

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1. Причины электрического тока.
2. Сила тока. Плотность тока.
3. Уравнение непрерывности.
4. Сторонние силы и Э. Д. С.
5. Закон Ома для неоднородного участка цепи.
6. Работа и мощность. Закон Джоуля–Ленца.
7. КПД источника тока.
8. Правила Кирхгофа.

1. Причины электрического тока

- Заряженные объекты являются причиной не только электростатического поля, но еще и электрического тока.
- Для возникновения **электростатического поля** требуются **неподвижные** заряды.
- Для возникновения **электрического тока** требуются **свободные** заряженные частицы, которые в электростатическом поле неподвижных зарядов приходят в состояние **упорядоченного** движения вдоль силовых линий поля.

Электрический ток - упорядоченное движение свободных зарядов вдоль силовых линий поля.

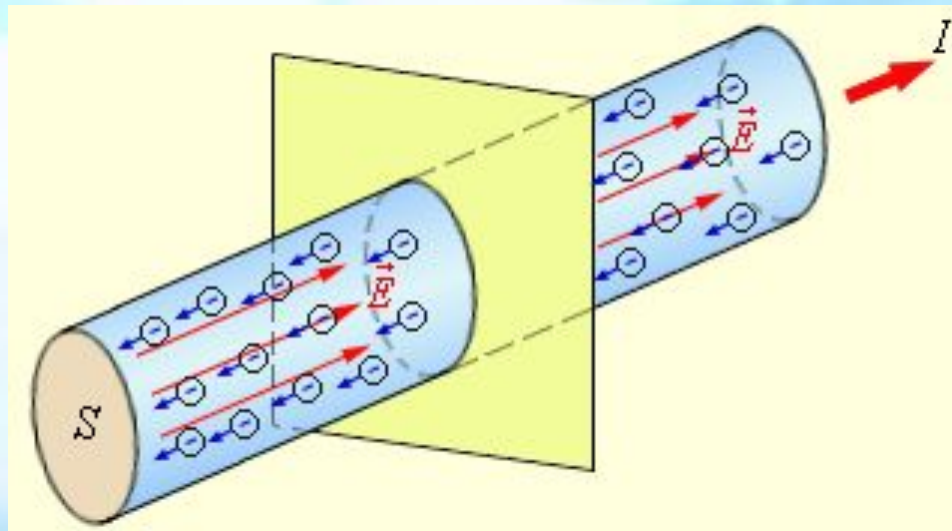
Условия возникновения электрического тока:

- **свободные носители тока** — заряженные частицы
- **электрическое поле**, энергия которого, каким-то образом восполняется

2. Сила тока. Плотность тока

Количественной мерой тока является **сила тока** – физическая величина, равная заряду перенесенному через заданную поверхность S (или через поперечное сечение проводника), в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt}$$



Постоянный ток - ток, не изменяющийся по величине и направлению со временем.

$$I = \frac{q}{t}$$

Отсюда видна размерность силы тока в СИ:

$$1A = \frac{1Кл}{1с}$$

Единица измерения тока 1 А устанавливается по магнитному взаимодействию двух параллельных проводников с током

- Ампер равен силе постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длины 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$

действие тока

- тепловое (нагревание утюга),
- химическое (разложение воды при пропускании через нее тока),
- магнитное (притягивание гвоздя электромагнитом)

Плотность тока $\vec{j}$ – это векторная величина.

- Модуль вектора плотности тока численно равен отношению силы тока к площади элементарной площадки, перпендикулярной направлению движения носителей заряда:

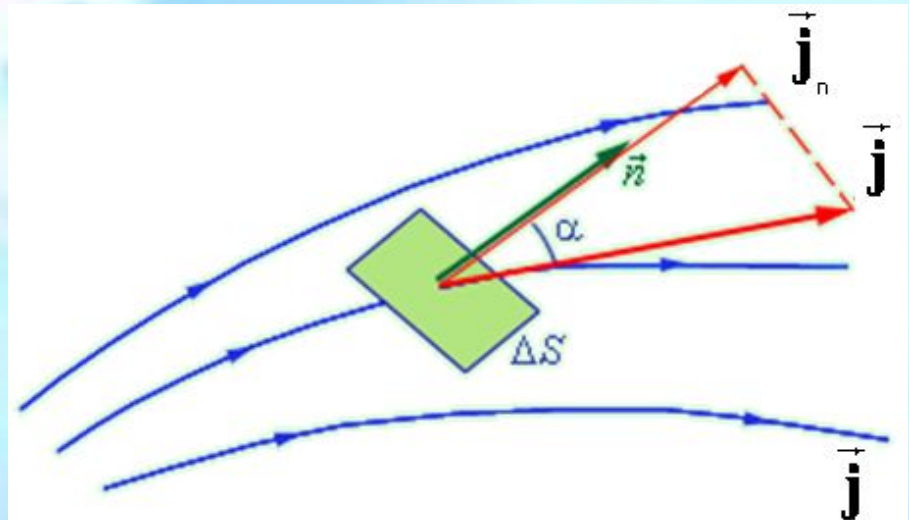
$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S j dS_{\perp} = \int_S j_n dS$$

$$d\vec{S} = \vec{n} dS;$$

$$dS_{\perp} = dS \cos \alpha$$

$$j_n = j \cos \alpha$$

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$



- **Плотность тока $\mathbf{j}$** - характеризует ток **локально**, в каждой **точке** пространства,
- **Сила тока I** – **интегральная** характеристика, привязанная не к точке, а к **области** пространства, в которой протекает ток.
- Плотность тока $\mathbf{j}$ связана с плотностью свободных зарядов ρ и со скоростью их направленного движения $\mathbf{u}$:

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}$$

- Для электронов

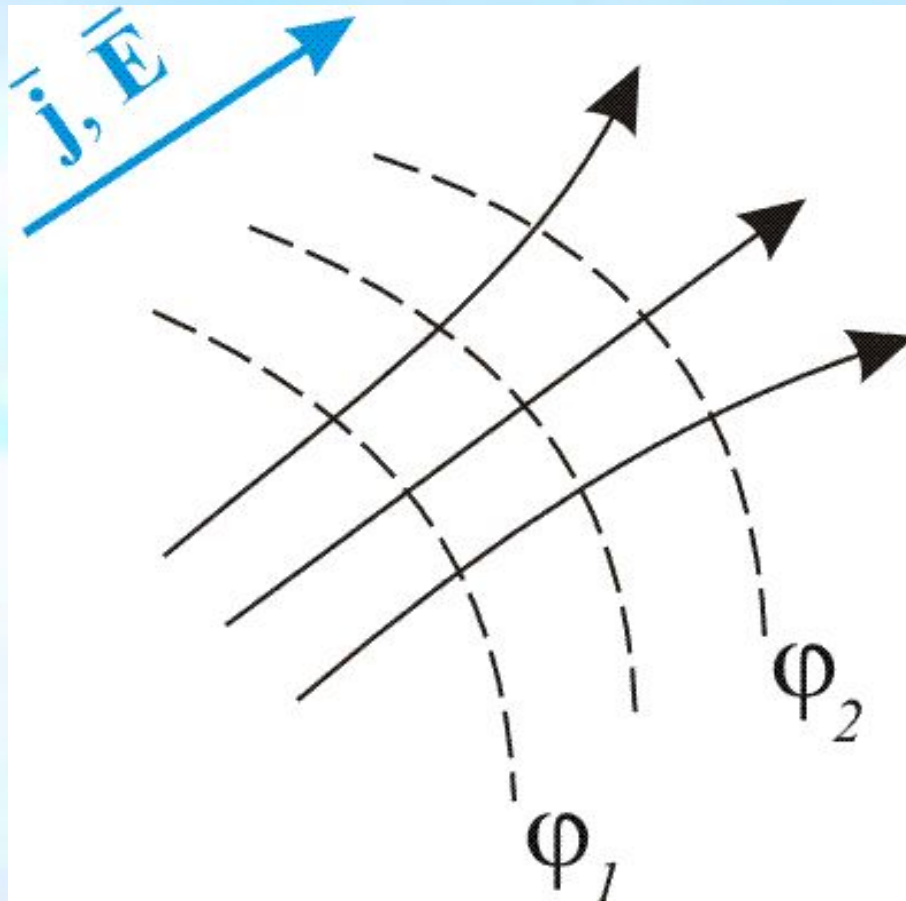
$$\mathbf{j} = e n \mathbf{u}$$

- За направление вектора $\mathbf{j}$ (тока) принимают направление **положительных** носителей зарядов
- Если носителями являются как положительные, так и отрицательные заряды, то плотность тока определяется формулой:

$$\mathbf{j} = q_+ n_+ \mathbf{u}_+ + q_- n_- \mathbf{u}_-$$

где $q_+ n_+$ и $q_- n_-$ – объемные плотности зарядов.

- Поле вектора $\vec{j}$ можно изобразить графически с помощью **линий тока**, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности



3. Уравнение непрерывности

- Пусть в некоторой проводящей среде, где течет ток имеется замкнутая поверхность S .

- Так как

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

то $\frac{dq}{dt} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ заряд, выходящий в единицу времени наружу из объема V , охваченного поверхностью S .

Согласно закону сохранения электрического заряда, суммарный электрический заряд q , охватываемый поверхностью S , изменяется за время dt на величину $dq = -Idt$. Тогда в интегральной форме можно записать:

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dq}{dt}$$

Это соотношение называется **уравнением непрерывности**.

Так как $q = \int_V \rho dV$, то $-\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

- Дифференциальная форма записи уравнения непрерывности.

$$\text{div} \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- Дивергенция вектора $\mathbf{j}$ в некоторой точке равна убыли плотности заряда в единицу времени в той же точке

В случае **постоянного тока**, распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным:

• $\frac{\partial q}{\partial t} = 0$, следовательно,

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$$

- это **уравнение непрерывности** для постоянного тока в интегральной форме.

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

- это уравнение непрерывности для постоянного тока в дифференциальной форме.

• Из уравнений
следует, что

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

или

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

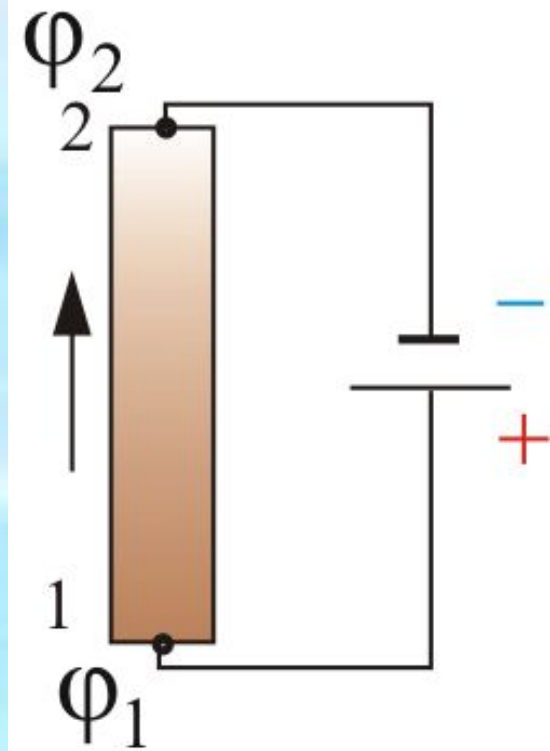
линии $\vec{j}$ в случае постоянного тока нигде не
начинаются и нигде не заканчиваются.

Поле вектора $\vec{j}$ не имеет источника.

4. Сторонние силы и ЭДС

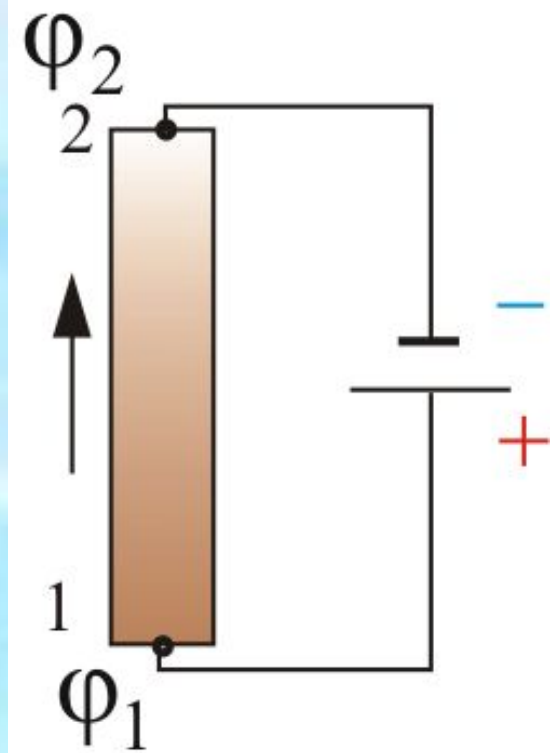
- Для того, чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с **меньшим** потенциалом непрерывно **отводить** электрические заряды, а к другому концу – с **большим** потенциалом – **подводить** электрические заряды.
- Т.е. необходим круговорот зарядов.

• Поэтому в замкнутой цепи, наряду с нормальным движением зарядов, должны быть **участки, на которых движение (положительных) зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электрического поля**



Перемещение заряда на этих участках возможно лишь с помощью сил **неэлектрического происхождения** (сторонних сил): химические процессы, диффузия носителей заряда, вихревые электрические поля.

