

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика

Молекулярная физика-раздел физики изучающий строение и свойства вещества, исходя из молекулярно-кинетических представлений основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном, хаотическом движении.

Процессы изучаемые молекулярной физикой являются результатом совокупного действия огромного числа молекул. Законы поведения большого числа молекул изучаются на основе статистического метода основанного на том, что свойства макроскопической системы определяются свойствами частиц системы, осо-

Термодинамика

Термодинамика-раздел физики изучающий свойства макроскопических систем находящихся в состоянии термодинамического равновесия и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы которые лежат в основе этих превращений. Этим термодинамический метод отличается от статистического.

Термодинамика имеет дело с термодинамической сис-темой (совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют друг с другом, или с другими телами (внешней средой)). Основа термодинамического метода определение состояния термодинамической системы.

Состояние системы задаётся **термодинамическими па-раметрами** (параметрами состояния)-совокупностью физических величин, характеризующих свойства тер-модинамической системы. Обычно, в качестве пара-метров выбирают: **давление, температуру, удельный объем.**

- **Температура**- физическая величина характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы (система в термодинамическом равновесии если её состояние с течением времени не изменяется. Измеряется в **кельвинах К** и **градусах Цельсия °С**.
 $(T=273,15+t)$

взята **тройная точка воды**, в которой при давлении 609 Па вода, пар и лёд находятся в термодинамическом равновесии. **$T=273,15\text{ K}$** .

- **Удельный объём v** - объём единицы массы. Когда тело однородно, (то его плотность $\rho = \text{const}$) $v = V/m = 1/\rho$ при постоянной массе удельный объём пропорционален общему объёму V и макроскопические свойства тела можно охарактеризовать объёмом тела V .
- **Давление P** - физическая величина численно равная силе действующей на единицу площади поверхности тела, по направлению нормали к этой поверхности. $P = \frac{F_n}{dS}$

Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов (МКТ)

ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

В МКТ пользуются идеализированной моделью идеального газа согласно которой:

- Собственный объём молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объёмом сосуда.
- Молекулы не взаимодействуют между собой.
- Молекулы (частицы) сталкиваются по законам соударения абсолютно упругих тел.

Наиболее близко под условия идеального газа подходит любой разреженный газ.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА (УРАВНЕНИЕ МЕНДЕЛЕЕВА-КЛАПЕЙРОНА)

Опытным путём, ещё до составления МКТ был установлен ряд законов, описывающий поведение идеальных газов:

- Закон Бойля-Мариотта
- Закон Гей-Люсака
- Закон Авогадро
- Закон Дальтона

Закон Бойля-Мариотта

Изотерма

$$\begin{cases} T = const \\ m = const \end{cases} \Rightarrow PV = const$$

T – температура газа (в Кельвинах)

m – масса газа

V – объём занимаемый газом

P – давление газа

Закон Гей-Люсака

$$\begin{cases} P = \text{const} \\ m = \text{const} \end{cases} \Rightarrow V = V_0 (1 + \alpha t)$$

$$\begin{cases} V = \text{const} \\ m = \text{const} \end{cases} \Rightarrow P = P_0 (1 + \alpha t)$$

t – температура по шкале Цельсия

P_0, V_0 - давление и объём при 0°C

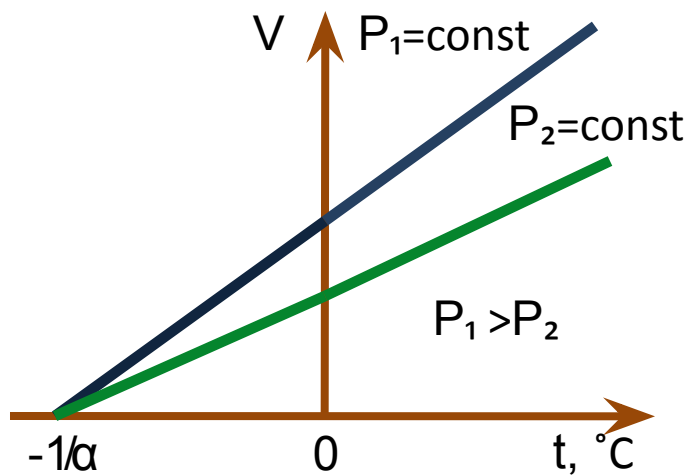
α – коэффициент

$$\alpha = \frac{1}{273,15} (K^{-1})$$

Если $T = t + \frac{1}{\alpha}$ то:

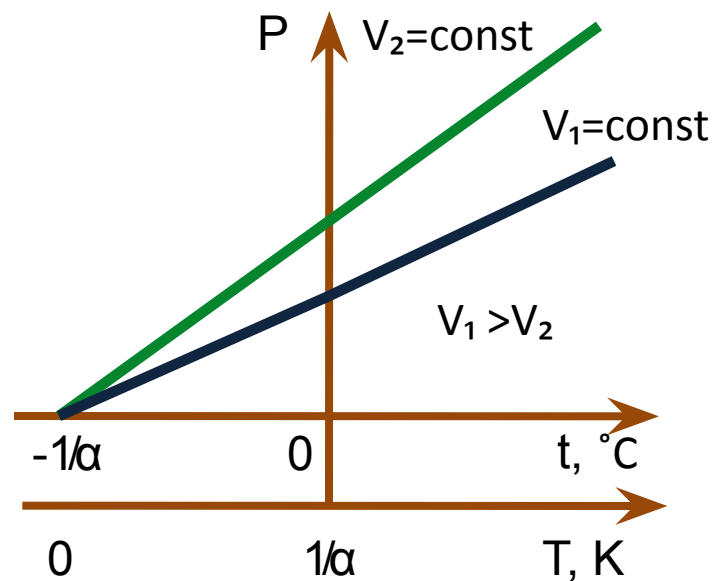
Изобара

$$\begin{cases} P = \text{const} \\ m = \text{const} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



Изохора

$$\begin{cases} V = \text{const} \\ m = \text{const} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



Закон Авогадро

Моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объёмы. При нормальных условиях этот объём равен :

$$V_m = 22.41 * 10^{-3} \left(\text{м}^3 / \text{моль} \right)$$

В одном моле различных веществ содержится одно и тоже число молекул, называемое :

постоянная Авогадро.

$$N_a = 6,022 * 10^{23} \left(\text{моль}^{-1} \right)$$

Закон Дальтона

Давление смеси идеальных газов равно сумме **парциальных** давлений входящих в неё газов.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$$

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ – **парциальные давления** газов (давления которые оказывали бы газы смеси, если бы они занимали объём равный объёму смеси при той же температуре).

