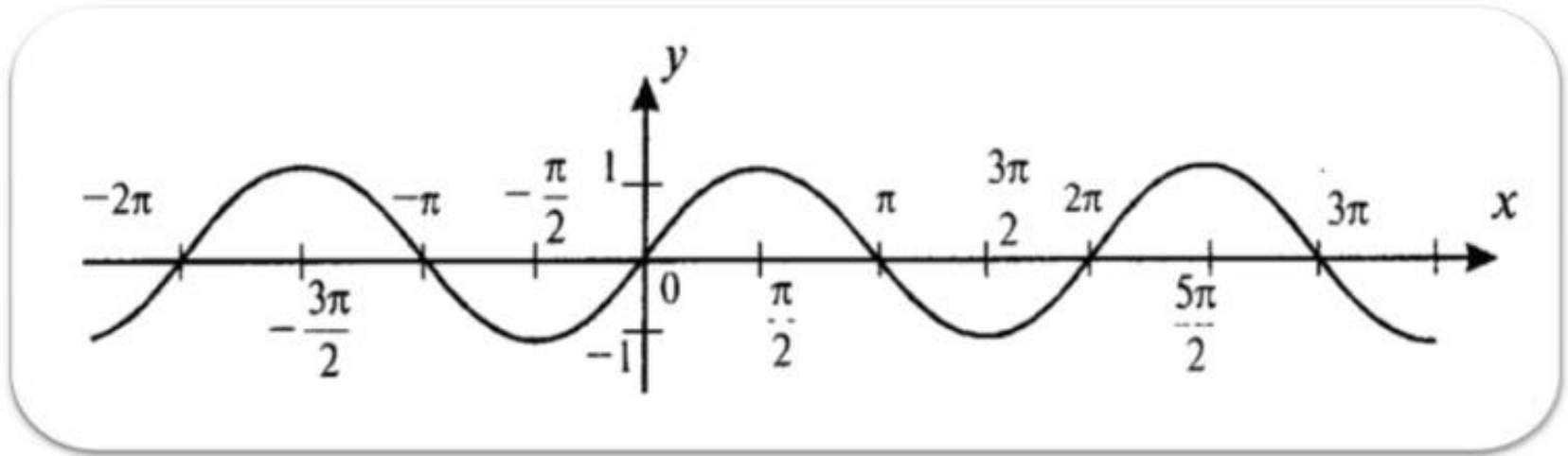
1. Обчисліть: а) $\sin 1470^\circ$;
б) $\operatorname{tg} 1860^\circ$; в) $\cos 1140^\circ$;
г) $\operatorname{ctg} 1125^\circ$.

Графік функції $y = \sin x$

Тригонометричні функції: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
де x — кут в радіанах



Функція $y = \sin x$



Властивості функції:

1. $D(\sin x) = R$; $E(\sin x) \in [-1; 1]$
2. $y = \sin x$ – непарна функція, графік симетричний відносно початку координат
3. періодичність: $T = 2\pi$

4. $\sin x = 0$ при $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (нулі функції)

5. проміжки знакосталості:

$\sin x > 0$ при $0 + 2\pi n < x < \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

$\sin x < 0$ при $\pi + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

6. проміжки монотонності:

$x \in [-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ – зростає

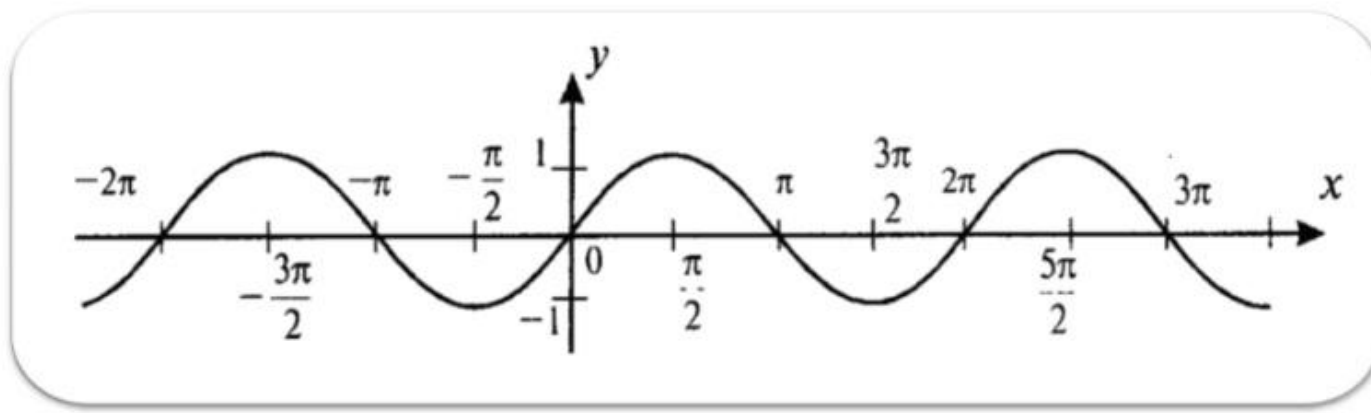
$x \in [\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ – спадає

