

Основні положення будівельної механіки.

Кінематичний аналіз споруд.

План:

1. Розрахункові схеми та основні елементи споруд.
2. Кінематичний аналіз споруд.

Основні положення будівельної механіки

Будівельна механіка — це наука про методи розрахунку споруд на міцність, жорсткість та стійкість в умовах дії на них постійного та тимчасового навантаження.

Розрахункові схеми та основні елементи споруд.

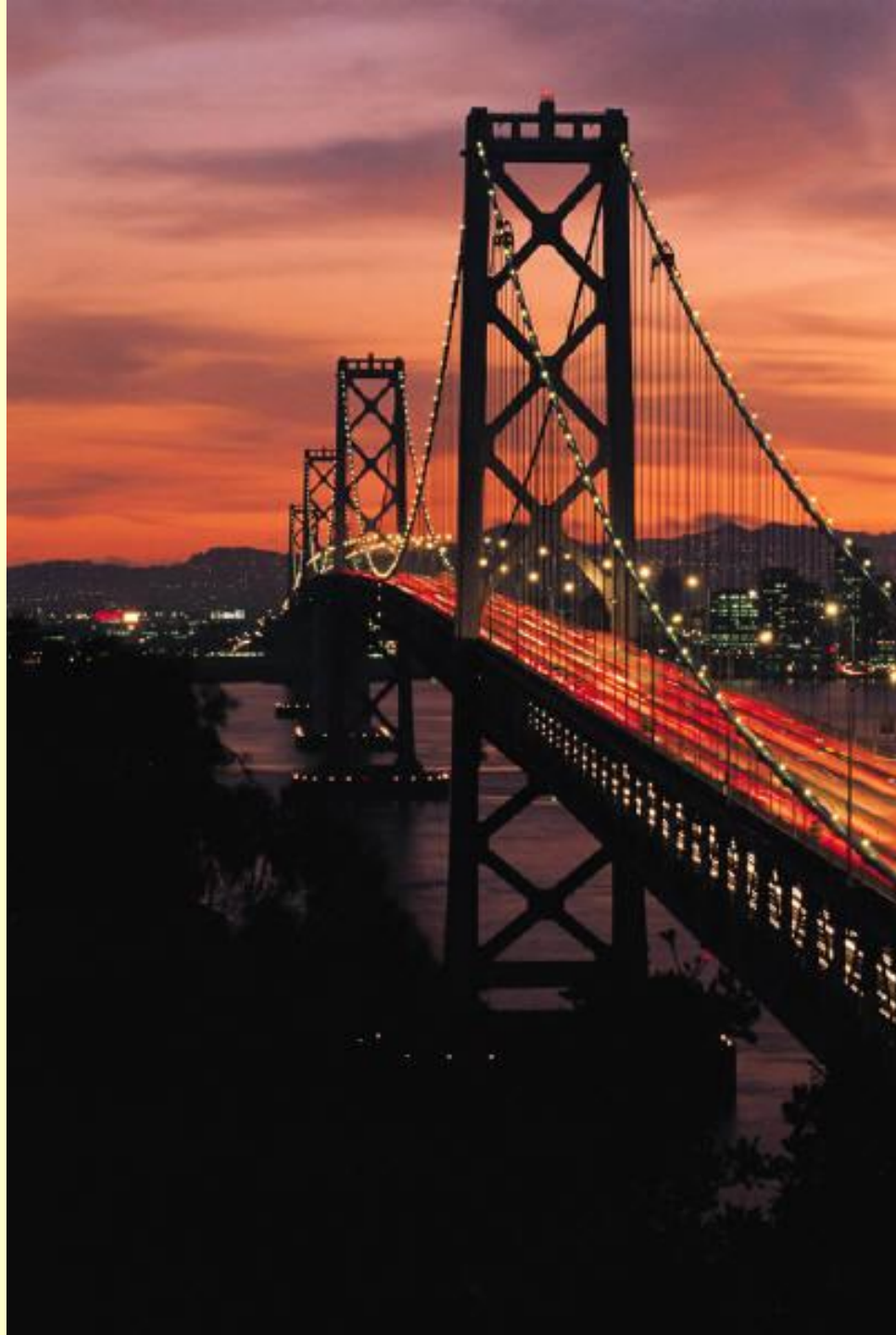
У курсі будівельної механіки розглядається розрахунок геометрично незмінних систем (споруд), тобто таких, переміщення окремих точок яких можливі тільки в результаті деформації систем. Нерухомість таких систем (їхня геометрична незмінюваність) відносно землі забезпечується опорними зв'язками (опорами). В опорах виникають реакції, що разом із заданими навантаженнями встановлюють урівноважену систему зовнішніх сил, що діють на споруду.