Уравнение Клапейрона

Состояние некоторой массы газа m определяется тремя параметрами: **давлением** P **объёмом** V и **темпе-ратурой** T . Между этими параметрами существует связь называемая уравнением состояния : $f(P,V,T)=0$. где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик *Клапейрон* (1799-1864) , соединив уравнения Бойля-Мариотта и Гей-Люсака вывел уравнение состояния идеального газа:

$$\frac{PV}{T} = const$$

Молярная газовая постоянная

Д. И. Менделеев объединил уравнение Клапейрона и закон Авогадро, отнеся уравнение Клапейрона к од-ному молю вещества, используя молярный объём V_m . Согласно закону Авогадро, при одинаковых P и t моли всех газов занимают одинаковый объём V_m , и общая для всех газов постоянная R - молярная газо-вая постоянная.

Числовое значение R определяется из уравнения состо-яния идеального газа, полагая что 1 моль вещества находится при нормальных условиях:

$$\begin{cases} P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ (Па)} \\ T_0 = 273,15 \text{ (К)} \\ V_m = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ (м}^3/\text{моль)} \end{cases} \Rightarrow R = 8,31 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right)$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$PV_m = RT$$

Уравнение состояния идеального газа для одного моля вещества.

От данного уравнения можно перейти к уравнению Менделеева-Клапейрона для произвольной массы га-за. Если 1 моль занимает объём V_m , то, при тех же ус-ловиях, масса m займёт объём $(m/M)V_m$, где M - молярная масса (масса 1 моля вещества (кг/моль)).

$$PV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$$

$$\nu = \frac{m}{M}$$

количество вещества

Часто используется иная форма записи уравнения состо-яния идеального газа с использованием постоянной Больцмана k .

$$k = \frac{R}{N_a} = 1,38 * 10^{-23} \text{ (Джс/К)}$$

$$P = \frac{RT}{V_m} = \frac{kN_a T}{V_m} = nkT$$

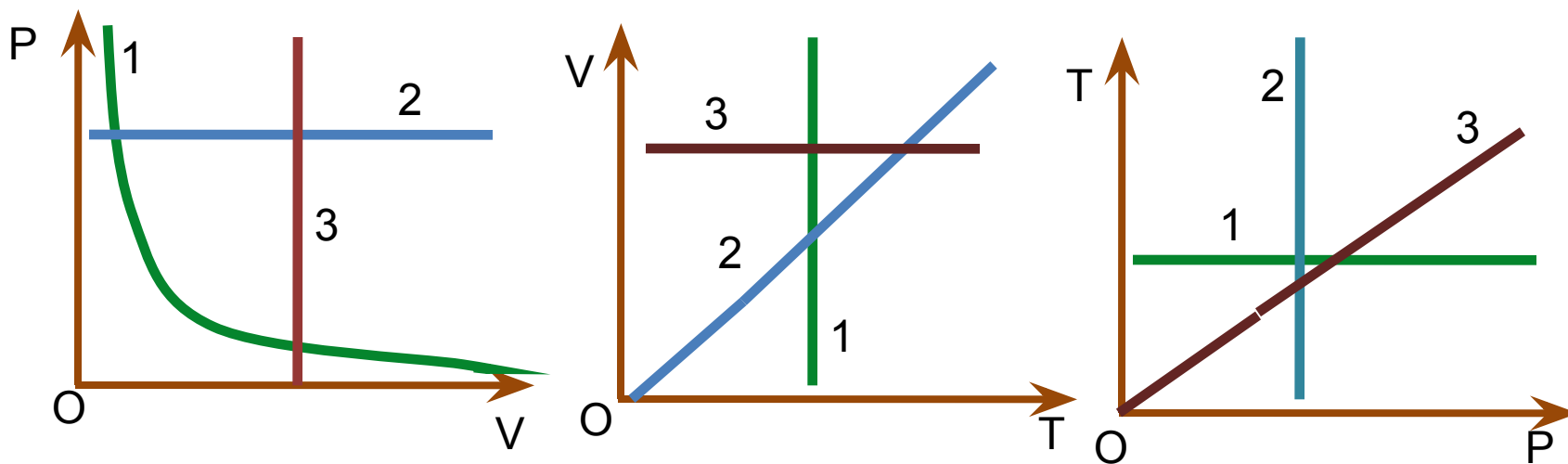
$$n = \frac{N_a}{V} = \frac{N}{V} - \text{концентрация молекул}$$

При одинаковых температуре и давлении все газы со-держат в единице объёма одинаковое число молекул. Число молекул содержащееся в 1 м³ газа при нор-мальных условиях определяется **числом**

Лошмита.

$$N_l = \frac{P_0}{kT_0} = 2,68 * 10^{25} \text{ (м}^{-3}\text{)}$$

Графики изопроцессов



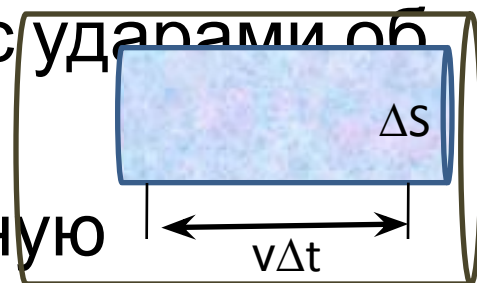
1 – изотермический процесс

2 – изобарный процесс

3 – изохорный процесс

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

Для вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории (ОУМКТ) идеальных газов рассмотрим одноатомный идеальный газ. Газ заключён в сосуд с абсолютно упругими стенками. Молекулы газа двигаются хаотически, число столкновений между молекулами пренебрежимо мало, по сравнению с ударами об стенки.