7. екстремуми:

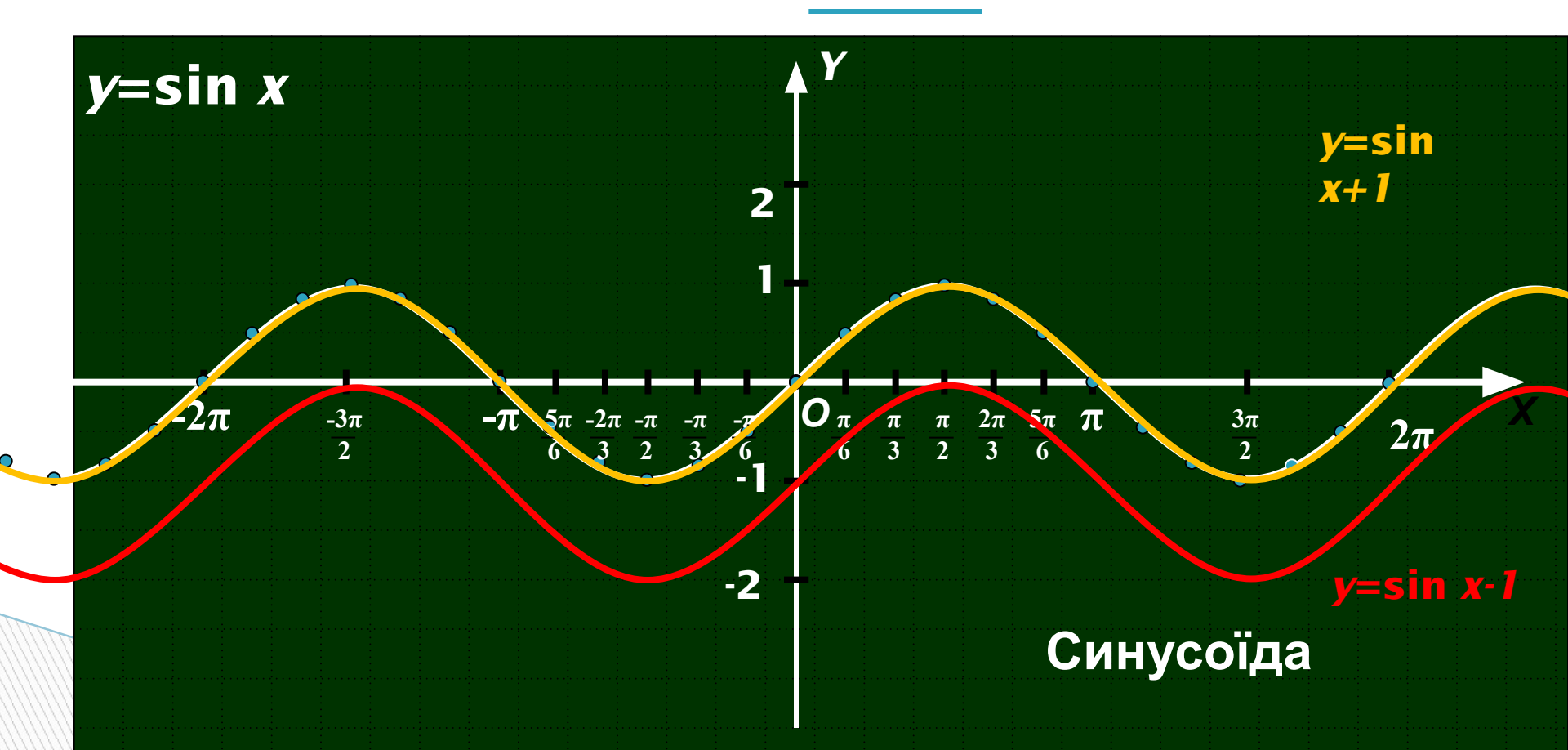
$y_{\max} = 1$ при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