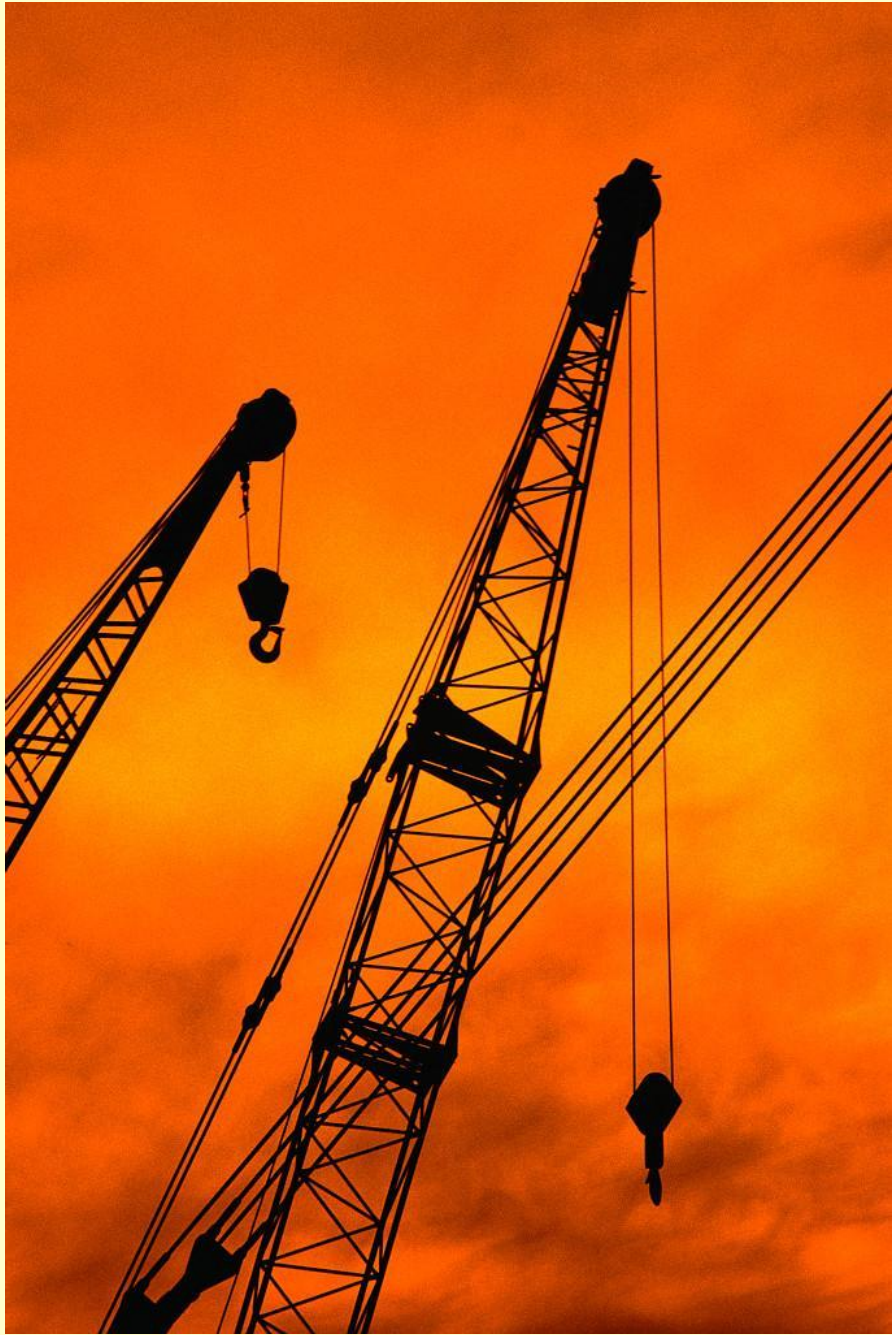
Розрахункова схема – це спрощене, ідеалізоване зображення дійсної споруди. Розрахунок споруд починають з вибору розрахункової схеми. При цьому:

- ідеалізують опорні та вузлові з'єднання (або ідеальний шарнір, або абсолютно жорсткий вузол);
- стержні споруди показують їх осями;
- перевіряють геометричну незмінність системи (переміщення можливі тільки в результаті деформацій);
- виключають непрацюючі стержні, тобто ті, які не навантажені і не потрібні для забезпечення стійкості споруди;
- ідеалізують навантаження на споруду.





















Основні положення будівельної механіки

До статично визначених систем належать системи, зусилля в елементах яких розраховуються за трьома рівняннями статички, які можна скласти для плоскої системи сил.

Статично невизначуваними називають системи, зусилля в яких неможливо обчислити за допомогою одних лише рівнянь рівноваги.

Розрахункові схеми та основні елементи споруд.

Розглянемо різні типи опор плоских систем:

Перший тип опори представлений на рис. 1. Він складається з двох балансирів — верхнього 1 і нижнього 3, між якими прокладений валик 2, що грає роль циліндричного шарніра. Завдяки цьому валику верхній балансир може повертатися щодо нижнього. Крім того, він може (разом з нижнім балансиром, що спирається на катки 4) переміщатися по опорній площині, яка називається опорною подушкою 5.

Розглянута опора називається **циліндрично-рухомою**, або шарнірно рухомою. Схематично її зображують у вигляді *одного* стержня з двома ідеальними (без тертя) шарнірами на кінцях (рис. 2).

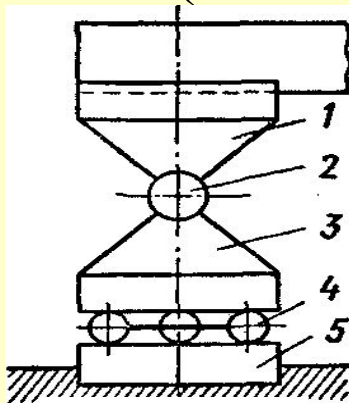


Рис. 1

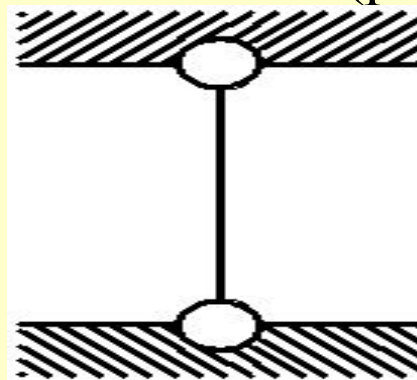


Рис. 2

Розрахункові схеми та основні елементи споруд.

Другий тип опори (рис. 3) відрізняється від першого тим, що нижній балансир 3 закріплений і не може переміщуватися. Така опора має одну ступінь вільності і називається циліндрично-нерухомою, або шарнірно нерухомою.