Выделим на стенке сосуда элементарную площадку ΔS и определим давление на неё. При каждом соударении каждая молекула движущаяся перпендикулярно площадке передаёт ей импульс $m_0 v$. Где:

m_0 - масса молекулы

v - скорость молекулы

За время Δt площадки ΔS достигнут только те молекулы которые заключены в объёме цилиндра с основанием ΔS , и высотой $v \Delta t$. Число этих молекул $\frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t$ где n - концентрация молекул.

Молекулы двигаются под разными углами и имеют раз-ные скорости, (причём скорости молекул при соуда-рении меняются). Для упрощения хаотическое дви-жение молекул заменяют на движение вдоль 3 вза-имно перпендикулярных направлений. Вдоль каждо-го двигается треть от общего числа молекул, причём половина ($\frac{1}{6}$ часть от всех молекул) в одну сторону, а половина в другую. Тогда число ударов в заданном направлении будет $\frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t$.

При столкновении с площадкой эти молекулы передадут ей импульс:

$$\Delta p = 2m_0 v \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = \frac{1}{3} m_0 n v^2 \Delta S \Delta t$$

Тогда давление газа на стенку сосуда будет:

$$P = \frac{\Delta p}{\Delta t \Delta S} = \frac{1}{3} n m_0 v^2$$

Если газ в объёме V содержит N молекул

двигающихся со скоростями $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$, то

целесообразно рассматривать среднюю $\langle v_{кв} \rangle$ квадратичную скорость характеризующую всю совокупность молекул газа.

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}$$

Основное уравнение МКТ

Тогда уравнение давления примет вид:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв} \rangle^2$$

Основное уравнение МКТ для идеального газа

Учитывая что $n=N/V$, можно выразить:

$$PV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E$$

E – суммарная кинетическая энергия
поступательного движения всех молекул.

Средние значения скорости и энергии

Так как масса всего газа $= Nm_0$ $\Delta V = \frac{1}{3} m \langle v_{кв} \rangle^2$
То для 1 моля газа $\Delta V_m = \frac{1}{3} M \langle v_{кв} \rangle^2 = RT$, следовательно:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_a}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Значение средней квадратичной скорости молекул газа

Аналогично:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движе-ния одной молекулы идеального газа.

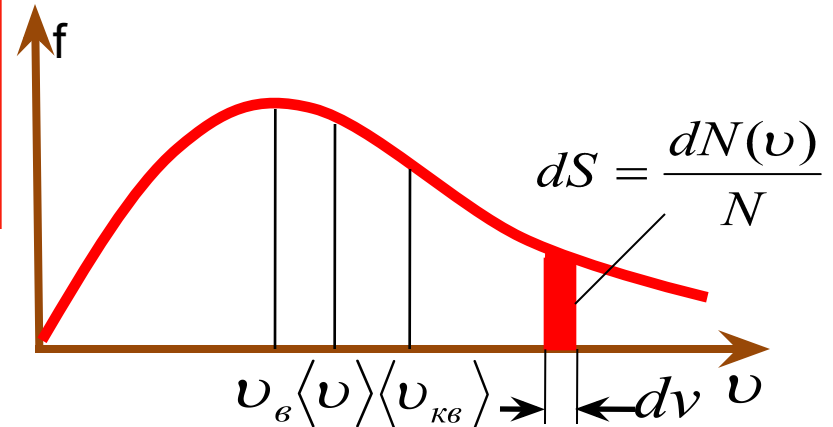
Закон Максвелла для
распределения молекул
идеального газа по
скоростям и энергиям
теплового движения

При выводе основного уравнения МКТ молекулам задавали различные скорости. В результате многократных соударений скорость каждой молекулы меняется по модулю и направлению. Однако, из-за хаотического движения молекул, все направления движения считаются равновероятными, то есть в любом направлении движется примерно одинаковое количество молекул. По МКТ, в газе, находящемся в состоянии равновесия, при постоянной температуре, как бы не изменялись отдельные скорости молекул при столкновениях, среднеквадратичная скорость молекул массой m_0 остаётся постоянной. Значит, в газе находящемся в равновесии устанавливается некоторое стационарное, не изменяющееся со временем распределение молекул по скоростям,

Закон для распределения молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$

$f(v)$ -функция
распределения молекул



Если разбить диапазон скоростей молекул на малые участки, то на каждый интервал скоростей приходится некоторое число молекул имеющих скорость заключенную в этом интервале. Функция $f(v)$ показывает относительное число молекул $dN(v)/N$ скорости v которых лежат в интервале от v до $v + dv$.

$$\frac{dN(v)}{N dv} = f(v) dv$$

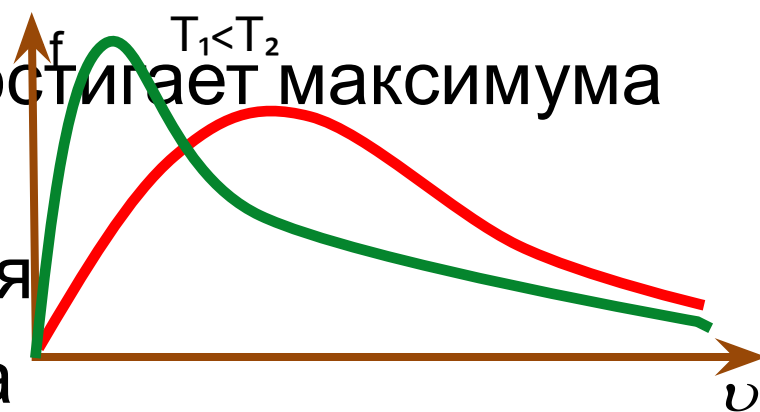
Конкретный вид функции зависит от природы газа (мас-сы молекул), и параметра состояния (темпера-

туры). При возрастании скорости множитель уменьшается быстрее чем растёт множитель и

функция $f(v)$ начинаясь от нуля, достигает максимума при

и асимптотически стремится к нулю. Кривая не симметрична относительно

$$e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$



При повышении температуры газа максимум распределения функции по скоростям сме-

Скорости характеризующие состояние газа

- Наиболее вероятная скорость:

$$v_e = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

- Средняя скорость:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = 1,13v_e$$

- Средняя квадратичная скорость:

$$\langle v_{kv} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = 1,22v_e$$

Функция распределения молекул по энергиям теплового движения

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

Функция распределения молекул по энергиям

Средняя кинетическая энергия $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы идеального газа:

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \varepsilon^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon = \frac{3}{2} kT$$

Полученный результат совпадает с полученным ранее.