$y_{\min} = -1$ при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

9. похідна: $(\sin x)' = \cos x$

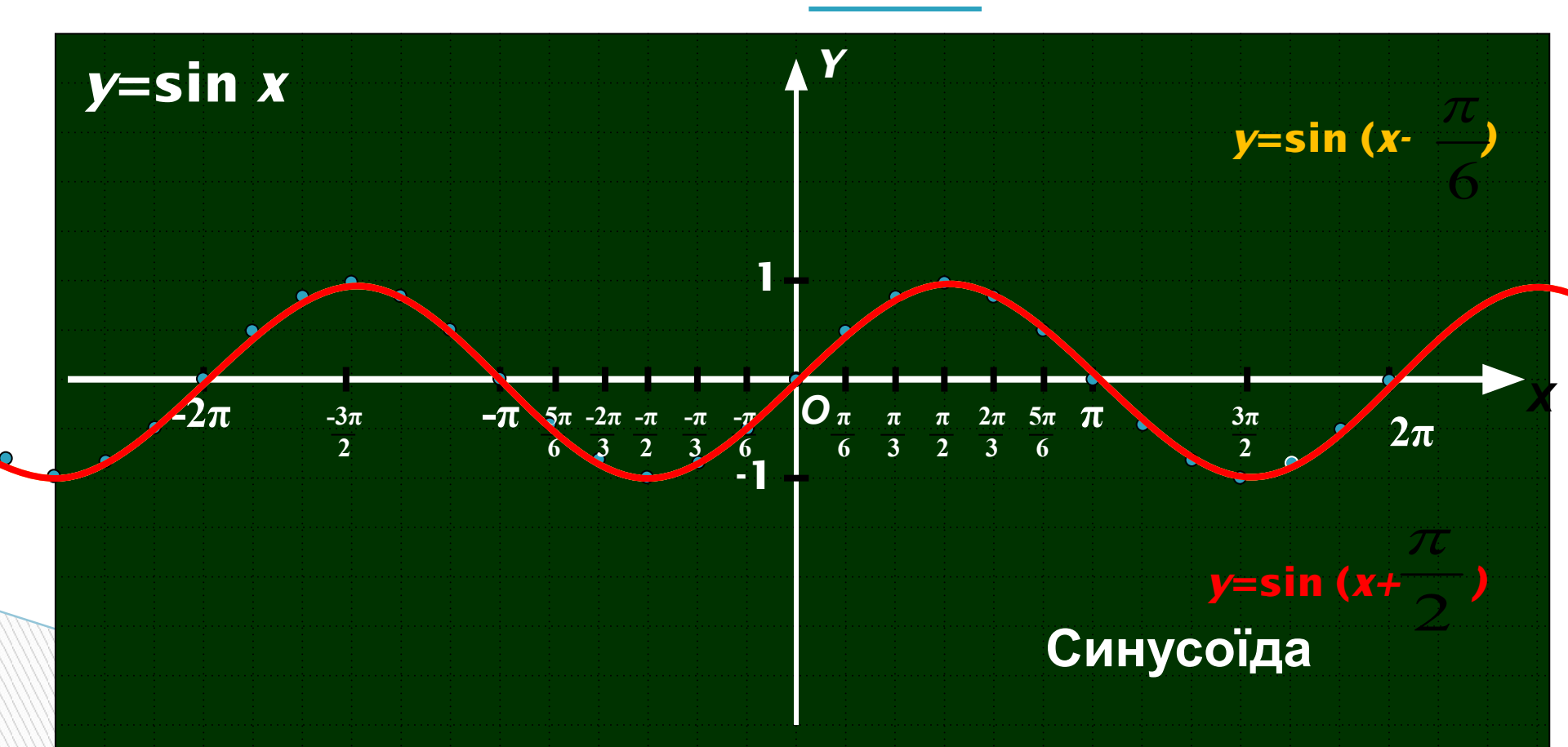


Графік функції $y = \sin x$ $y = \sin x + 1$, $y = \sin x - 1$



Графік функції $y = \sin x$

$y = \sin(x - \frac{\pi}{6})$, $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$