Аналогия: насос, качающий воду в водонапорную башню



Виды источников тока

- Электрофорная машина
- Гальванический элемент
- Аккумулятор
- Термопара
- Солнечная батарея
- Выпрямитель (адаптер) переменного тока, вырабатываемого генератором на электростанции
- Пьезоэлемент

Сторонние силы можно характеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по замкнутой цепи зарядами

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда в цепи, называется **электродвижущей силой (ЭДС)**, действующей в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A}{q}$$

$$\left[\frac{\ddot{A} \varepsilon}{\hat{E} \ddot{e}} \right] = [\hat{A}]$$

Модель

- Стороннюю силу, действующую на заряд, можно представить в виде:

$$\vec{F}_{\text{ст}} = \vec{E}_{\text{ст}} q,$$

$\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил.

Работа сторонних сил на участке 1 – 2:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l},$$

Тогда ЭДС

$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

Для замкнутой цепи:

$$\varepsilon = \sum \varepsilon_i = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

Циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС, действующей в замкнутой цепи (алгебраической сумме ЭДС).

Поле сторонних сил не является потенциальным

5. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Один из основных законов электродинамики был открыт в 1826 г. немецким учителем физики Георгом Омом.

Закон Ома для участка цепи (не содержащего источника э.д.с.)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

Сила тока в проводнике пропорциональна разности потенциалов на концах проводника:

R — электрическое сопротивление проводника (**Ом**)

1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А

$G=1/R$ - **электрическая проводимость** проводника
(**Сименс**)

1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.



Георг Симон Ом (1787 – 1854) – немецкий физик.

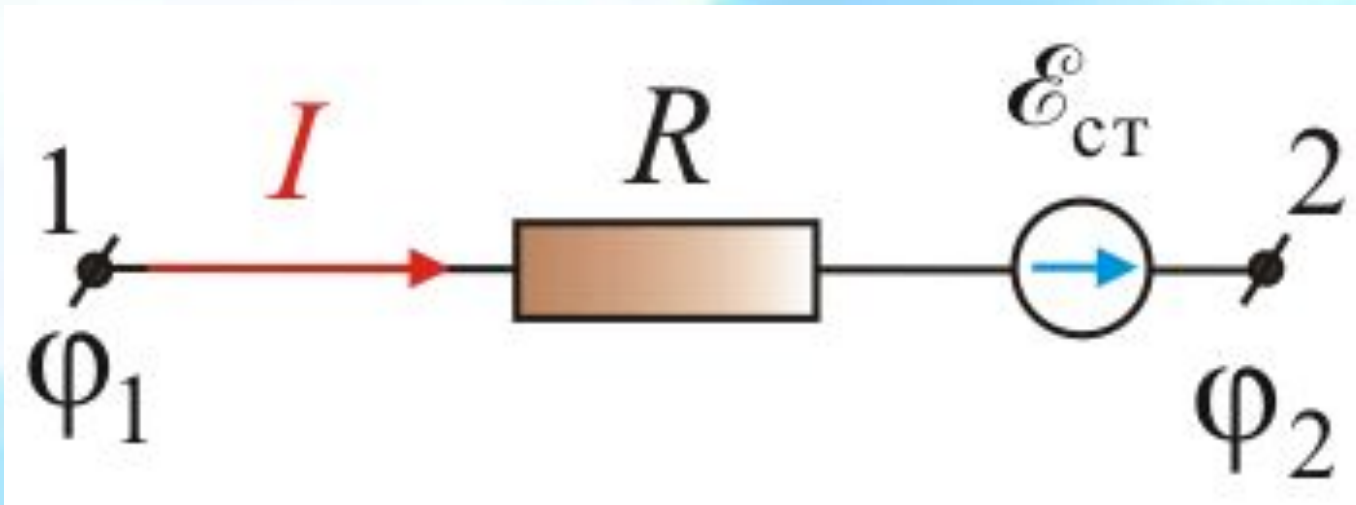
В 1826 г. Ом открыл свой основной закон электрической цепи. Этот закон не сразу нашел признание в науке, а лишь после того, как Э. Х. Ленц, Б. С. Якоби, К. Гаусс, Г. Кирхгоф и другие ученые положили его в основу своих исследований.

- Именем Ома была названа единица электрического сопротивления (Ом).
- Ом вел также исследования в области акустики, оптики и кристаллооптики.

Рассмотрим неоднородный участок цепи, участок, содержащий источник ЭДС

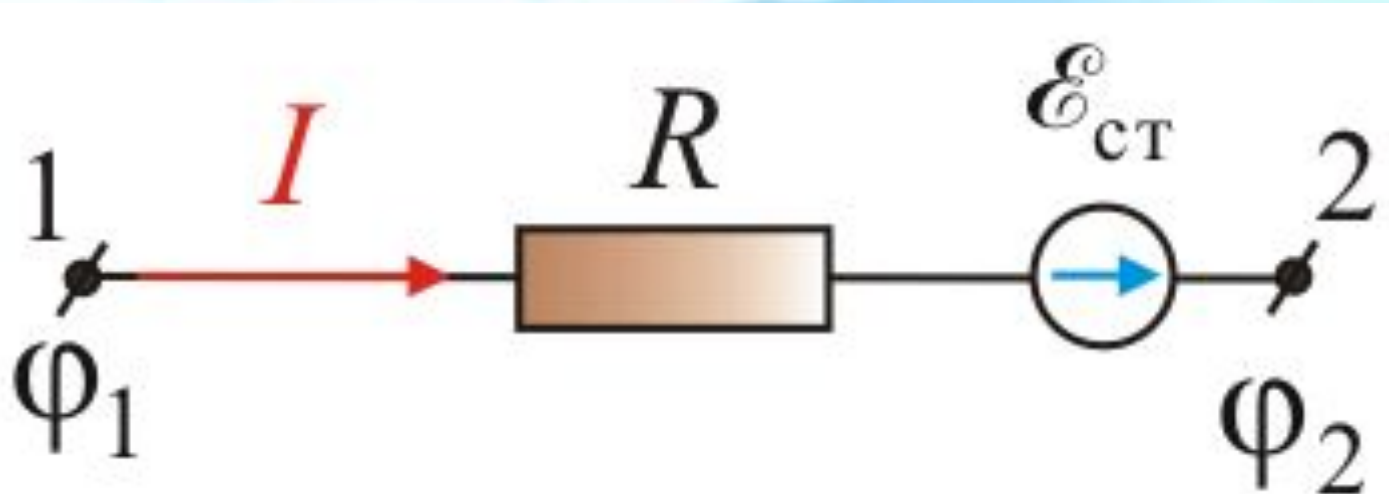
Напряженность поля в любой точке цепи равна векторной сумме поля кулоновских сил и поля сторонних сил:

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{ст}}.$$



- Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1 – 2), называется **напряжением** на этом участке U_{12}

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{Q_0} = \int_1^2 \vec{E}_q \cdot d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l}$$



- Так как $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_q \cdot d\vec{l}$ и $\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l}$, то

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

- Если $\varepsilon_{12} = 0 \rightarrow U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$

- **Обобщенный закон Ома для участка цепи содержащей источник ЭДС:**

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

- где $U_{12} = IR_{12}$
- Обобщенный закон Ома выражает закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока

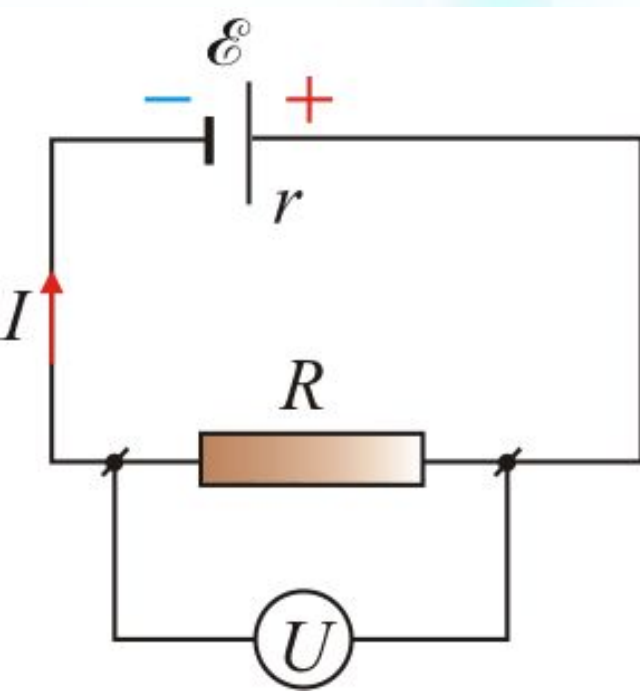
$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}}.$$

- В электротехнике часто используют термин **падение напряжения** – изменение напряжения вследствие переноса заряда через сопротивление

$$U = IR.$$

- Если $\mathcal{E}_{12} = 0 \rightarrow I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}} = \frac{U_{12}}{R_{12}}$
- закон Ома для участка цепи

- В замкнутой цепи: $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда $I = \frac{\varepsilon}{R_{\Sigma}}$,
- где $R_{\Sigma} = R + r$
- r – внутреннее сопротивление активного участка цепи



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

- закон Ома для замкнутой цепи

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен

Для однородного линейного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ρ — удельное сопротивление (Ом•м).

- Из закона Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{El}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{ES}{\rho}$$

- Так как

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E$$

- Отсюда

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- закона Ома в дифференциальной форме.

$\sigma = 1/\rho$ – удельная электропроводность (См/м).