**ФОРМУЛА БОЛЬЦМАНА
ЭЛЕМЕНТЫ
КЛАССИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКИ
(РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
МАКСВЕЛЛА-БОЛЬЦМАНА)**

Газы атмосферы находится в потенциальном поле тяготения Земли. Если бы не было:

- Поля тяготения Земли: атмосферный воздух рассеял-ся бы по вселенной
- Теплового движения молекул: молекулы воздуха упа-ли бы на Землю.

Тяготение и тепловое движение приводят к стационар-ному состоянию газа, при котором происходит убыль концентрации и давления газа с ростом высоты над Землей.

Если газ (или другая система частиц) находится во вне-шнем потенциальном силовом поле, то распределе-ние частиц по объёму описывается с помощью **зако-на Больцмана**.

Закон Больцмана

Если высота над Землей равна h , то давление P , на высоте h

$$dP/dh < 0 \Rightarrow dP < 0$$

(давление с

высотой убывает). $P + dP$

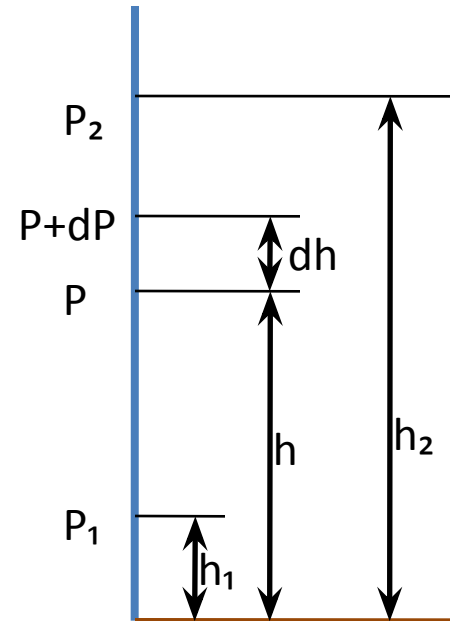
Разность давлений P и $P + dP$ равна весу газа, заключённого в объёме

цилиндра высотой dh на единице площади. Значит:

$$P - (P + dP) = \rho g dh$$

ρ - плотность газа на высоте h (при изменении высоты на dh плотность газа можно считать

постоянной). $dP = -\rho g dh$



Барометрическая формула

Используя уравнение состояния идеального газа

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow dP = -\frac{PM}{RT} g dh \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{gM}{RT} dh$$

При большом изменении высоты от h_1 до h_2
давление меняется от P_1 до P_2

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_1}^{h_2} dh \Rightarrow \ln \frac{P_2}{P_1} = -\frac{Mg}{RT} (h_2 - h_1)$$

$$P_2 = P_1 e^{-Mg(h_2 - h_1)/RT}$$

Барометрическая формула – характеризует атмосферное давление в зависимости от

Если считать что $n_1 = 0$ уровень моря, то:

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

Где:

P - давление на высоте h

P_0 - давление на уровне моря

Так как $P = nkT$, значит:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

n_0 - концентрация молекул на уровне моря $h = 0$

n - концентрация молекул на высоте h

$E_n = m_0 gh$ - потенциальная энергия в поле тяготения.

m_0 - масса одной молекулы

Формула Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

Закон Больцмана устанавливает число частиц $n(x, y, z)$ координаты которых находятся в интервалах от x до $x+dx$, от y до $y+dy$, от z до $z+dz$. То есть $n(x, y, z)$ - число молекул находящееся в элементарном объёме.

Распределение молекул газа по координатам и скоростям, при наличии произвольного потенциального поля описывают

распределением Максвелла-Больцмана.

$$dn = \text{const} \cdot e^{-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2mkT}} e^{-\frac{E_n(x,y,z)}{kT}} dx dy dz$$

dn - число молекул находящихся в шестимерном прост-ранстве в элементе объема $dV = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$

$E_n(x, y, z)$ - потенциальная энергия молекулы во внеш-нем силовом поле в точке с координатами x, y, z и проекциями импульса по осям p_x, p_y, p_z .

Закон Максвелла-Больцмана представляет собой про-изведение двух функций распределения, одна из них расписывает распределение по координатам, другая по скоростям.

**СРЕДНЕЕ ЧИСЛО
СТОЛКНОВЕНИЙ
СРЕДНЯЯ ДЛИНА
СВОБОДНОГО ПРОБЕГА
МОЛЕКУЛ**

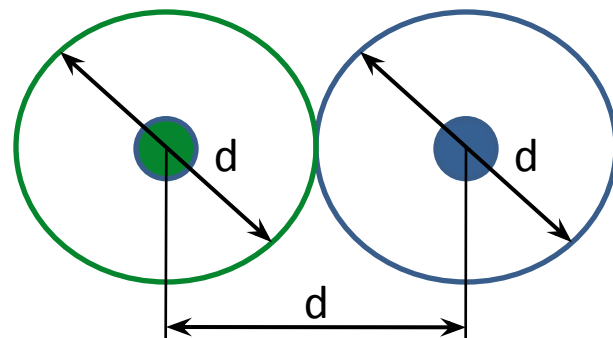
Среднее число столкновений молекул

Молекулы газа находясь в хаотическом движении постоянно сталкиваются друг с другом.

Между двумя

последовательными стол-

кновениями (длину свободного пробега). В общем случае длина этого пробега различна, но так как в пробеге участвует множество молекул, и они находятся в хаотическом движении, можно говорить о **средней длине свободного пробега молекулы**.