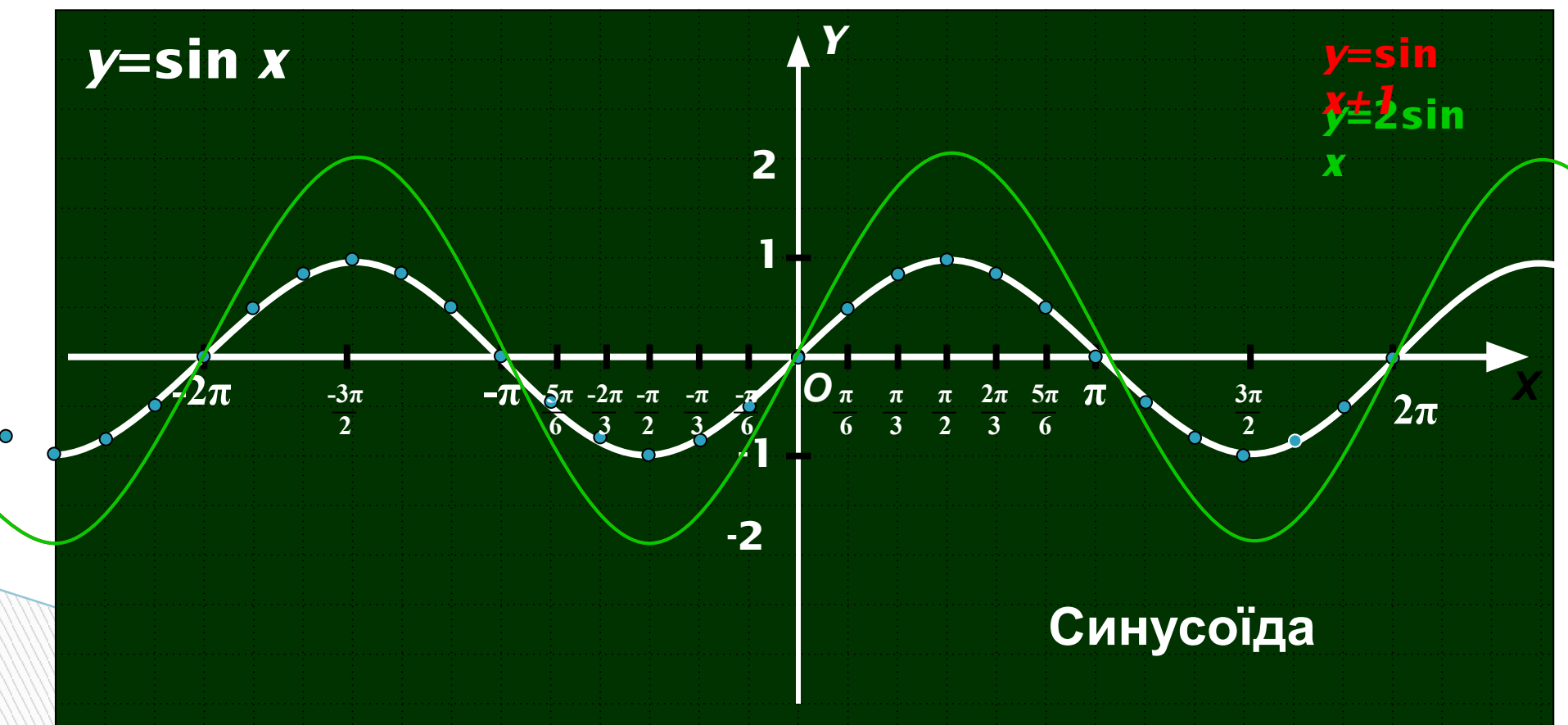


Графік функції $y = 2\sin x + 1$,

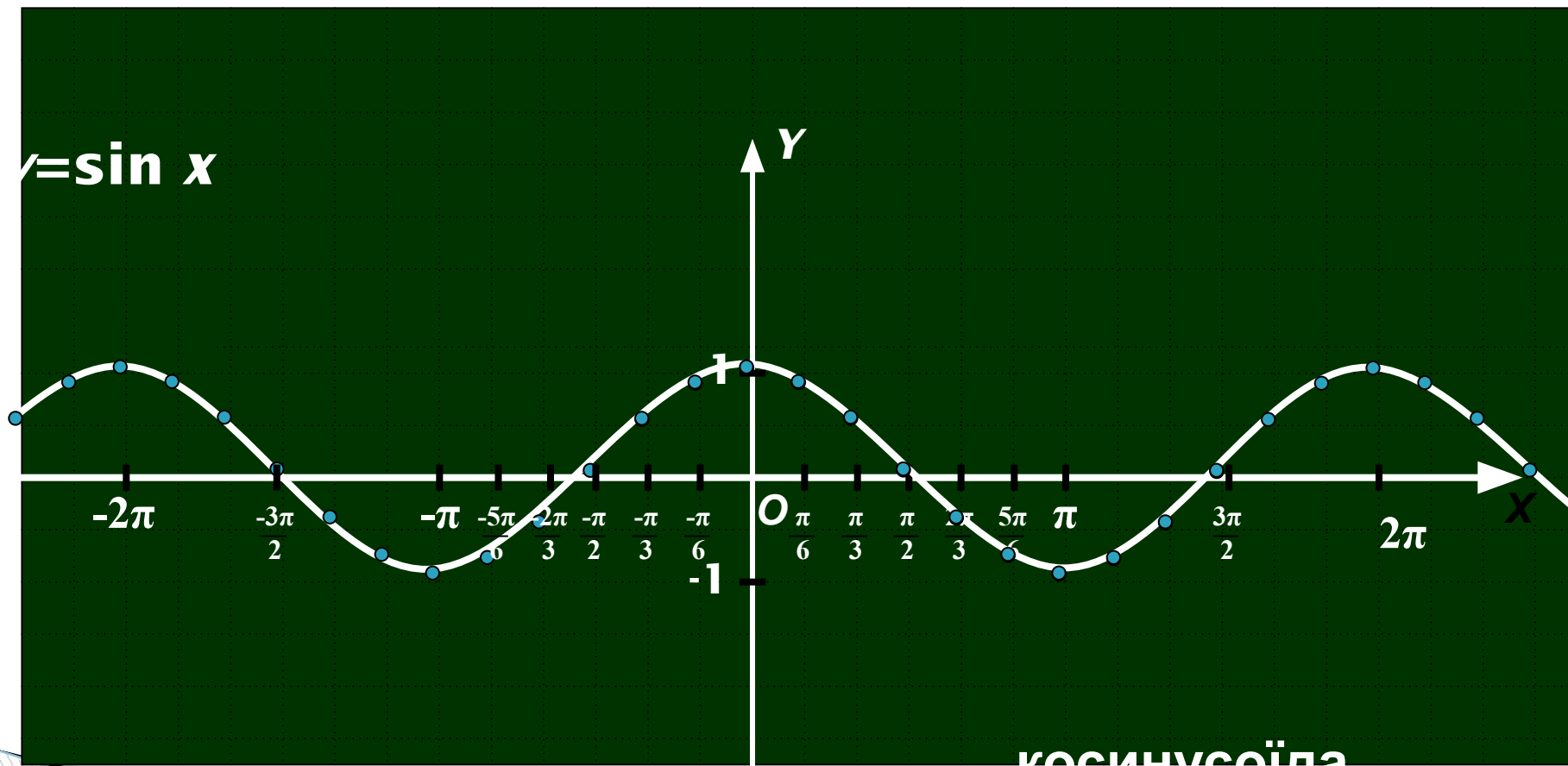
$$y = \sin x,$$

$$y = 2\sin x$$

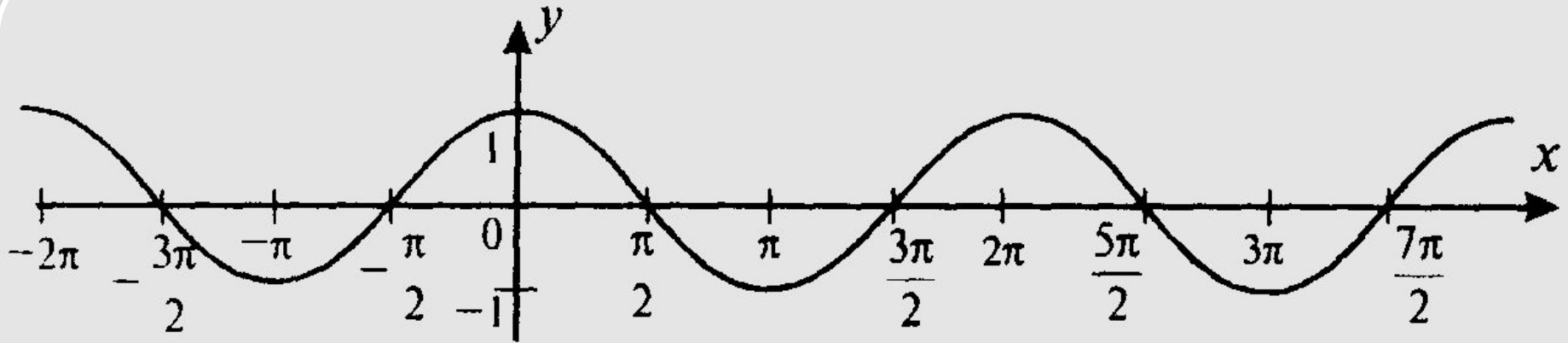