Схематично опора другого типу зображується за допомогою двох стержнів з ідеальними шарнірами на кінцях; верхній шарнір є загальним для обох стержнів (рис. 4).

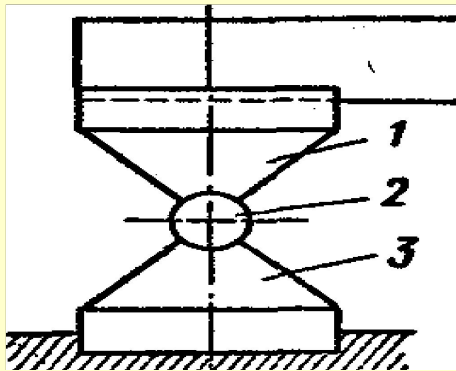


Рис. 3

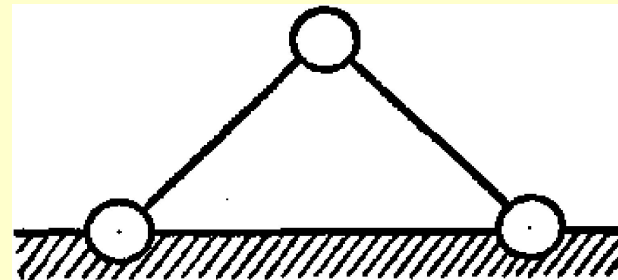


Рис. 4

Розрахункові схеми та основні елементи споруд.

Третім типом опори є зацімлення (рис. 5), ступінь вільності якої дорівнює нулю. Реакція такої опори визначається трьома параметрами: величиною і напрямком сили, що проходить через довільну точку, та моментом відносно цієї точки. Цю реакцію можна представити як поєднання реактивного моменту в зацімленні (опорному перерізі) із реакцією шарнірно нерухомої опори.

Схематично опора третього типу може бути представлена *трьома* стержнями (рис. 6); для того щоб зацімлення можна було вважати абсолютно твердим, відстань l_0 повинна бути дуже малою або брус на ділянці довжиною l_0 треба розглядати як нескінченно твердий

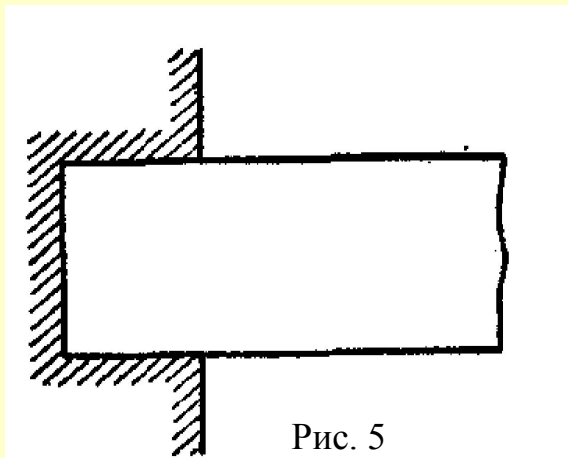


Рис. 5

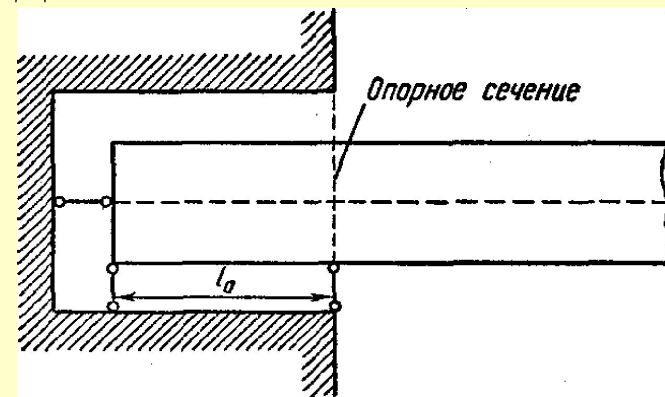


Рис. 6

Кінематичний аналіз споруд

Змінність системи – її властивість змінювати свою геометричну форму без деформації матеріалу елементів споруди. Змінні системи не в змозі врівноважити зовнішні сили і під дією прикладених навантажень приходять в рух, міняють свою форму.

Геометрично незмінна система – це така система, форма якої не може мінятися без деформації матеріалу її елементів. Елементи споруди, незмінність яких очевидна або доведена, називаються *дисками* (стержень, земля). Рухоме з'єднання двох дисків, яке обмежує взаємне їх переміщення, називається *кінематичною в'яззю*.

Кінематичний аналіз споруд

Найпростішою геометрично незмінною шарнірною системою є система з трьох стержнів (дисків), з'єднаних шарнірами в трикутник (рис. 7).

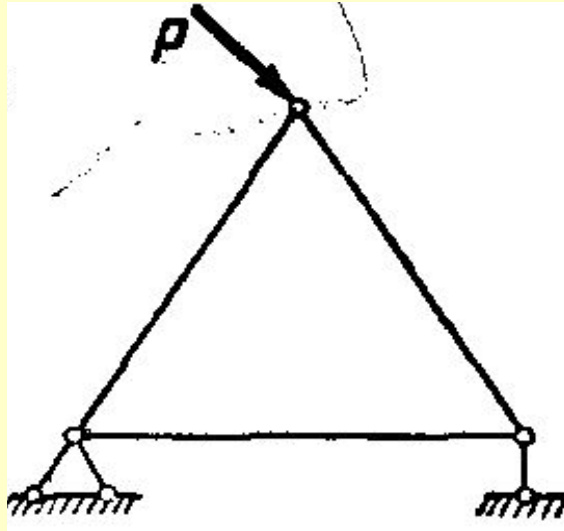


Рис. 7

Кінематичний аналіз споруд

Стержнева система - це сукупність певного числа стержнів (два основних розміри яких малі порівняно з третім), з'єднаних між собою відповідним чином в'язями.

Ступінь вільності системи, складеної з дисків, з'єднаних між собою шарнірами, визначається наступним чином. Якщо число дисків позначити D , а ступінь вільності кожного диска дорівнює трьом, то розміщені на площині диски будуть мати ступінь вільності рівний $3D$. Враховуючи, що кожен простий шарнір, число яких позначимо $Ш$, зменшує ступінь вільності на два, а кожен опорний стержень (опорна в'язь, число яких позначимо C_0) - на одиницю, то загальна ступінь вільності (W) стержневої системи визначиться за формулою:

$$W=3D-2Ш-C_0 \quad (1)$$

Кінематичний аналіз споруд

1. $W > 0$ – система немає достатньої кількості в'язей -геометрично змінна, має рух;
2. $W = 0$ – система має достатню кількість в'язей, необхідну для забезпечення геометричної незмінності і нерухомості;
3. $W < 0$ – система незмінна, має зайву кількість в'язей, число яких $n = -W$.

Для правильного застосування формули (1) потрібно розрізняти шарніри прості – з'єднують два диски, і кратні - з'єднують більше двох дисків. Число простих шарнірів Ш в кратному визначається числом з'єднаних в ньому дисків (стержнів) Д зменшеним на одиницю – $Ш=2Д-1$.

Кінематичний аналіз споруд

Миттєво змінювана система – це система з'єднання дисків (стержнів), які допускають без деформації матеріалу безкінечно малі переміщення дисків (стержнів) в перший момент прикладення навантаження, після чого система стає незмінною. В миттєво змінюваних системах при дії довільного навантаження виникають безкінечно великі зусилля або невизначеної величини.

Системи, отримані із шарнірного трикутника шляхом послідовного приєднання вузлів, причому кожного двома стержнями, що не лежать на одній прямій, геометрично незмінні, тобто геометрична структура їх незмінна. Такі системи (або ферми) називають найпростішими, на відміну від складних, які утворюються, зазвичай, в результаті видозміни найпростіших.

Два диски утворюють геометрично незмінну систему, якщо вони зв'язані між собою за допомогою трьох стержнів, осі яких не перетинаються в одній точці і не паралельні між собою (спосіб Шухова).

Кінематичний аналіз споруд

До диска можна геометрично незмінно приєднати інший диск за допомогою загального для обох дисків шарніра і стержня, напрямок якого не повинен проходити через цей шарнір (спосіб Полонсо).

Три диски, з'єднані за допомогою шести стержнів так, що між кожною парою дисків установлено по два стержні, точки перетину яких не лежать на одній прямій, утворюють нову геометрично незмінну систему.

Загальний висновок незмінності стержневих систем: якщо система може бути зведена до шарнірного трикутника, то вона геометрично незмінна.

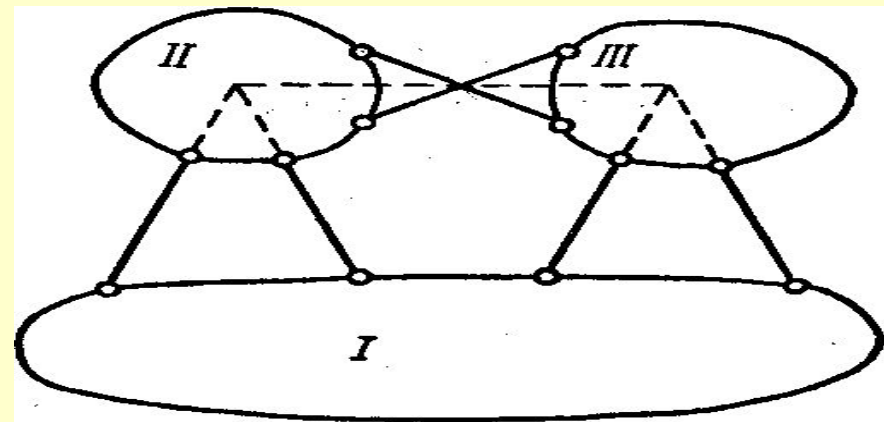


Рис. 8

Кінематичний аналіз споруд

Порядок проведення кінематичного аналізу споруд:

- вибір розрахункової схеми споруди;
- визначення числа ступенів вільності системи;
- виділення незмінних частин споруди – дисків;
- проведення аналізу з'єднань дисків між собою.

Кінематичний аналіз споруд

Кількісний етап кінематичного аналізу

При виконання першого етапу кінематичного аналізу визначається кількісна характеристика її змінюваності – **ступінь геометричної змінюваності**. Для цього необхідно підсумувати ступені вільності окремих складових елементів системи та відняти від цього числа суму ступенів вільності, які усувають всі з'єднання.

Виходячи з викладених вище кінематичних властивостей елементів розрахункових схем, можна записати модифікацію **формули Чебишова** для визначення ступеня геометричної змінюваності Γ системи:

$$\Gamma = 3Д + 2В - 3П - 2Ш - С - 3, \quad (2)$$

де: Д - кількість простих дисків, включаючи опорний диск “землю”, якщо система прикріплена до неї; В - кількість матеріальних точок, тобто вузлів, в яких з'єднуються лише кінематичні в'язі; П - кількість простих припайок; Ш - кількість простих шарнірів; С - кількість кінематичних в'язей; 3 (три) - число ступенів вільності всієї плоскої розрахункової схеми як одного геометрично незмінюваного складеного диска в своїй площині.

Кінематичний аналіз споруд

$\Gamma > 0$, то розрахункова схема споруди є геометрично змінюваною.