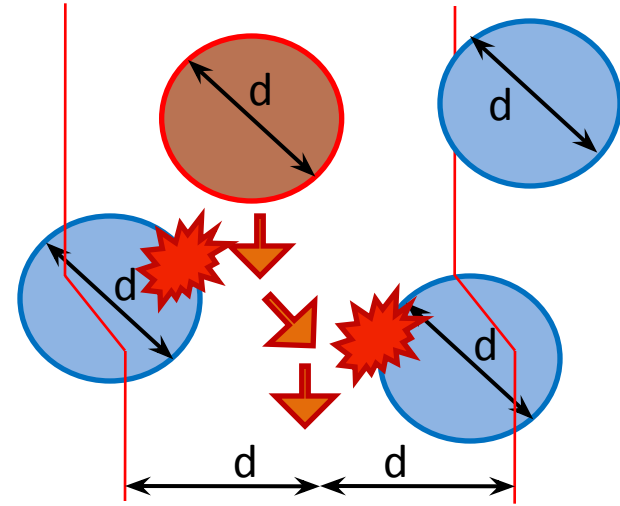


Минимальное расстояние на которое сближаются при столкновении центры двух молекул называется **эффективным диаметром молекул**.

Эффективный диаметр молекул зависит от скорости сталкивающихся молекул, от температуры газа (не-много растёт с ростом температуры).

В среднем за 1 секунду молекула проходит путь $\langle v \rangle$ равный средней арифметической скорости ($\langle v \rangle$), и если среднее число столкновений испытанное молекулой за 1 секунду, то средняя длина свободного пробега: $\langle \lambda \rangle$

Представим молекулу в виде шара с диаметром d , которая движется среди аналогичных покоящихся молекул. Она столкнётся только с теми молекулами центры которых находятся на расстоянии не более d от центра движущейся молекулы. Рассмотрим путь, который она проходит за время t . Если v — средняя скорость молекулы, то путь равен vt . Рассмотрим цилиндр радиусом d и длиной vt . Среднее число столкновений за секунду равно числу молекул в объёме цилиндра $\langle Z \rangle = nV$



Где:

n — концентрация молекул

$\langle v \rangle$ — объём «цилиндра»

— средняя скорость молекулы, или путь пройденный ею за 1 секунду.

Среднее число столкновений:

$$\langle z \rangle = n \pi d^2 \langle v \rangle$$

Среднее число столкновений, с учётом движения друг-их молекул:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} n \pi d^2 \langle v \rangle$$

Средняя длина свободного пробега молекул:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

Значит $\langle l \rangle$ обратно пропорциональна концентрации молекул. Так как $n k T$ при постоянной температуре концентрация молекул пропорциональна давлению и значит:

$$\frac{\langle l_1 \rangle}{\langle l_2 \rangle} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ СРЕДАХ

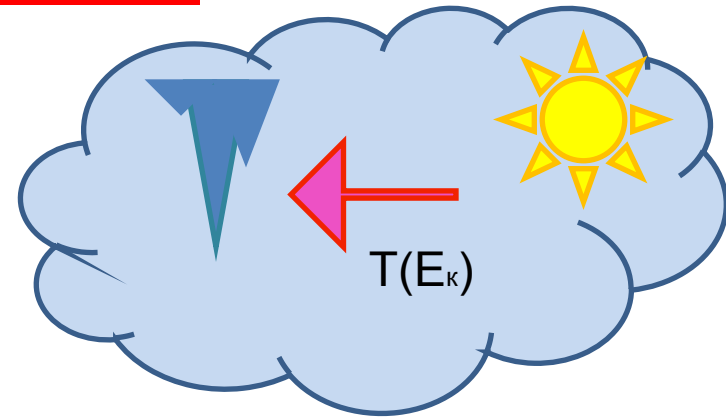
В термодинамически неравновесных средах возникают особые необратимые процессы называемые явлениями переноса в результате которых происходит перенос энергии, массы, импульса. Это:

- Теплопроводность (перенос энергии)
- Диффузия (перенос массы)
- Внутреннее трение (перенос импульса)

Для простоты ограничимся одномерными явлениями переноса.

Теплопроводность

Если в одной области газа кинети-ческая энергия больше чем в другой, то, с течением времени,



ведет движение молекул, происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул (температур).

Перенос энергии в виде температур подчиняется

Закону Фурье

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

j_E - плотность теплового потока (величина определяемая энергией переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку перпендикуляр-ную положительному λ направлению потока).

$\frac{dT}{dx}$ - теплопроводность (коэффициент теплопроводности).

x

- градиент температуры равен скорости изменения температуры на единицу длины в направлении к нормали к этой площадке.

$j_E \quad dT/dx$

При теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры (и противополо-ложны по знаку). Теплопроводность численно равна плотности теплового потока при градиенте температу-ры равной единице:

c_V - удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме. (количество теплоты необходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объёме).

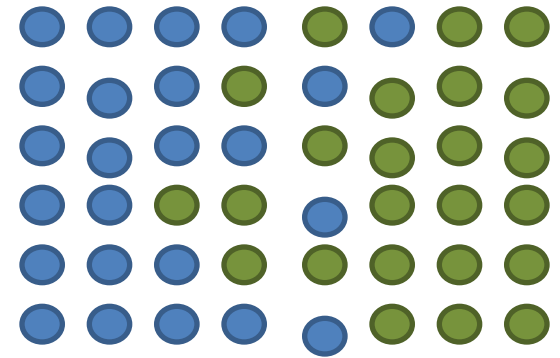
ρ

$\langle v \rangle$ - плотность газа

$\langle l \rangle$ - средняя скорость теплового движения молекул
- средняя длина свободного пробега молекул

Диффузия

Диффузия - самопроизвольное
про-никновение и
перемешивание ча-стиц двух
соприкасающихся газов,



Диффузия обмен веществ между телами.

Для однородного газа диффузия подчиняется

Закону Фика

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$$

j_m -плотность потока массы (величина
определяемая массой вещества
диффундирующего в единицу вре-мени через
единичную площадку перпендикулярную потоку.

D - диффузия (коэффициент диффузии)
 $\frac{d\rho}{dx}$ - градиент плотности равен скорости изменения плотности на единицу длины в направлении к нормали этой площадки. Перенос массы осуществляется в направлении убывания плотности (знаки j_m и $d\rho/dx$ противоположны).