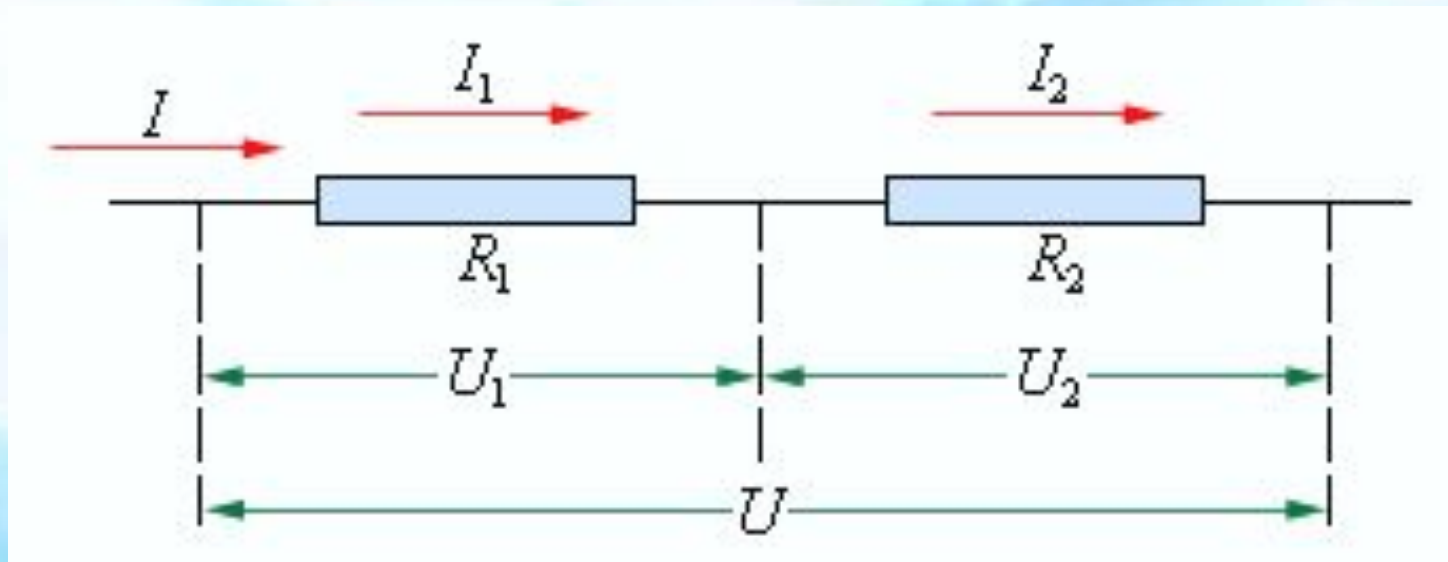
Последовательное соединение проводников

$$I_1 = I_2 = I$$

$$U = U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) = IR,$$

$$R = R_1 + R_2$$

При последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников

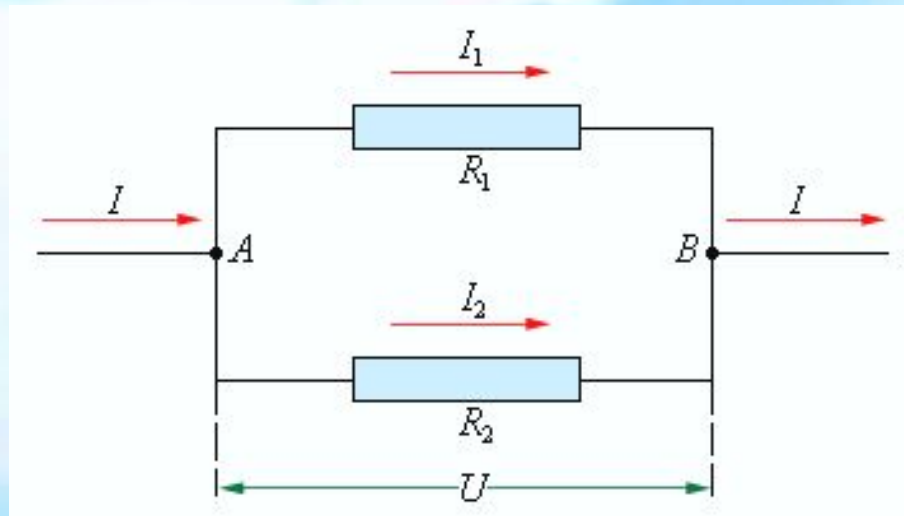


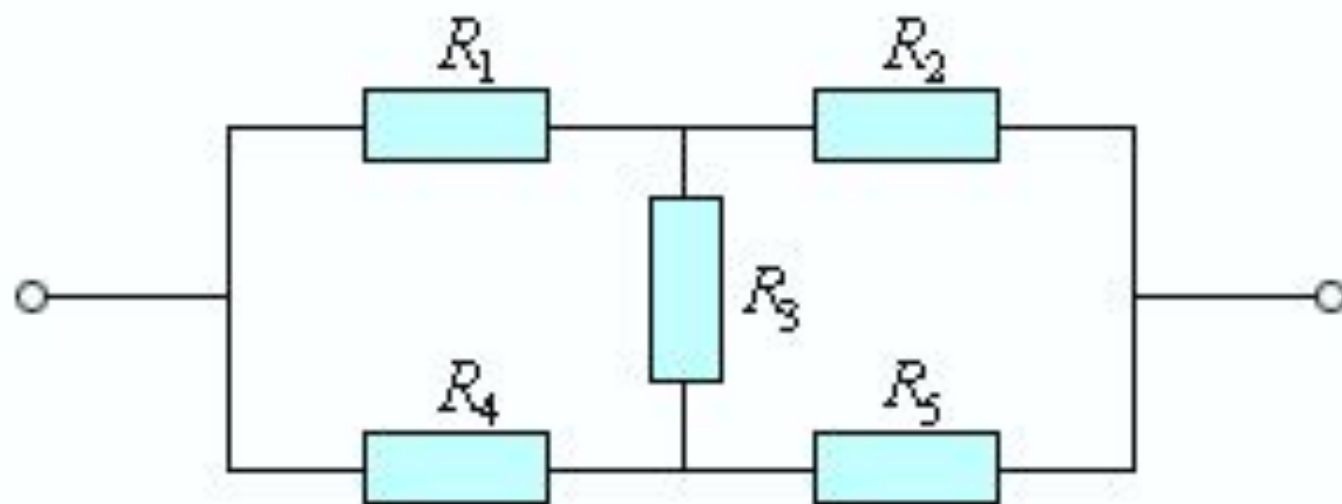
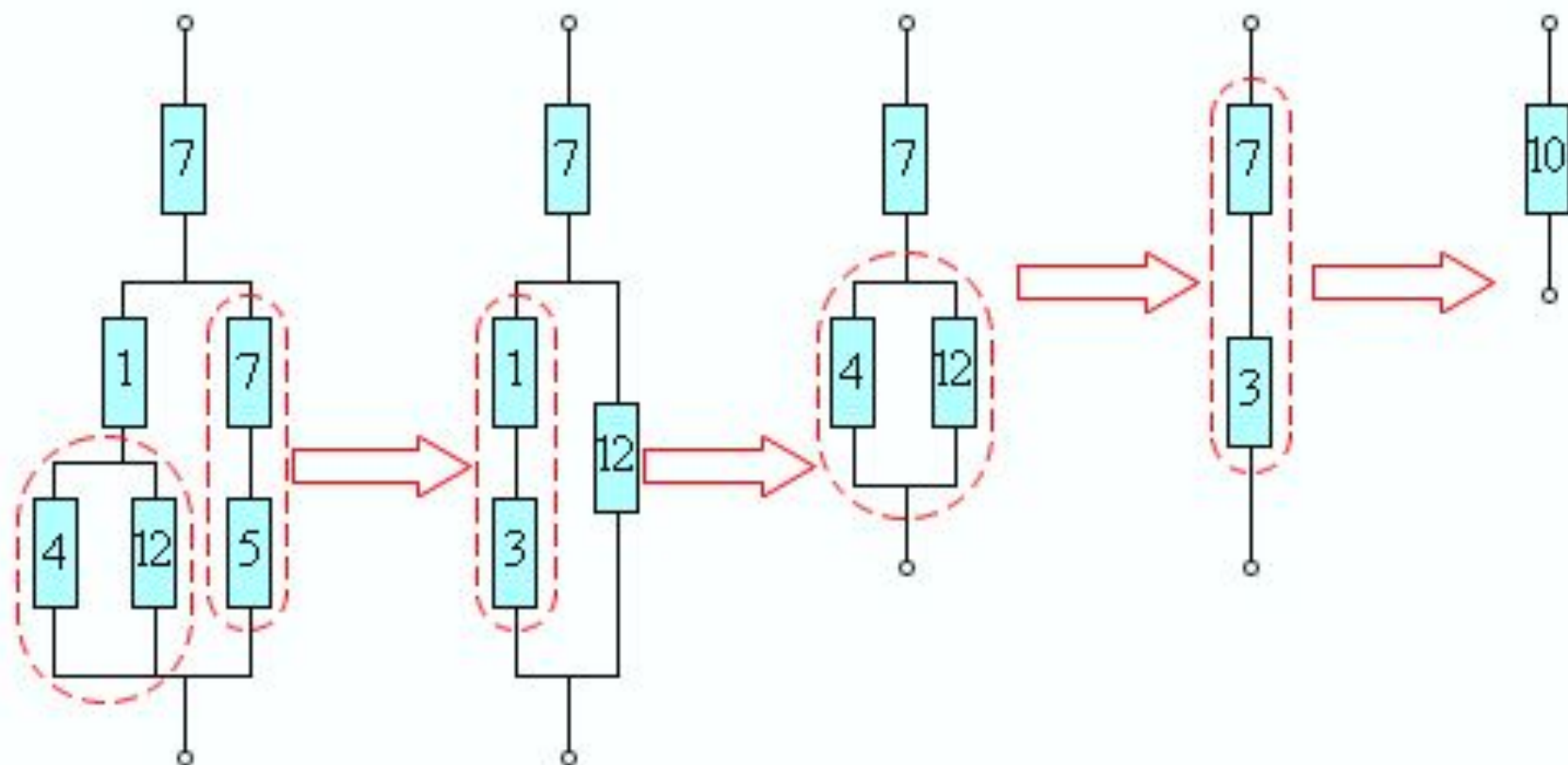
Параллельное соединение проводников

$$U_1 = U_2 = U \qquad I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.





6. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

- Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд

$$dq = Idt.$$

- При этом силы электрического поля, действующего на данном участке, совершают работу:

$$dA = Udq = UI dt.$$

- Общая работа:

$$A = IUt \quad A = RI^2t.$$

- Мощность тока равна:

$$N = \frac{dA}{dt} = IU.$$

$$N = I^2 R$$

Закон теплового действия электрического тока.

- 1841 г. манчестерский пивовар Джеймс Джоуль
- 1843 г. петербургский академик Эмилий Ленц



Джоуль Джеймс Пресскотт (1818 – 1889) – английский физик, один из первооткрывателей закона сохранения энергии.

Работы посвящены электромагнетизму, кинетической теории газов.



- **Ленц Эмилий Христианович** (1804 – 1865) – русский физик. Основные работы в области электромагнетизма. В 1833 г. установил правило определения электродвижущей силы индукции (закон Ленца), а в 1842 г. (независимо от Дж. Джоуля) – закон теплового действия электрического тока (закон Джоуля-Ленца).