$$y = 2\sin x + 1$$



Графік функції $y = \cos x$



Функція $y = \cos x$

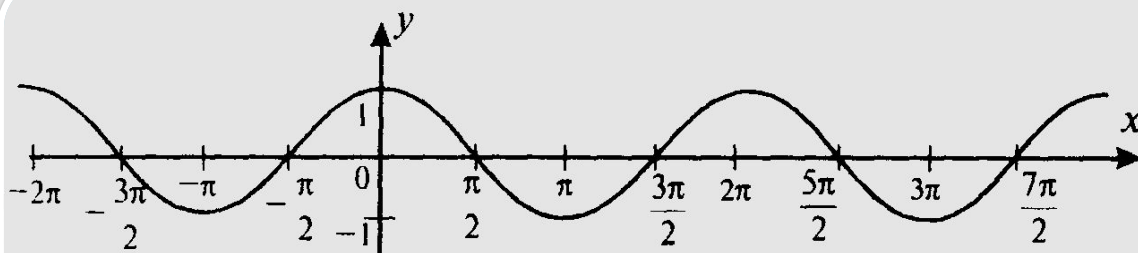


Властивості функції:

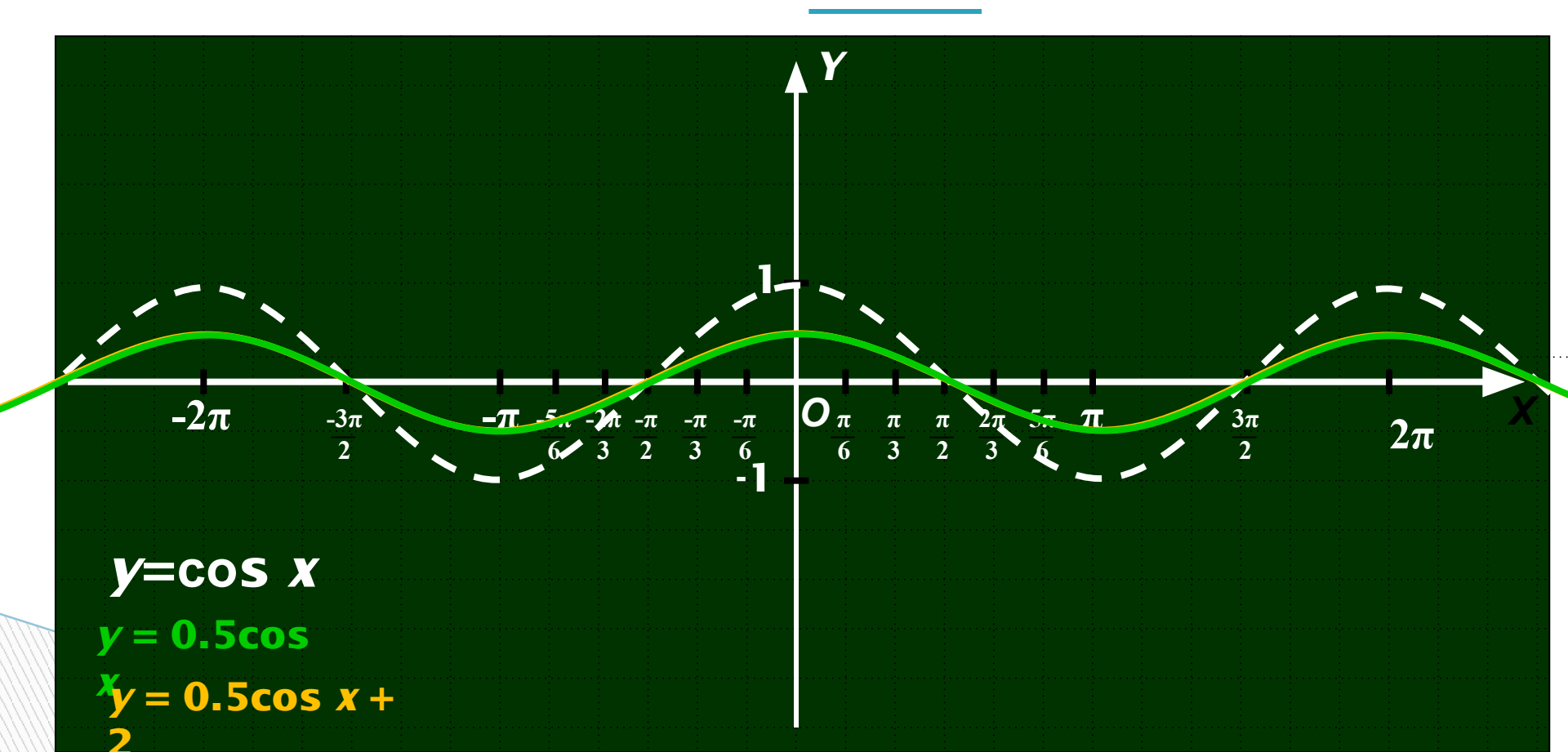
1. $D(\cos x) = R$; $E(\sin x) \in [-1; 1]$.
2. $y = \cos x$ – парна функція,
графік симетричний відносно
осі ординат
3. періодичність: $T = 2\pi$