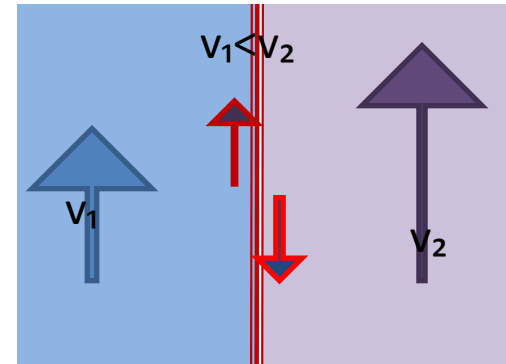
Диффузия численно равна плотности потока массы при градиенте плотности равном единице.

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$$

Вязкость. Внутреннее трение

Вязкость (внутреннее трение)-

свойство жидкостей или газов оказывать сопротивление перемещению одной части относительно другой.



При прохождении одних слоев жидкости (газа) относительно других, возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоядвигающегося медленнее, на слойдвигающийся быстрее действует тормозящая сила. И наоборот на слойдвигающийся медленнее со стороны

быстрого слоя действует ускоряющая сила. Сила внут-реннего трения тем больше, чем больше рассматрива-емая поверхность и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости (газа) при переходе от слоя к слою.

Пусть $\Delta v = v_2 - v_1$ скорости слоев газа (жидкости) и разница между скоростями слоев. Направление в котором отсчитывается расстояние Δx между слоями газа (жидкости) перпендикуляр-но скоростям течения слоев жидкости.

Величина $\Delta v / \Delta x$ показывает как быстро меняется ско-рость при переходе от слоя к слою в направлении x перпендикулярном направлению движения слоев и называется градиентом скорости. Модуль сил внут-реннего трения:

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S$$

η -коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости (газа) называется динамической вязкостью. (Единица измерения Па с) равен динамической вязкости среды в которой при градиенте скорости с модулем равным 1 м/с на 1 м, возникает сила 1 Н на 1 м² поверхности касания слоев.

Чем больше вязкость, тем сильнее вещество отличается от идеального, и тем большие силы внутреннего трения в них возникают. Вязкость зависит от температуры (у жидкостей с ростом температуры уменьшается, у газов увеличивается).

Течение называется **ламинарным** если вдоль потока каждый выделенный слой скользит

Внутреннее трение подчиняется

Закону Ньютона

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S$$

$$j_p = -\eta \left| \frac{dv}{dx} \right|$$

j_p -плотность потока импульса (величина определяемая полным импульсом переносимым в единицу времени в положительном направлении потока через единичную площадку перпендикулярную пути потока (импульс переносится в направлении убывания скорости, знаки и противоположны)).

Динамическая вязкость численно равна плотности потока импульса, при градиенте скорости равном

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

Закономерности всех явлений переноса сходны между собой, сходство их математических выражений обусловлено общностью процесса перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновения между собой.

$$\lambda, D, \eta$$

Коэффициенты λ, D, η связаны между собой:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \\ D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \\ \eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \eta = \rho D \\ \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1 \end{cases}$$

ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Термодинамическая система

Термодинамическая система - макроскопические объек-ты (тела и поля) которые могут обмениваться энерги-ей как с друг другом так и со внешней средой, то есть с телами и полями, которые являются внешними по отношению к данной системе.

Произвольная термодинамическая система находящаяся в ~~любом~~ термодинамическом состоянии обладает **полной энергией** складывающейся из: **кинетичес-кой энергии** (энергии механического движения как целого или её макроскопических частей), **потен-циальной энергии** (во внешних силовых полях: гравитационного, электромагнитного и т.д.),

$$E = E_{\text{мех}} + E_{\text{пн}} + U$$

Внутренняя энергия системы

Внутренней энергией тела (или системы тел) называется энергия зависящая только от термодинамическо-го состояния тела (системы) и включающая в себя энергию всех видов внутреннего движения в системе (теле) и энергию взаимодействия всех частиц (ионов, атомов, молекул) входящих в тело (систему). Внутрен-няя энергия совпадает с энергией покоя системы.

Например, внутренняя энергия газа, состоящего из многоатомных молекул, складывается из:

- Кинетической энергии E_k теплового поступательного и вращательного движения молекул.
- Кинетической E_k и потенциальной E_n энергий колебаний атомов в молекулах.
- Потенциальной энергии E_n обусловленной межмолекулярными взаимодействиями (не учитывается для идеального газа).
- Энергии электронных оболочек атомов и ионов.
- Кинетической E_k и потенциальной E_n энергий взаимодействия нуклонов в ядрах атомов.

Внутренняя энергия является однозначной функцией термодинамического состояния системы. Её значение не зависит от того, с помощью какого процесса система пришла в данное состояние. Изменение U при переходе системы из одного состояния 1 в другое 2 равно $\Delta U = U_2 - U_1$, и не зависит от вида процесса перехода из 1 в 2. Если система совершает круговой процесс, то полное изменение внутренней энергии:

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют, следовательно внутренняя энергия будет равна:

N - число молекул

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

средняя энергия одной молекулы

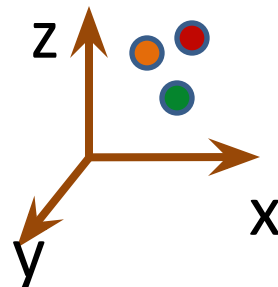
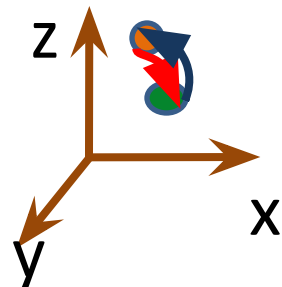
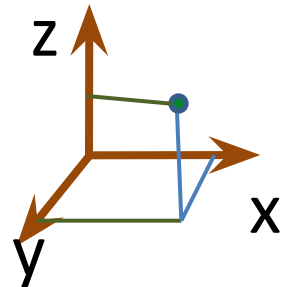
Степени свободы

i **степень свободы** – число независимых переменных (координат) определяющих положение системы в пространстве

Для материальной точки (молекулы) $i = 3$
число координат трёхмерного пространства (x, y, z)

Для двухатомного газа (совокупность 2 материальных точек, жестко связанных недеформируемой связью) $(x, y, z - 3$
поступательные, 2 – вращательные) $i = 6$