$\Gamma = 0$, то розрахункова схема споруди є геометрично не змінюваною.

$\Gamma < 0$, то розрахункова схема споруди є геометрично змінюваною.

Остаточно про геометричну незмінюваність розрахункової схеми при $\Gamma \leq 0$ можна стверджувати лише після виконання її **якісного (структурного) аналізу**.

Якісний (структурний) етап кінематичного аналізу

Якісний (структурний) аналіз розрахункової схеми полягає у визначенні послідовності та способів утворення системи зі складових елементів. З'єднання всієї системи або її фрагментів повинно виконуватись відповідно до способів правильного поєднання елементів у геометрично незмінювані системи – складені диски.

Кінематичний аналіз споруд

Далі розглянуто основні способи утворення найпростіших геометрично незмінюваних плоских систем при використанні мінімальної кількості з'єднувальних пристроїв. При їх поданні поруч з відповідною схемою поєднання простих дисків у складений використовуються умовні “формули”, що мають вигляд дробу, в чисельнику якого міститься перелік з'єднаних елементів, а у знаменнику - перелік з'єднувальних пристроїв. Після знака “” записується назва укрупненого складеного диска, який позначається великою латинською літерою D з нижнім індексом. Якщо з'єднання виконано за допомогою фіктивного шарніра, та в знаменнику подається найменування двох в'язей, які утворюють цей шарнір, із символом “×” між ними.

Кінематичний аналіз споруд

Остаточний висновок про геометричну незмінюваність, геометричну або миттєву змінюваність розрахункової схеми споруди. Якщо доведено правильне приєднання всіх елементів системи, вся розрахункова схема може вважатись геометрично незмінюваною. Якщо виявляється, що для з'єднання одних елементів використані зайві пристрої, а для інших їх бракує, всю розрахункову схему вважають геометрично змінюваною. Якщо ж хоча б одне з'єднання виконується як у винятку з якогось способу, що відповідає миттєвій змінюваності фрагмента, схема є миттєво змінюваною.

Кінематичний аналіз споруд

Визначення сил взаємодії дисків. Найбільш поширеним способом визначення сил взаємодії дисків є використання **методу перерізів**, який полягає в тому, що від розрахункової моделі споруди уявним наскрізним перерізом відокремлюється якийсь його фрагмент (диск або група дисків). Вплив „розрізаних” перерізом з’єднань замінюються силами - реакціями цих з’єднань. Таким чином, на відокремлений фрагмент діє система зовнішніх сил, яка складається з активного навантаження та реакціями в’язей.

Кінематичний аналіз споруд

Приклади кінематичного аналізу розрахункових моделей:

Задача 1.

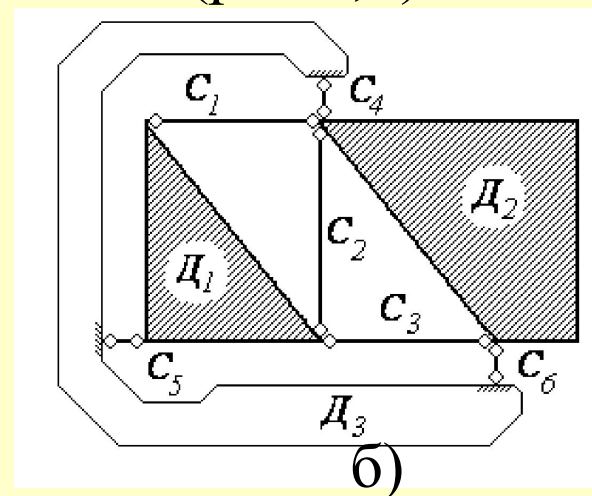
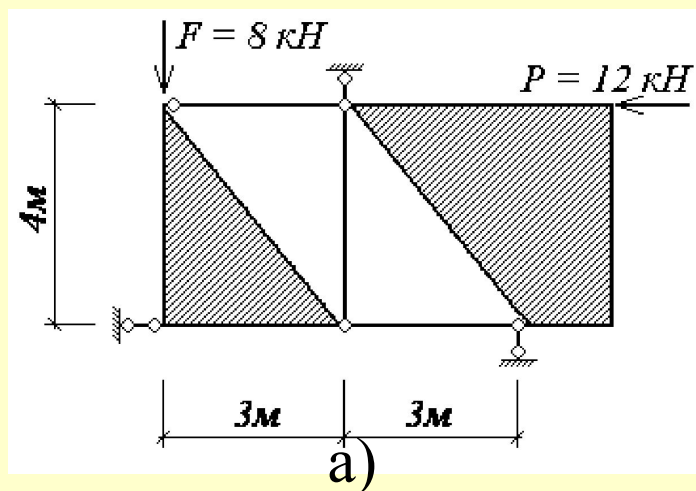
Дано: розрахункова модель (рис.1, а).

Необхідно: провести кінематичний аналіз та визначити сили взаємодії дисків.

Розв'язування:

1. Кінематичний аналіз системи.

а) Кількісний аналіз. Система має: дисків – 3, вузлів – 0, припайок – 0, простих шарнірів – 0, кінематичних в'язей – 6 (рис.1,б).



(рис.1)

Кінематичний аналіз споруд

За формулою Чебишова (2):

$$G = 3 \cdot D + 2B - 3P - 2Ш - C - 3 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 6 - 3 = 9 - 9 = 0 ,$$

система статично визначувана і може бути геометрично незмінюваною.

б) Якісний аналіз.

