

Тема 3. Методика вивчення рівнянь і нерівностей в основній школі. Методика вивчення систем рівнянь і нерівностей.

РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ.

Лінія рівнянь і нерівностей – одна з основних змістовних ліній в ШКМ. Це пояснюється тим, що рівняння і нерівності широко використовуються в різних розділах математики, в розв'язуванні важливих прикладних задач. Рівняння – провідне поняття алгебри.

Основні області виникнення і функціонування понять рівняння і нерівність:



рівняння як засіб розв'язування текстових задач;



рівняння як особливого роду формула, яка є в алгебрі об'єктом вивчення;



рівняння як формула, в якій побічно визначається числа або координати точок площини (простору), а для нерівності множини точок площини (простору), які є їх розв'язком.

Підходи до трактування змісту поняття рівняння:

функціональний підхід

визначення рівняння за допомогою поняття словесної форми: рівність, що містить невідоме число, називається рівнянням.

У програмі з математики передбачається систематичне вивчення рівнянь, нерівностей і їх систем. Вивчення відомостей про них в основній школі проводиться на індуктивному рівні з використанням елементів дедукції. Загальні поняття і їх властивості вводяться індуктивно, а розгляд окремих видів здійснюється з використанням елементів дедуктивних міркувань.

Зміст

7 клас – Розділ I. Рівняння – загальні відомості про рівняння, рівносильні рівняння. Лінійні рівняння. У розділі IV – рівняння з двома змінними.

8 клас – Дробові рівняння в темі «Раціональні вирази». Розділ VII – квадратні рівняння. Теорема Вієта.

9 клас – Нерівності (розділ IX).

Основні етапи вивчення рівнянь і нерівностей:

I. Незалежне вивчення основних типів рівнянь і нерівностей.

Основних типів обмежена кількість – лінійні рівняння і нерівності з однією змінною, лінійні рівняння з двома змінними, квадратні рівняння і нерівності. Ці класи вивчаються з великою ретельністю, для них вказуються і доводяться до автоматизму виконання алгоритмів розв’язання, вказується форма запису відповідей.

II. Поступове розширення кількості вивчених класів рівнянь і нерівностей.

Кожний з основних класів має чітку стандартну форму запису. Наприклад, – квадратне, а рівняння не є квадратним, хоч і рівносильне першому. Ці «другорядні» класи рівнянь і нерівностей вивчаються відразу після вивчення основних, причому в тісній взаємодії з ними. І першим кроком на II етапі є зведення рівняння до стандартного вигляду. Класифікація «другорядних» класів об’ємніше, ніж основних: рівняння I ступеня; біквадратні рівняння; рівняння, що зводяться до квадратних; цілі раціональні рівняння; дробові раціональні рівняння і нерівності.

III. Формування прийомів розв’язування і аналізу рівнянь і нерівностей, що мають широку область застосування.

Узагальнені засоби, прийоми можна розділити на 3 групи:

логічні методи обґрунтування розв'язань (використовуючи ці методи, наприклад, рівносильні перетворення або логічні слідування(*следовання*), переходять від початкових рівнянь і нерівностей до нових до тих пір, поки не отримаємо стандартне завдання, що відноситься до основного класу);

обчислювальні прийоми, за допомогою яких проводяться спрощення частин рівнянь, перевірка знайдених розв'язків, різні проміжні підрахунки і т.д.;

наочно-графічні прийоми (за основу використовують координатну пряму або координатну площину; використання координатної прямої дозволяє розв'язувати лінійні рівняння і нерівності з модулями, лінійні нерівності і системи нерівностей).

У початкових класах (1-4 клас) розглядаються лінійні рівняння вигляду $5+x=7$; $x-4=9+6$ і т.д. Невідоме число спочатку знаходять підбором, а потім на підставі правил знаходження невідомих компонентів. Термін «**рівняння**» вводиться в 3 класі. При вивченні всіх тем курсу в 5 класі застосовують ті ж прийоми і методи, але заздалегідь проводиться спрощення виразів.

Тільки у останній темі курсу 6 класі вивчається пункт «Основні властивості рівнянь», в якому обґрунтовується загальний метод розв'язання рівнянь – перенесення доданків з однієї частини рівняння в іншу. Після розв'язування двох задач, що підводять до вивчення теми, робляться два важливі висновки:

1) якщо до обох частин рівняння додати або відняти одне і те ж число або вираз, що містить невідому, то отримаємо вірне рівняння;

2) доданки можна переносити з однієї частини рівняння в іншу, міняючи при цьому їх знаки на протилежні.

А після розв'язання декількох рівнянь робиться третій висновок – про множення і ділення обох частин рівняння.