Для трёх- и многоатомных молекул $i = 6$ (3-
поступательные, 3- вращательные)



Внутренняя энергия для 1 моля идеального газа

$$U_m = \frac{i}{2} k T N_a = \frac{i}{2} R T$$

Внутренняя энергия для газа массой m

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} k T N_a = \frac{i}{2} \nu R T$$

Элементарное изменение внутренней энергии

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} k N_a dT = \frac{i}{2} \nu R dT$$

Первое начало термодинамики

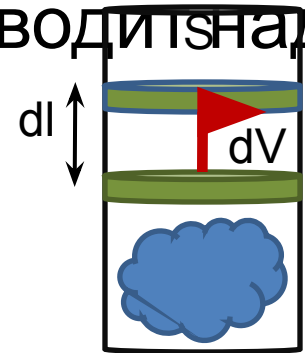
Обмен энергией между термодинамической системой и внешними телами происходит либо при совершении работы, либо с помощью теплообмена.

- Количество энергии переданное системе внешними телами путём теплообмена называется **количеством теплоты** сообщенной системе.
- Количество энергии переданное системе внешними телами при силовом взаимодействии между ними называется **работой** .

Работой расширения называется работа, которую система производит против внешнего давления.

Рассмотрим газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде. Если газ расширяясь передвигает поршень на бесконечно малое расстояние dl , это значит, что он производит над

$$dA = Fdl = PSdl = PdV$$



S — площадь поршня
 $Sdl = dV$ — изменение объёма системы.

Полную работу совершаемую газом при изменении его объёма от V_1 до V_2 найдём интегрированием:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Изменение внутренней энергии ΔU_{12} закрытой системы (системы которая не может обмениваться веществом с внешней средой), которое происходит при переходе системы из состояния 1 в состояние 2, равно сумме работы совершенной над системой внешними силами и количества теплоты сообщаемого системе.

$$\Delta U_{12} = A'_{12} + Q_{12}$$

$A'_{12} = -A_{12}$ — работа совершенная системой над внешними телами в процессе 12.

Первое начало термодинамики

$$\Delta U = Q - A$$

Количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение внутренней энергии и совершение системой работы против внешних сил.

В дифференциальной форме уравнение имеет вид:

$$\delta Q = dU + dA$$

dA - бесконечно малое изменение внутренней энергии системы.

δQ - элементарная работа

- бесконечно малое количество теплоты

ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Теплоемкость

- **Теплоемкость** C - физическая величина численно равная отношению количества теплоты δQ к изменению температуры тела dT в рассматриваемом термодинамическом процессе. Единица измерения (Дж/К).

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

c

- **Удельная теплоемкость** - теплоемкость единицы массы тела (количество теплоты необходимое для нагревания 1 кг вещества на 1 К) (Дж/кгК).

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{mdT}$$

- **Молярная теплоемкость** C_m -теплоемкость одного моля вещества (Дж/мольК).

$$C_m = \frac{C}{\nu} = cM = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{M\delta Q}{m dT}$$

Различают теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживаются постоянными. С учетом первого начала термодинамики для 1 моля газа име-ет вид:

$$C_m dT = dU_m + PdV$$

Для произвольной массы газа, то же самое уравнение:

$$CdT = dU + PdV$$

Теплоемкость при изохорном процессе (V=const)

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю, и сообщаемая извне газу теплота идет на увеличение его внутренней энергии

$$\delta A = PdV = 0 \Rightarrow \delta Q = dU = \nu dU_m = \frac{m}{M} C_V dT$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме равна изменению внутренней энергии 1 моля газа при повышении температуры на 1 К.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_V = \frac{dU_m}{dT} \\ dU_m = \frac{i}{2} R dT \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_V = \frac{2}{i} \\ \delta Q = \frac{m}{M} \frac{iR}{2} dT \end{array} \right.$$

Теплоемкость при изобарном процессе (P=const)

При изобарном процессе теплоемкость можно выразить через первое начало термодинамики:

$$C_P = \frac{dU_m}{dT} + \frac{PdV_m}{dT}$$

Так как $\frac{dU_m}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от P , ни от V , а определяется только температурой T) и всегда равна C_V (по $U_m = C_V T$), про дифференцировав уравнение по T получим:

$$\frac{PdV_m}{dT} = \frac{RdT}{dT} = R$$

Следовательно:

$$C_P = \frac{dU_m}{dT} + R = C_V + R = \frac{iR}{2} + R = \frac{i+2}{2} R$$

Уравнение Майера

Уравнение Майера показывает, что изобарная теплоемкость всегда больше изохорной на величину газовой постоянной. При изобарном процессе работа равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

Физический смысл молярной газовой постоянной R :

если $T_2 - T_1 = 1$ К, то для 1 моля идеального газа $R = A$, то есть: R численно равна работе изобарного расширения 1 моля идеального газа при нагревании его на 1 К.

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT$$

При сообщении газу массой m количества теплоты δQ его внутренняя энергия возрастет на величину

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT = \nu C_p dT = \nu C_V dT + \nu R dT$$

Теплоемкость при изотермическом процессе ($T=\text{const}$)

При изотермическом процессе ($dT = 0 \Rightarrow dU = 0$) теплоемкость определяется:

$$C_m = \frac{dQ}{dT} = \infty$$

Работа равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Следовательно:

$$dT = 0 \Rightarrow dU = \frac{m}{M} C_V dT = 0 \Rightarrow \delta Q = \delta A \Rightarrow Q = A$$

$$\delta Q = \delta A$$

АДИАБАТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой. (к нему можно отнести все быстро протекающие процессы).

Согласно первому закону термодинамики:

$$\delta Q = \delta A + dU \Rightarrow -dU = \delta A$$

Вся внешняя работа системы совершается за счет изменения внутренней энергии.