Розрахункова схема будується в два етапи:

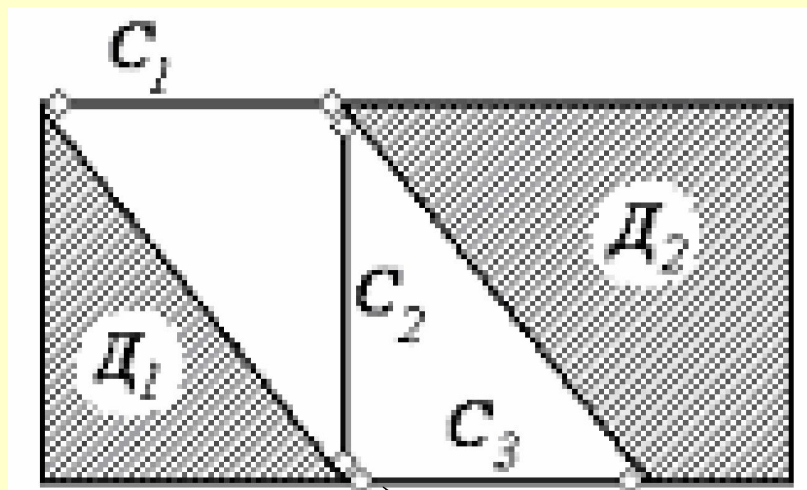
На першому етапі поєднуються диски D_1 та D_2 методом Шухова

$$\frac{D_1 + D_2}{C_1, C_2, C_3} \Rightarrow D_I$$

Другий етап створення розрахункової моделі (рис. 2,б) також використовує метод Шухова

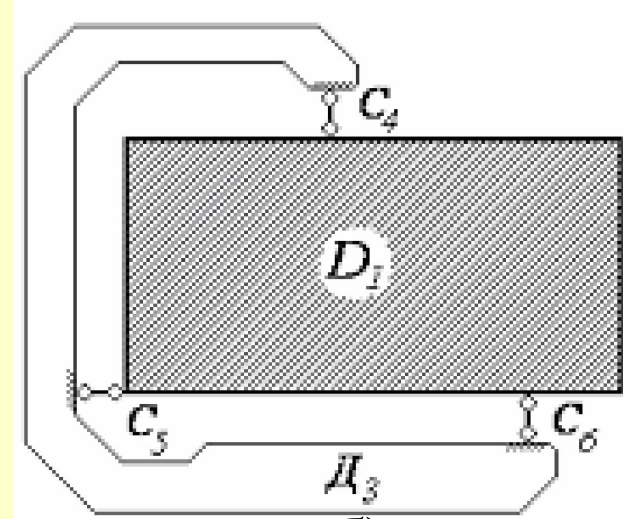
$$\frac{D_I + D_3}{C_4, C_5, C_6} \Rightarrow D_I$$

Кінематичний аналіз споруд



а)

(рис.2)



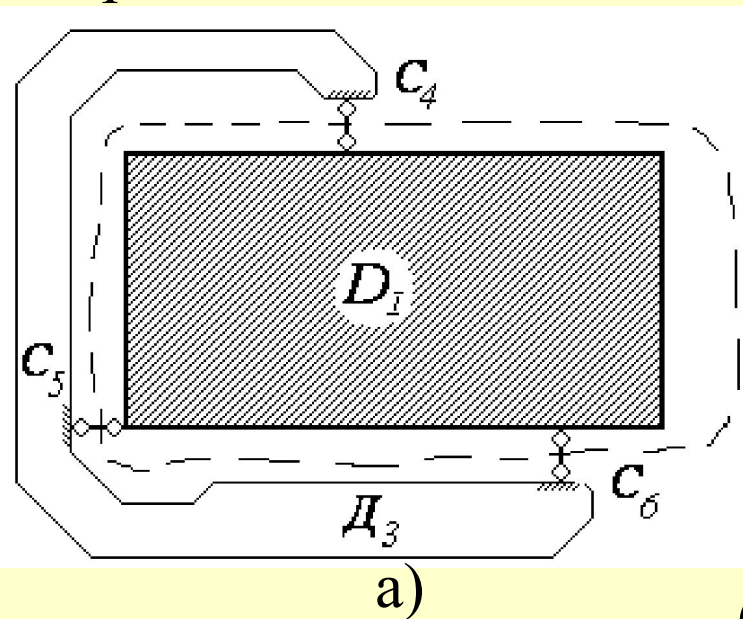
б)

в) **Висновки:** Розрахункова модель статично визначувана і геометрично незмінювана.

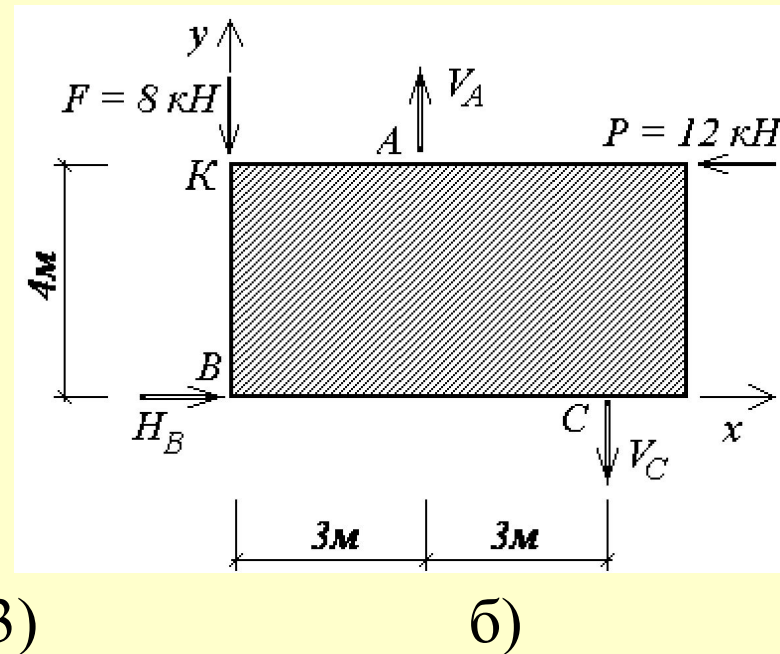
Кінематичний аналіз споруд

2. Визначення сил взаємодії дисків.

З умов рівноваги диску D_1 , поєднаного із диском D_3 на останньому етапі збирання системи (рис. 3), визначаються зусилля в стержнях C_4, C_5, C_6 .



(рис. 3)



Кінематичний аналіз споруд

$$\sum_{i=1}^3 M_C(\vec{F}_i) = 0: \quad 4P + 6F - 3V_A = 0; \quad V_A = \frac{4P + 6F}{3} = \frac{4 \cdot 12 + 6 \cdot 8}{3} = 32 \text{ кН};$$

$$\sum_{i=1}^3 F_{xi} = 0: \quad -P + H_B = 0; \quad H_B = P = 12 \text{ кН};$$

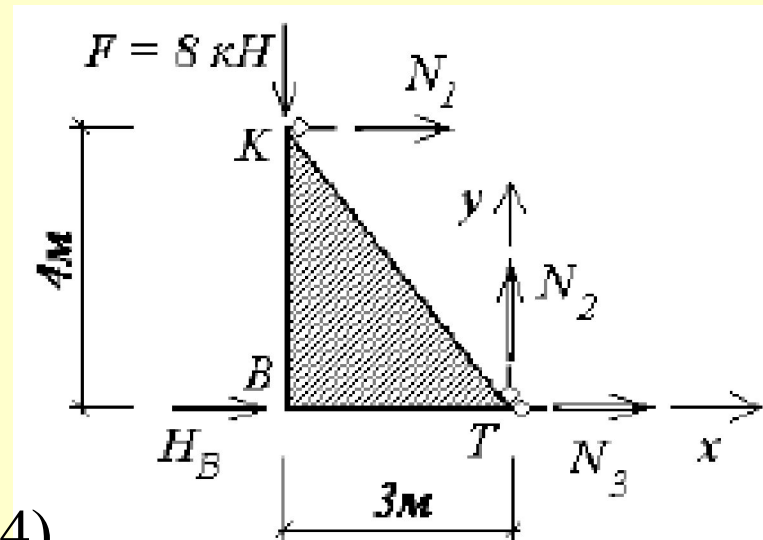
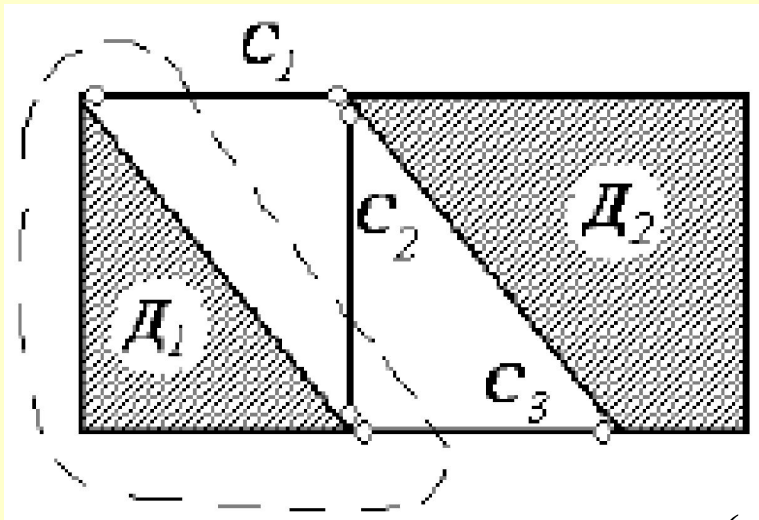
$$\sum_{i=1}^3 F_{yi} = 0: \quad -F - V_C + V_A = 0; \quad V_C = V_A - F = 32 - 8 = 24 \text{ кН}.$$

Перевірка рівноваги у в'язях:

$$\sum_{i=1}^3 M_K(\vec{F}_i) = 3V_A + 4H_B - 6V_C = 3 \cdot 32 + 4 \cdot 12 - 6 \cdot 24 = 144 - 144 = 0.$$

Кінематичний аналіз споруд

Визначення реакцій у в'язях, використаних на першому етапі збирання конструкції:



(рис. 4)

$$\sum_{i=1}^2 M_T(\vec{F}_i) = 0: \quad 3 \cdot F - 4 \cdot N_1 = 0; \quad N_1 = \frac{3 \cdot F}{4} = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6 \text{ кН}.$$

$$\sum_{i=1}^3 F_{xi} = 0: \quad N_1 + N_3 + H_B = 0; \quad N_3 = -H_B - N_1 = -12 - 6 = -18 \text{ кН}.$$

$$\sum_{i=1}^2 F_{yi} = 0: \quad -F + N_2 = 0; \quad N_2 = F = 8 \text{ кН}.$$

Кінематичний аналіз споруд

Перевірка рівноваги у в'язях:

$$\sum_{i=1}^2 M_B(\vec{F}_i) = 3N_2 - 4N_1 = 3 \cdot 8 - 4 \cdot 6 = 24 - 24 = 0.$$

Відповідь: $V_A = 32 \text{ кН}$, $H_B = 12 \text{ кН}$, $V_C = 24 \text{ кН}$,

$$N_1 = 6 \text{ кН} , N_2 = 8 \text{ кН} , N_3 = -18 \text{ кН} .$$

Кінематичний аналіз споруд

Дано: розрахункова модель (рис. 5).

Необхідно: провести кінематичний аналіз та визначити сили взаємодії дисків.

Розв'язування:

1. Кінематичний аналіз системи.

а) Кількісний аналіз. Система має: дисків – 3, вузлів – 0, припайок – 0, простих шарнірів – 1, кінематичних в'язей (стержнів) – 4 (рис.6).

За формулою Чебишова (2):

$$\begin{aligned} G &= 3 \cdot D + 2B - 3П - 2Ш - C - 3 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot \\ &\cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 4 - 3 = 9 - 9 = 0, \end{aligned}$$

система статично визначувана і може бути геометрично незмінюваною.

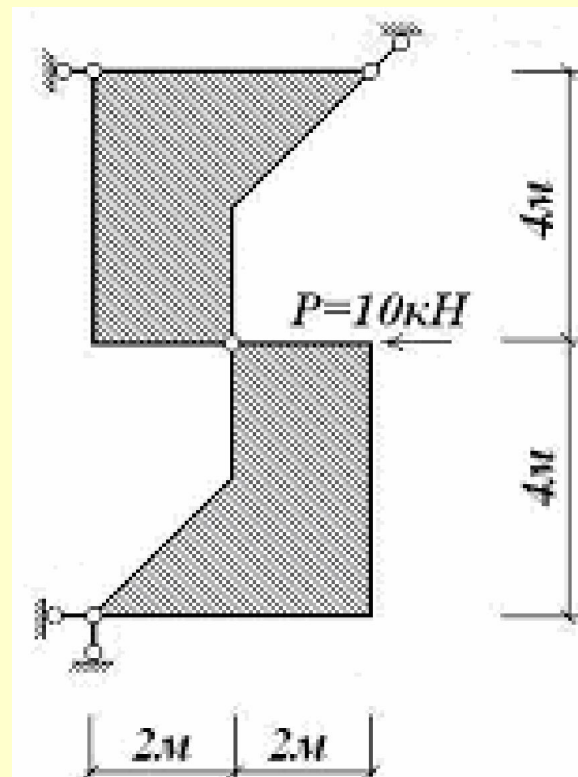


рис. 5

Кінематичний аналіз споруд

б) Якісний аналіз.

Розрахункова схема будується в один етап: диски D_1 , D_2 та D_3 методом шарнірного трикутника за допомогою шарніра $Ш_{1-2}$ та двох фіктивних шарнірів, утворених парами стержнів C_1 , C_2 та C_3 , C_4 . Однак утворена система не може бути диском, т.я. три шарніри лежать на одній прямій – отже система миттєво визначувана (рис.6):

$$\frac{D_1 + D_2 + D_3}{Ш_{1-2}, \underset{\text{шарнір}}{\underset{\text{шарнір}}{C_1 \times C_2}}, \underset{\text{шарнір}}{\underset{\text{шарнір}}{C_3 \times C_4}}} \not\Rightarrow D$$

$$Ш_{1-2}^{\Phi} \quad Ш_{3-4}^{\Phi}$$

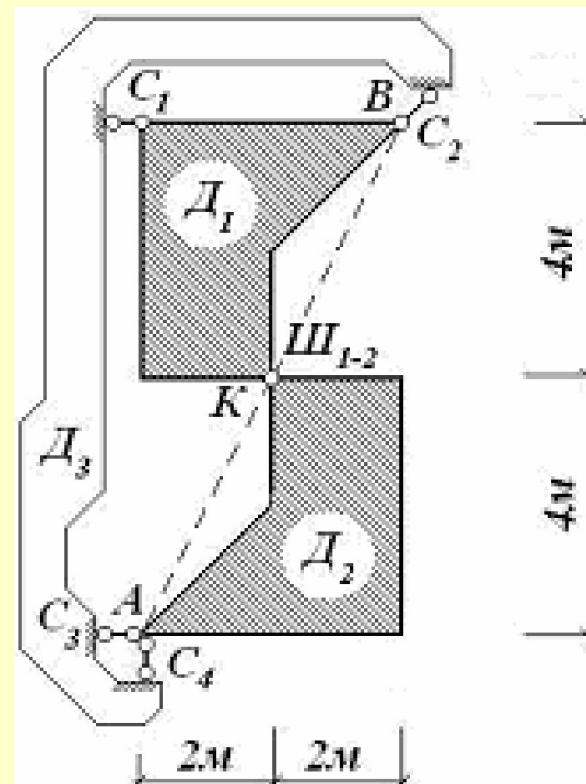
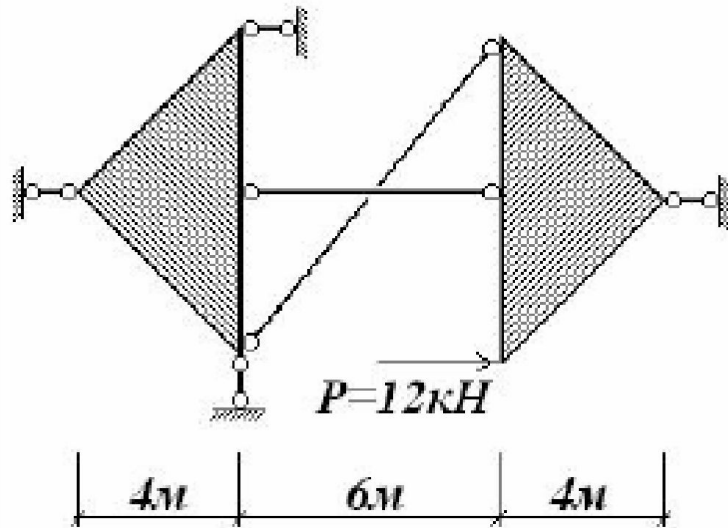


рис. 6

в) **Висновок.** Розрахункова модель є миттєво змінюваною.

Завдання: провести кінематичний аналіз

Варіант 1



Варіант 2