- При протекании тока, в проводнике выделяется количество теплоты:

$$Q = I^2 R t.$$

- Если ток изменяется со временем:

$$Q = \int_1^2 I^2 R dt$$

- закон Джоуля – Ленца в интегральной форме.

Нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над зарядом.

Модель

- Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме характеризует плотность выделенной энергии (тепловыделение) в произвольной точке.
- Тепловая мощность тока в элементе проводника Δl , сечением ΔS , объемом $\Delta V = \Delta l \cdot \Delta S$ равна:

$$\Delta N = I^2 R = I \Delta \phi = j \Delta S E \Delta l = j \vec{E} \vec{J} \Delta V$$

Удельная мощность тока

$$\omega = \frac{\Delta N}{\Delta V} = j \vec{E} \vec{J}$$

$$\omega = j \vec{E} \vec{J}$$

- Так как $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ и $j = \frac{1}{\rho} E$, то

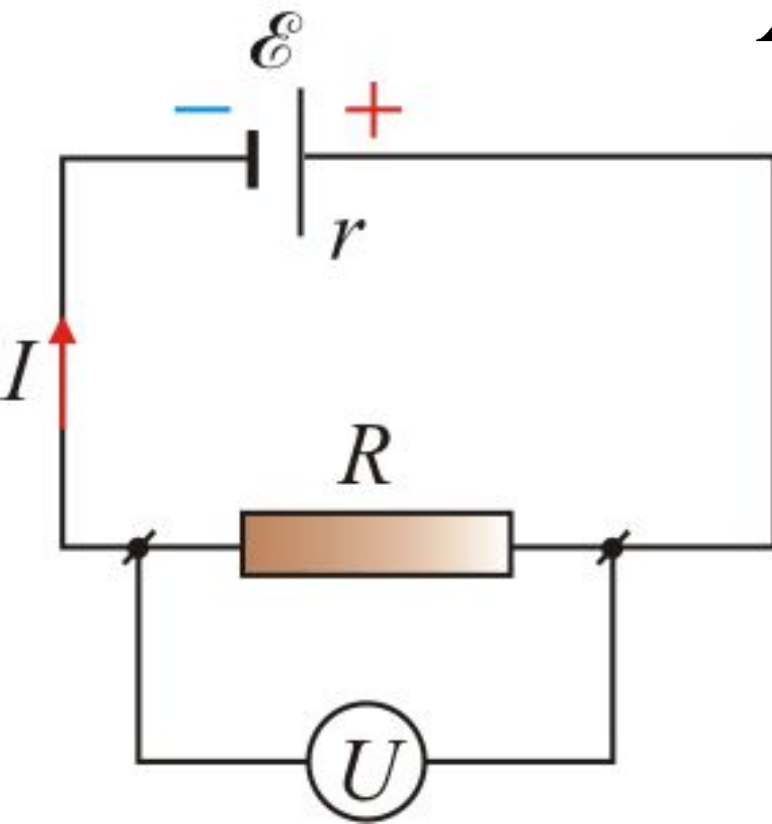
- $\omega = \sigma E^2$ или $\omega = \rho j^2$

- Мощность, выделенная в единице объема проводника .
- Приведенные формулы справедливы для однородного и неоднородного участка цепи.

7. КПД источника тока

- КПД можно рассчитать как отношение полезной работы к затраченной:

$$\eta = \frac{A_{\dot{i}}}{A_{\zeta}} = \frac{N_{\dot{i}}}{N_{\zeta}} = \frac{UI}{\varepsilon I} = \frac{U}{\varepsilon}.$$



- Из законов Ома для участка цепи и замкнутой цепи

$$U = IR, \quad \varepsilon = (R + r)I \quad \text{имеем}$$

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}$$

- Видно, что $R \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 1, I \rightarrow 0, N_{\dot{I}} \rightarrow 0$

Найдем условия, при которых полезная мощность будет максимальна.

$$\frac{dN_{\text{і}}}{dR} = 0.$$

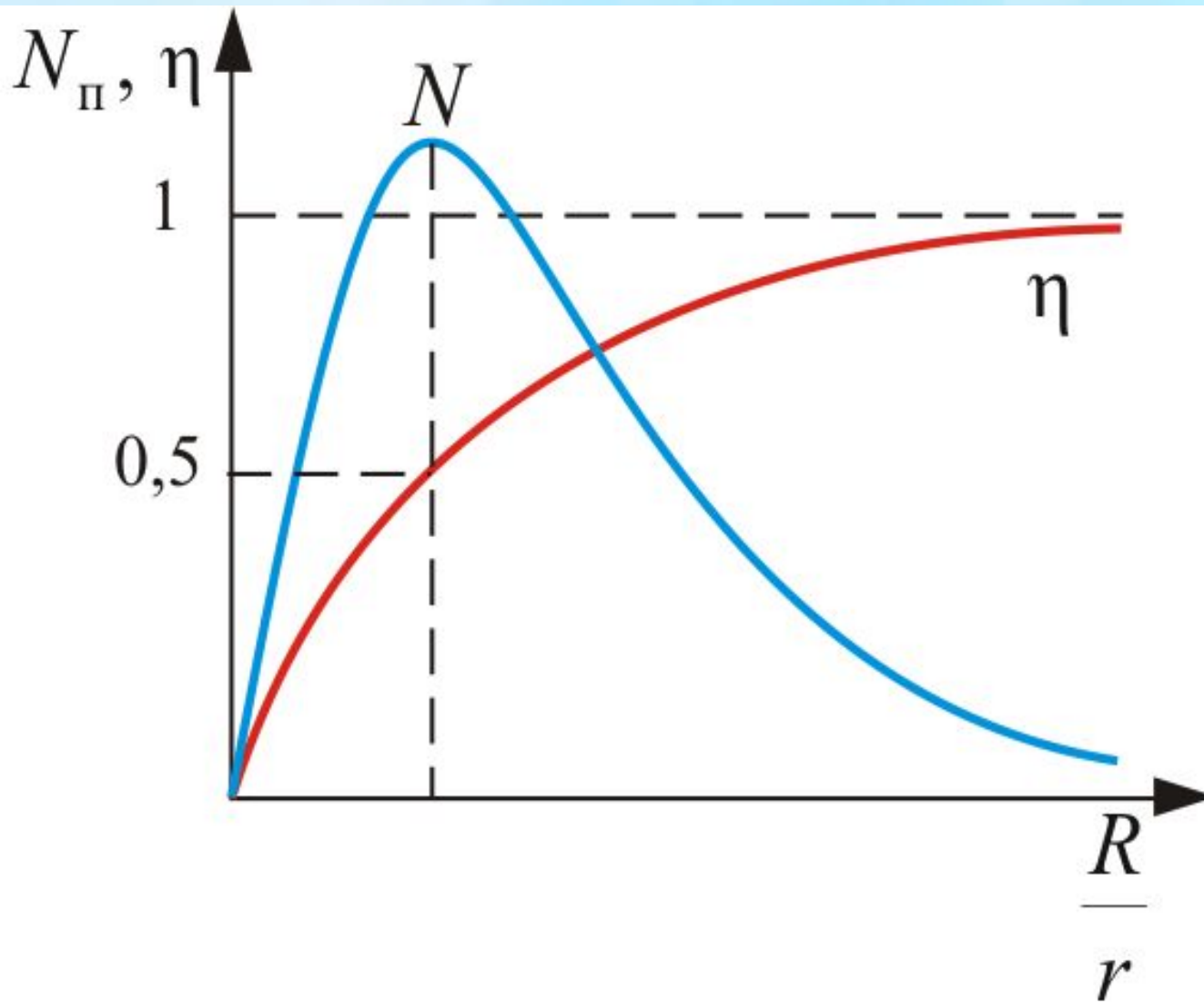
$$N_{\text{і}} = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{R + r} \right)^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

$$\frac{dN_{\text{і}}}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (R + r)^2 - 2(r + R)\varepsilon^2 R}{(R + r)^4} = 0$$

$$\varepsilon^2 [(R + r) - 2R] = 0$$

Это возможно при **R = r**

При $r = R$ выделяемая мощность максимальна, а КПД равен 50%.

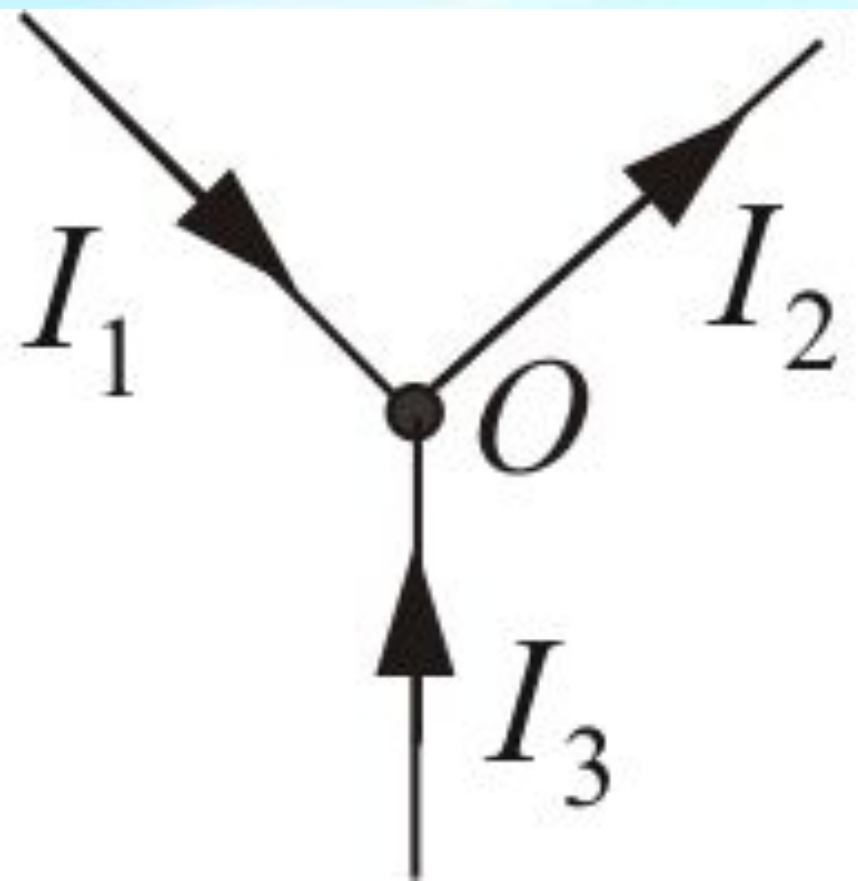


8. Правила Кирхгофа

- Расчет разветвленных цепей с помощью закона Ома довольно сложен.
- Эта задача решается более просто с помощью **двух правил** немецкого физика **Г. Кирхгофа** (1824 – 1887).

- **Первое правило Кирхгофа** утверждает, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$



$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

(узел – любой участок цепи, где сходятся более двух проводников)

Токи, сходящиеся к узлу, считаются положительными

- **Второе правило Кирхгофа** (обобщение закона Ома для разветвленной цепи).

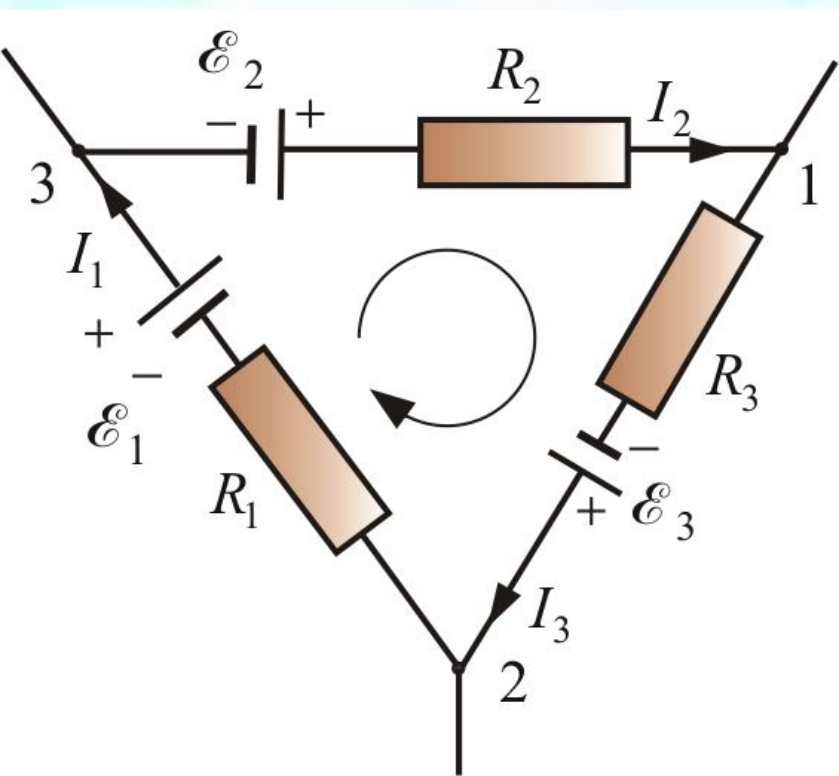
$$\phi_2 - \phi_3 + \varepsilon_1 = I_1 R_1;$$

$$\phi_3 - \phi_1 + \varepsilon_2 = I_2 R_2;$$

$$\phi_1 - \phi_2 + \varepsilon_3 = I_3 R_3.$$

Складывая получим:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \varepsilon_k.$$