Для адиабатического процесса характерно:

$$\begin{aligned} PdV &= -\frac{m}{M} C_V dT \\ PdV + VdP &= \frac{m}{M} R dT \\ \frac{PdV + VdP}{PdV} &= -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_P - C_V}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1 \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{2(i+2)R}{2iR} = \frac{i+2}{i}$$

γ -показатель адиабаты (коэффициент Пуассона)

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

Проинтегрируем уравнение пределах от P_1, V_1 до P_2, V_2
соответственно получим:

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln\left(\frac{V_1^\gamma}{V_2^\gamma}\right) \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma \Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

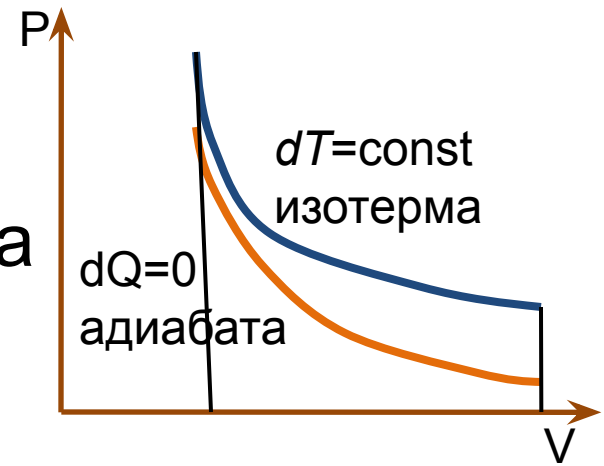
$$PV^\gamma = \text{const}$$

Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона)

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T^\gamma P^{\gamma-1} = \text{const}$$

Диаграмма адиабатического процесса изображается гиперболой. На рисунке адиабата выглядит более крутой чем изотерма. Это объясняется тем, что при адиабатическом процессе не только уменьшается объём, но и повышением температуры.



Работа в адиабатическом режиме:

$$\begin{aligned}
 \delta A &= -\frac{m}{M} C_V dT \\
 A &= -\frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \\
 &= \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right)
 \end{aligned}$$

Работа совершаемая при адиабатическом расширении меньше чем при изотермическом, потому что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, а при изотермическом температура остается постоянной из-за притока извне эквивалентного количества теплоты.

Рассмотренные изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный процессы имеют общую особенность: они происходят при постоянной теплоемкости. Процесс, при котором теплоемкость постоянна, называется **политропным**. Исходя из первого начала термодинамики, при условии постоянства теплоемкости, можно вывести уравнение

$$PV^n = \text{const}$$

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

n - показатель политропы

$C \doteq 0, n = \gamma$ - уравнение адиабаты

$C \doteq C_p, n = 0$ - уравнение изобары

$C \doteq \infty, n = 1$ - уравнение изотермы

$C \doteq C_v, n = \infty$ - уравнение изохоры

Все рассмотренные процессы- частные случаи полит-ропного процесса.

Квантование энергии

В идеальном случае молярные теплоемкости зависят только от числа степеней свободы, и не зависят от температуры. Это справедливо для одноатомных газов. Но уже у двухатомных газов число степеней свободу проявляющееся в теплоемкости зависит от температуры.

Исследования показали что у двухатомного газа (водо-рода) изохорная теплоёмкость равна:

- При низкой температуре ($< 50^\circ \text{C}$) $C_V = \frac{3}{2}R$
- При средней (комнатной) температуре $C_V = \frac{5}{2}R$
- При высокой температуре $C_V = \frac{7}{2}R$

Данное явление можно объяснить тем, что при низких температурах наблюдается только поступательное

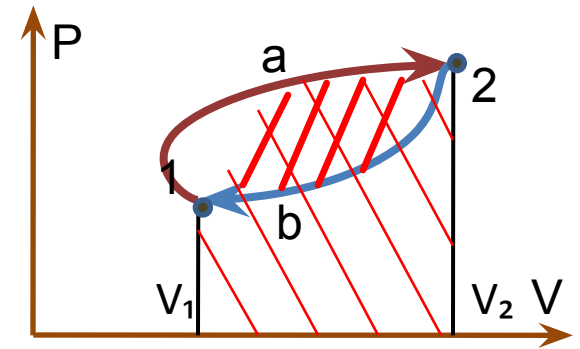
движение молекул, при комнатной температуре до-бавляется вращение, а при высокой температуре до-бавляются и колебания.

Расхождение теории и эксперимента можно объяснить квантованием энергии вращения и колебания, то есть тем, что при вычислении теплоемкости необходимо учитывать то, что возможны не любые колебательные и вращательные движения, а лишь определённый дискретный ряд значений энергий. Если энергия теп-лового движения недостаточна (например для воз-буждения колебаний), то эти колебания не вносят сво-его вклада в теплоемкость (соответствующая степень свободы «замораживается» и к ней не применим за-кон распределения энергии). Этот процесс

КРУГОВОЙ ПРОЦЕСС. (ЦИКЛ)

Круговой процесс (цикл).

Круговой процесс (цикл)-совокупность термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в



положении. В диаграммах изображаются замкнутыми кривыми, где началу и концу цикла соответствует одна и та же точка. Термодинамическая система совершающая круговой процесс называется **рабочим телом**. Обычно это газ. Круговые процессы лежат в основе деятельности всех тепловых машин.

Цикл можно разбить на процесс расширения (из состояния 1 в состояние 2) и процесс сжатия (из 2 в 1).

При расширении газа цикл выполняет положительную работу, измеряемую площадью фигуры $(V_1 a 2 V_2)$. Сжатие газа происходит под действием внешних сил, которые совершают $-A_2$ положительную работу, измеряемую площадью $(V_1 b 2 V_2)$. Так как $A_1 + A'_2 = A$, то цикл совершает работу, ограниченную кривой $(1 a 2 b 1)$.

Прямой цикл называется круговой процесс в котором система совершает положительную работу $A = \oint P dV > 0$

, замкнутая кривая на диаграмме P-V изображая прямой цикл описывается по часовой стрелке $A = \oint P dV > 0$

Обратный цикл это круговой процесс в котором

В связи с тем, что полное изменение внутренней энергии рабочего тела (газа) в результате кругового процесса равно 0, () первое начало термодинамики имеет вид:

$$Q = \Delta U + A = A$$

Q - общее количество теплоты сообщенное газу в круговом процессе

A - работа газа в круговом процессе

В прямом цикле $A > 0, