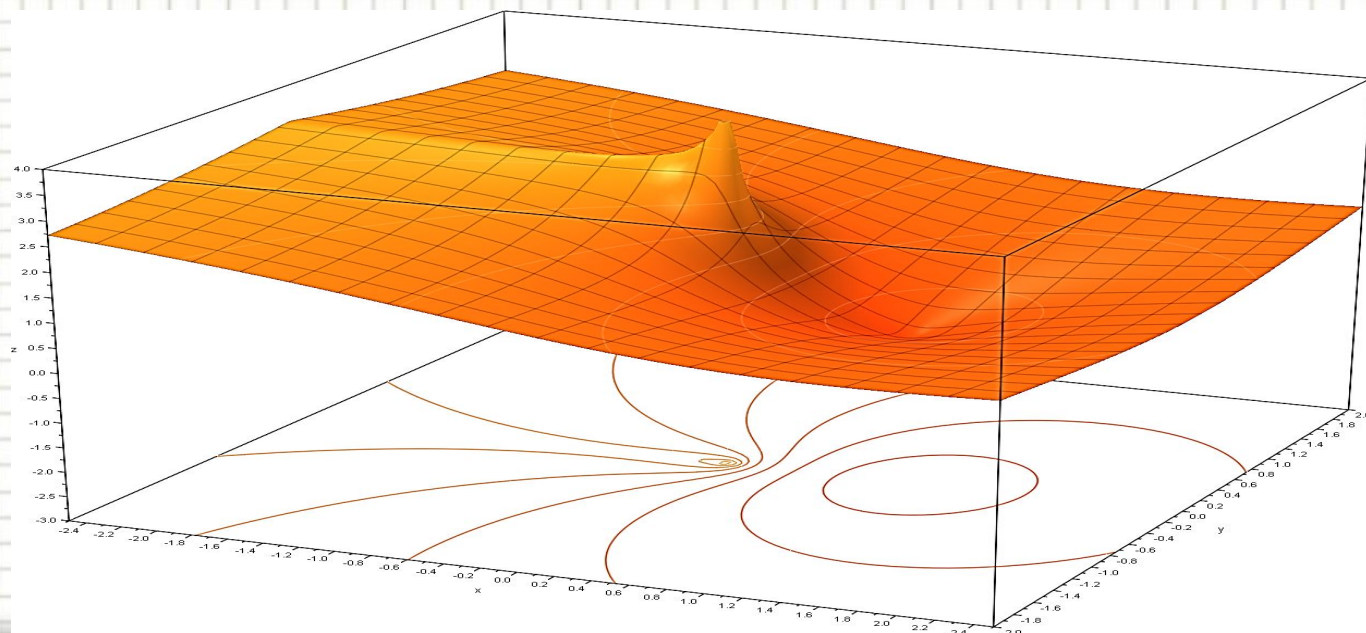
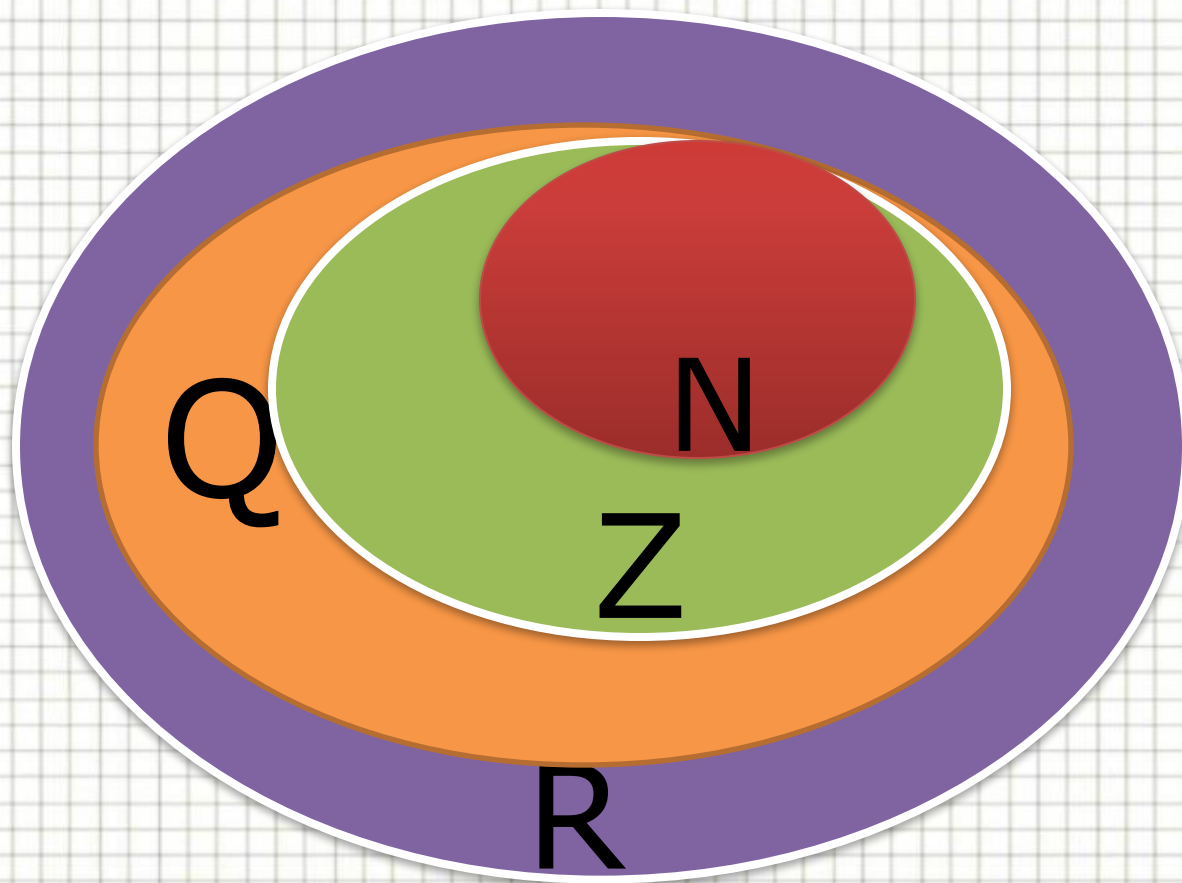


Комплексные числа



Числовые множества



i – мнимая единица

$$\sqrt{-1} = i$$

$$i^2 = -1$$



Пример

$$1. \sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = 2i$$

2.

$$x^2 = -25$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5i$$

3.

$$x^2 - 10x + 34 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 - 136 = -36$$

$$x_1 = \frac{10 + \sqrt{-36}}{2} = \frac{10 + 6i}{2} = 5 + 3i$$

$$x_2 = 5 - 3i$$



$$z = a + bi$$

действительная
часть

мнимая
часть

a, b – любые действительные числа

Если $a = 0$, то число $i b$ называется чисто мнимым.

Если $b = 0$, то получается действительное число a .



Пример



Действия с комплексными числами

- Сложение
- Вычитание
- Умножение
- Деление
- Возведение в степень
- Извлечение корня



Сложение комплексных чисел

Общая формула:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1i) + (a_2 + b_2i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

Пример 1. $z_1 = 4 - 6i, \quad z_2 = -5 + 7i$



Сложение комплексных чисел

Пример 2. $z_1 = 5 + 4i$, $z_2 = -7 - 9i$

$$z_1 + z_2 = (5 + 4i) + (-7 - 9i) = 5 + 4i - 7 - 9i = -2 - 5i$$

Пример 3. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -1 + 5i$

Ответ: $1 + 8i$



Вычитание комплексных чисел

Общая формула:

$$z_1 - z_2 = (a_1 + b_1i) - (a_2 + b_2i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

Пример 1. $z_1 = 4 - 6i, \quad z_2 = -5 + 7i$



ВЫЧИТАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Пример 2. $z_1 = 5 + 4i$, $z_2 = -7 - 9i$

$$z_1 + z_2 = (5 + 4i) - (-7 - 9i) = 5 + 4i + 7 + 9i = 12 + 13i$$

Пример 3. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -1 + 5i$

Ответ: $3 - 2i$



Произведение комплексных чисел

Произведением комплексных чисел является комплексное число:

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) =$$

$$= ac + bci + adi + bdi^2 =$$

$$= (ac - bd) + (bc + ad)i$$



Произведение комплексных чисел

Пример 1. $z_1 = 4 - 6i$, $z_2 = -5 + 7i$



Произведение комплексных чисел

Пример 2 $z_1 = 5 + 4i, \quad z_2 = -7 - 9i$

Решение

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (5 + 4i)(-7 - 9i) = -35 - 45i - 28i - 36i^2 = \\ &= -35 - 45i - 28i + 36 = 1 - 73i \end{aligned}$$

Пример 3. $z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = -1 + 5i$

Ответ: $-17 + 7i$



Сопряженные числа

Если у комплексного числа сохранить действительную часть и поменять знак у мнимой части, то получится комплексное число, сопряженное данному, которое обозначается

$$z = a + bi \text{ комплексное число;}$$

$$\bar{z} = a - bi \text{ сопряженное число.}$$



Деление комплексных чисел

Для того, чтобы разделить два комплексных числа, нужно делимое и делитель умножить на число, сопряженное делителю, т.е.

$$\begin{aligned}\frac{a + bi}{c + di} &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \\ &= \frac{ac + bci - adi - bdi^2}{c^2 - (di)^2} = \\ &= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}\end{aligned}$$



Деление комплексных чисел

Пример 1. $z_1 = 4 - 6i$, $z_2 = -5 + 7i$



Деление комплексных чисел

Пример 2

$$\begin{aligned}\frac{5+4i}{-7-9i} &= \frac{(5+4i)(-7+9i)}{(-7-9i)(-7+9i)} = \frac{-35+45i-28i+36i^2}{(-7)^2-(9i)^2} = \\ &= \frac{-35+45i-28i-36}{49+81} = \frac{-71+17i}{130} = -\frac{71}{130} + \frac{17}{130}i\end{aligned}$$

Пример 3. $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -1 + 5i$

Ответ: $0,5-0,5i$