Терміни «**рівняння**», «**корінь рівняння**» і їх визначення вводяться в 5 класі в темі «Рівняння».

► У 7 класі у розділі «Рівняння» систематизовано відомості про рівняння, посилюється роль теоретичних відомостей при розгляді рівнянь, вивчаються лінійні рівняння. Загальний метод розв'язання лінійних рівнянь з одним невідомим корисно представити у вигляді схеми.

В курсі алгебри 8 класу вивчаються квадратні рівняння абстрактно-дедуктивним методом. Вчитель відразу дає визначення квадратного рівняння і неповних квадратних рівнянь, наводить приклади і способи розв'язання кожного виду неповних квадратних рівнянь (доцільно у вигляді схеми). Для виведення формули кореня квадратного рівняння необхідно ознайомити учнів із способом виділення квадрата двочлена.

Необхідним етапом при виведенні формули кореня служить дослідження, що виявляє 3 можливі випадки:

- $D < 0$ – відсутність кореня;
- $D = 0$ – 1 корінь $x = b/a$;
- $D > 0$ – 2 корені $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D})/2a$.

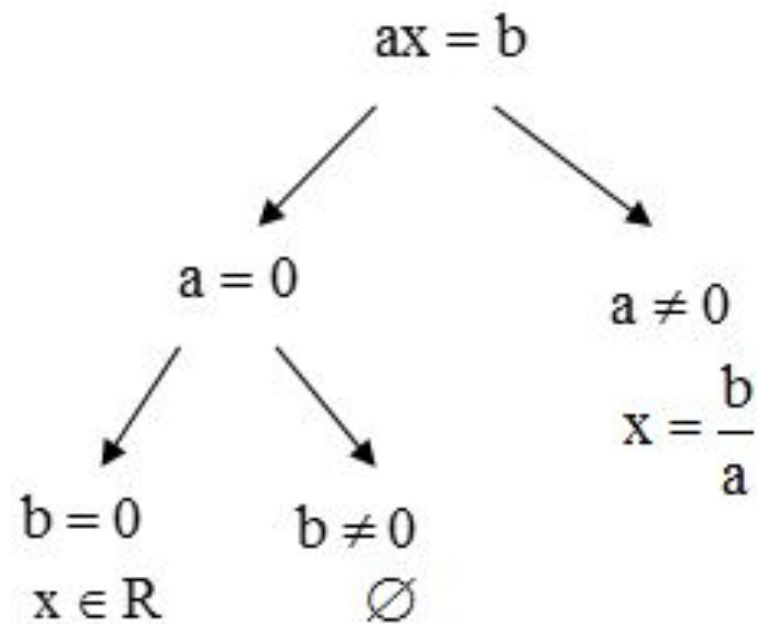
Алгоритм:

1) обчислити D ;