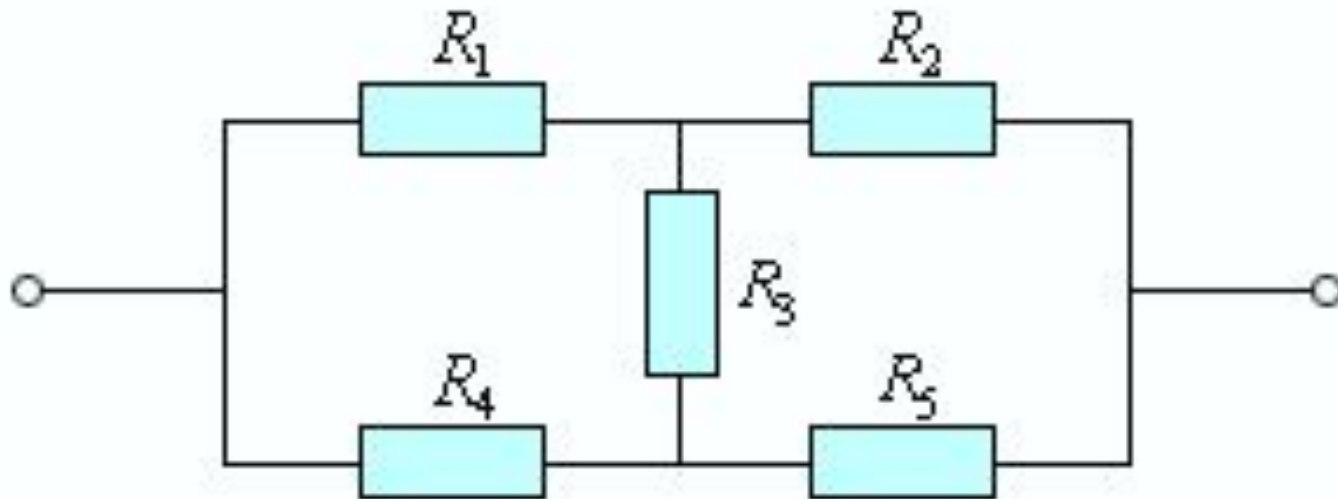
В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре

Узлом называется место соединения трех и более проводников.

Контур – это любая замкнутая цепь.

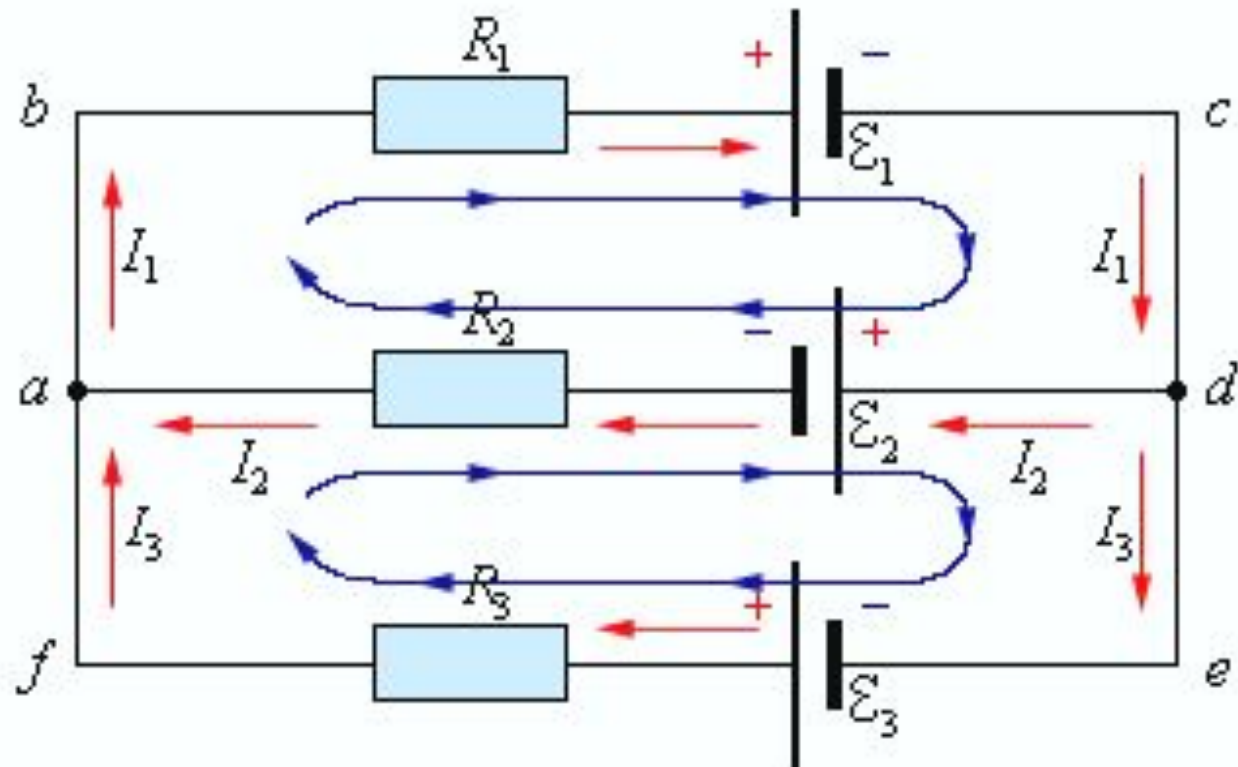
Независимый контур – контур, который содержит хотя бы одну новую ветвь.

Ветвь – участок цепи от узла до узла



- Первое и второе правила Кирхгофа, записанные для **всех** независимых узлов и контуров разветвленной цепи, дают в совокупности необходимое и достаточное число алгебраических уравнений для расчета электрической цепи.

$$\begin{aligned} I_1 R_1 + I_2 R_2 &= -\varepsilon_1 - \varepsilon_2, \\ -I_2 R_2 + I_3 R_3 &= \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \\ -I_1 + I_2 + I_3 &= 0. \end{aligned}$$



Применяя законы Кирхгофа необходимо:

1. Определить **число** электрических узлов и независимых контуров в схеме
2. Перед составлением уравнений произвольно выбрать и указать стрелками на чертеже:
 - а) **направление токов** во всех сопротивлениях, входящих в цепь, учитывая, что от узла до узла течёт один и тот же ток;
 - б) **направление обхода** контура.
3. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа считать токи, подходящие к узлу, **положительными**, а токи, отходящие от узла - **отрицательными**.

Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на **единицу** меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

4. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа следует считать:

- а) падение напряжения на участке цепи входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура; в противном случае произведение входит в уравнение со знаком минус;
- б) ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, если оно повышает потенциал в направлении обхода контура: т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком минус.
- Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров, имеющих в цепи.

Для составления уравнений первый контур можно выбрать произвольно. Все следующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Произвольно выбранное направление обхода по контурам не изменяется до конца решения задачи.

Если при решении уравнений, составленных вышеуказанным способом, получены отрицательные значения силы тока или напряжения, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном выбранному.