Властивості функції:

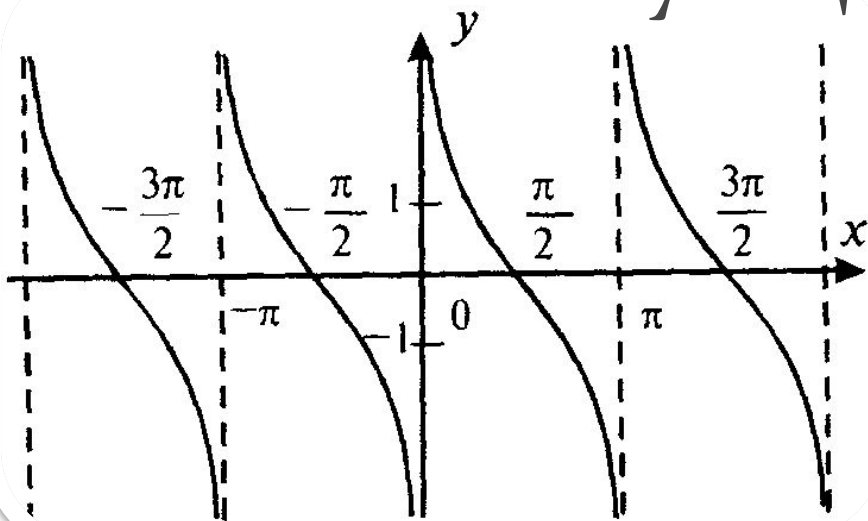
4. $\cos x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ (нулі функції)
5. проміжки знакосталості
 $\cos x > 0$ при $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $\cos x < 0$ при $\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
6. проміжки монотонності:
 $x \in [\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$ – зростає
 $x \in [0 + 2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$ – спадає
7. екстремуми:
 $y_{\max} = 1$ при $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $y_{\min} = -1$ при $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
8. похідна: $(\cos x)' = -\sin x$



Графік функції $y = 0,5\cos x + 2$



Функція $y = \operatorname{tg} x$



Властивості функції:

1. $D(\operatorname{ctg} x) = x \in R / \pi n, n \in Z$

2. $y = \operatorname{ctg} x$ – непарна функція

графік симетричний

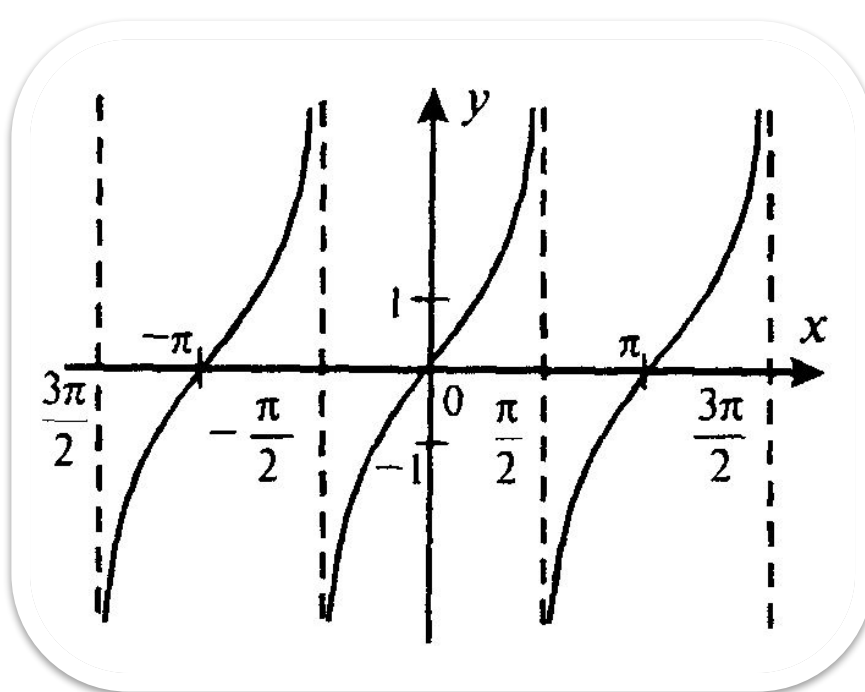
3. періодичність: $T = \pi$

4. $\operatorname{tg} x = 0$ при $x = \pi n, n \in Z$ (нулі функції)
відносно початку координат

5. проміжки знакосталості:

$\operatorname{tg} x > 0$ при $0 + \pi n < x < \pi/2 + \pi n, n \in Z$

$\operatorname{tg} x < 0$ при $-\pi/2 + \pi n < x < 0 + \pi n, n \in Z$



6. проміжки монотонності:

$x \in [-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n], n \in \mathbb{Z}$ – зростає

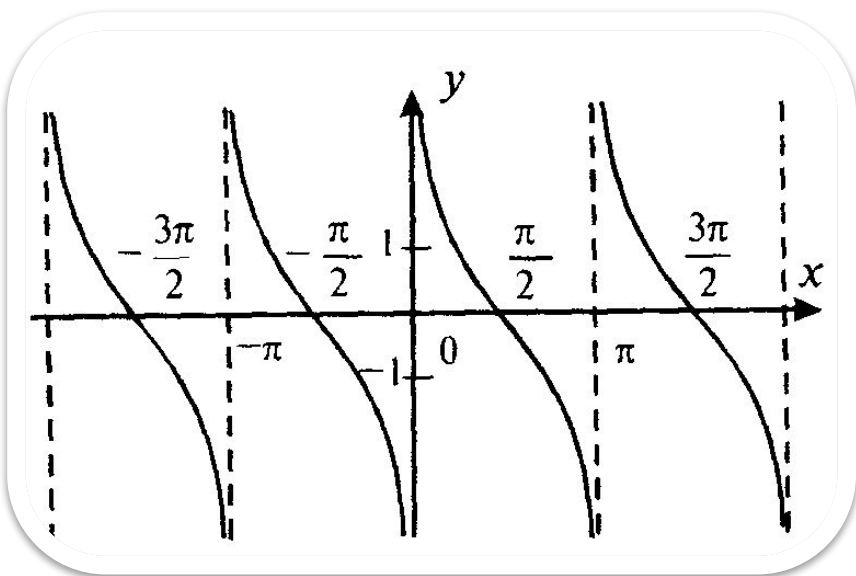
7. екстремумів **немає**

8. $E(\operatorname{tg} x) = \mathbb{R}$

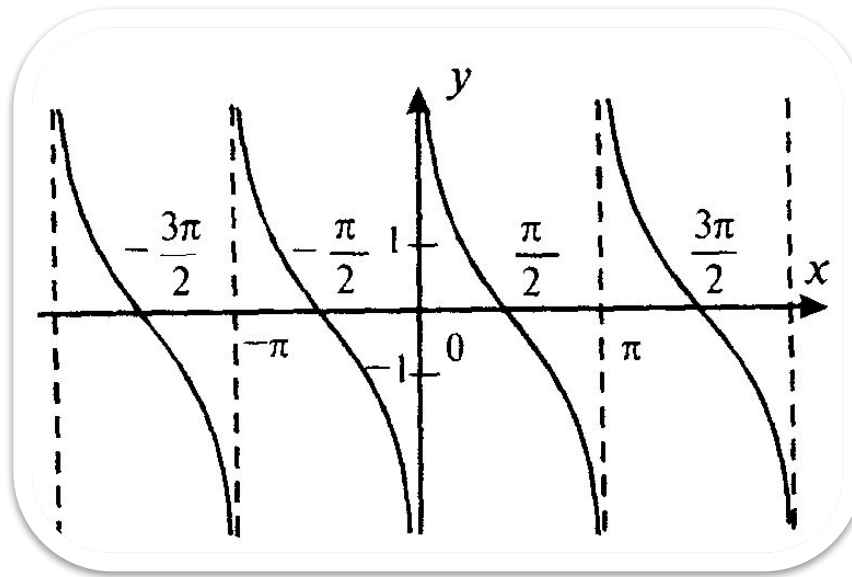
9. похідна: $(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x$

Функція $y = ctg$

Властивості функції:



1. $D(ctg x) = x \in R / \pi n, n \in Z$
2. $y = ctg x$ – непарна функція
графік симетричний
відносно початку
координат
3. періодичність: $T = \pi$
4. $ctg x = 0$ при $x = \pi / 2 + \pi n, n \in Z$ (нулі функції)
5. проміжки знакосталості:
 $ctg x > 0$ при $0 + \pi n < x < \pi / 2 + \pi n, n \in Z$
 $ctg x < 0$ при $\pi / 2 + \pi n < x < \pi + \pi n, n \in Z$



6. проміжки монотонності:

$$x \in [0 + \pi n; \pi + \pi n], n \in \mathbb{Z} - \text{спадає}$$

7. екстремумів **немає**

8. $E(\text{ctg } x) = \mathbb{R}$

9. похідна: $(\text{ctg } x)' = -1/\sin^2 x$