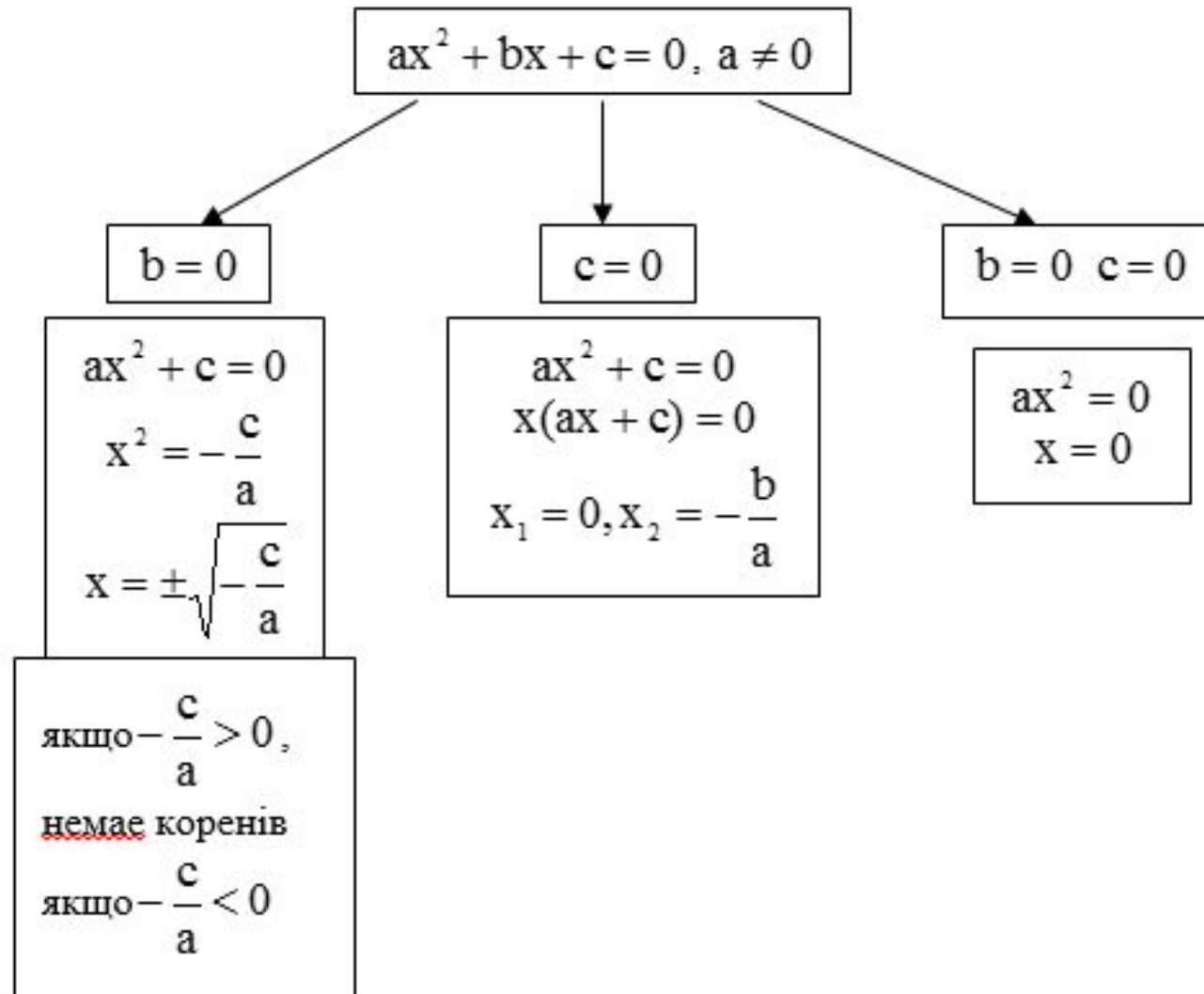
2) порівняти з нулем;

3) застосувати формулу.

Загальний метод розв'язання лінійних рівнянь з одним невідомим



Способи розв'язання кожного виду неповних квадратних рівнянь



Вивчення нерівностей в ШКМ організовано так як і рівнянь, але з рядом особливостей:

Навички розв'язання нерівностей за виключенням квадратичних формуються на більш низькому рівні чим рівняння відповідних класів, тому що теорія нерівностей складніша за теорію рівнянь;

Більшість прикладів розв'язання нерівностей складається в переході від нерівності до рівняння і навпаки.

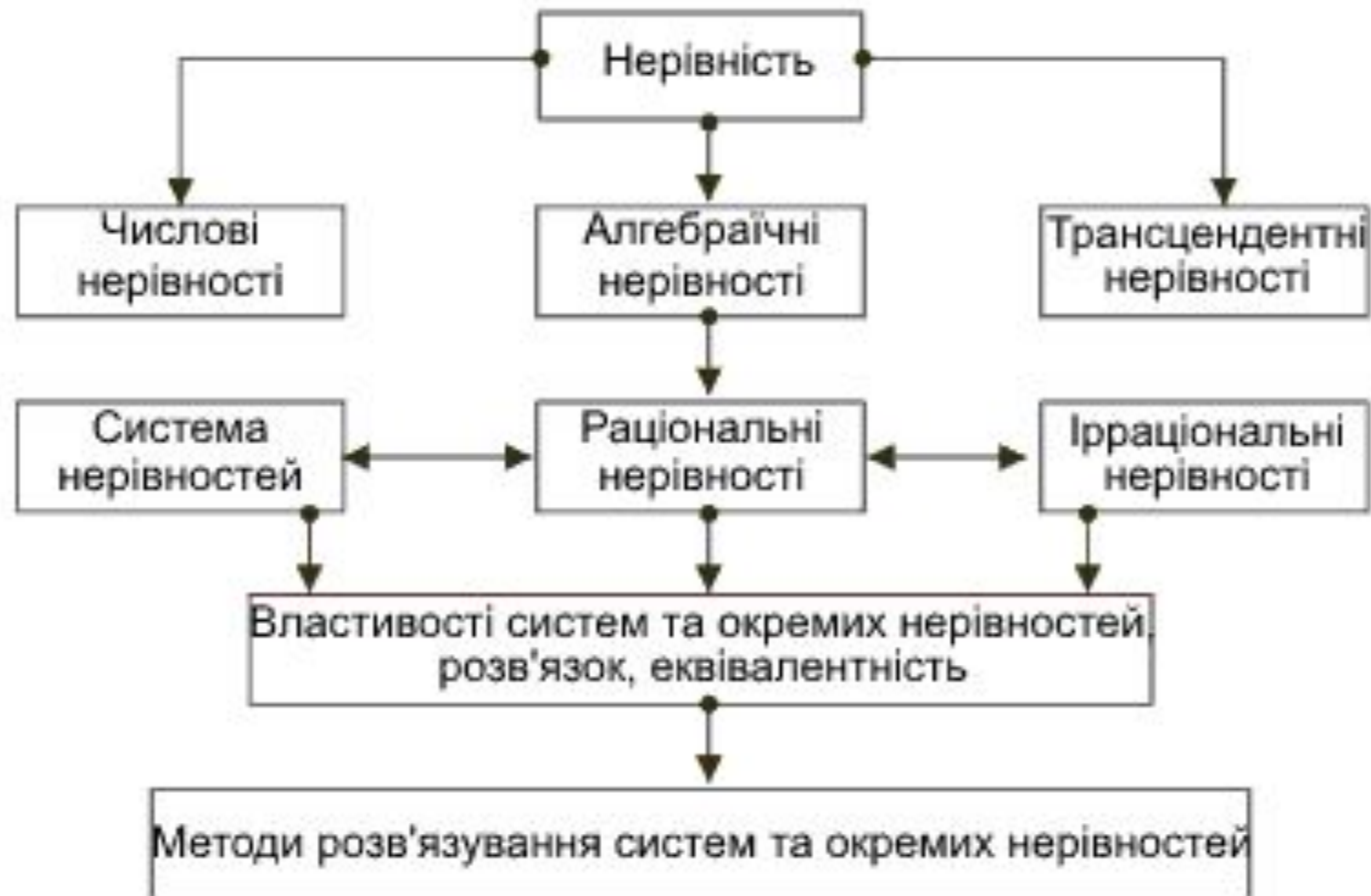
У вивченні нерівностей велику роль відіграє наглядно-графічні засоби. Відповідь часто знаходиться прямо з малюнку.

Вивчаються тільки нерівності основних класів.

Алгебраїчні рівняння та системи рівнянь. Зв'язок понять.



Алгебраїчні нерівності. Зв'язок понять.



Методика вивчення систем рівнянь і нерівностей в основній школі

До поняття системи лінійних рівнянь з двома невідомими учнів підводять в 7 класі після розгляду лінійного рівняння з двома невідомими і його графіка. Почати найкраще з розв'язування текстової задачі, з якої одержуються такі два рівняння. Щоб відповісти на питання задачі, доведеться відшукати такі два значення невідомих, які перетворюють на правильну числову рівність кожне з одержаних рівнянь. Означення системи не вводять, але пояснюють на розглянутому прикладі, що в таких випадках кажуть: одержані під час розв'язування задачі рівняння утворюють систему рівнянь. Вводиться форма запису системи (фігурні дужки) і формулюється означення розв'язання системи двох рівнянь з двома невідомими.

Насамперед вводиться **графічний спосіб** розв'язування системи, щоб дати геометричне тлумачення розв'язків кожного з рівнянь і системи рівнянь як координат точки перетину обох графіків. З'ясовується можлива *кількість розв'язків системи* двох лінійних рівнянь з двома невідомими залежно від розташування графіків. На наступних уроках в 7 класі розглядають два алгебраїчні способи розв'язування таких систем: ***спосіб підстановки*** і ***спосіб додавання***.

У 9 класі учні повертаються до вивчення систем рівнянь. Тут уже розглядаються системи, в яких одне або обидва рівняння - другого степеня. Починають розв'язування таких систем теж з графічного способу, а потім розглядають спосіб підстановки. На заняттях математичного гуртка і в класах з поглибленим вивченням математики доцільно ознайомити учнів з іншими алгебраїчними способами розв'язування систем рівнянь окремих видів. Розглянемо деякі з таких способів.

Спосіб, що спирається на використання теореми Вієта. Цим способом зручно розв'язувати системи вигляду

$$\begin{cases} x \pm y = a, \\ xy = b. \end{cases}$$

Спосіб введення допоміжних невідомих. Розв'язування систем цим способом полягає в тому, що певного вигляду вирази із невідомими позначають новими буквами. Внаслідок такої заміни рівняння даної системи спрощуються і спрощується спосіб розв'язування нової системи. Обчисливши нові невідомі, знаходять розв'язки даної системи.

Введенням допоміжної змінної розв'язуються системи рівнянь другого степеня з двома невідомими, якщо одне або обидва рівняння однорідні.

Однорідним називається рівняння вигляду $F(x, y, \dots) = 0$

$F(x, y, \dots)$ однорідний многочлен, тобто такий, у якого всі члени - того самого степеня стосовно невідомих.

Дякую за увагу!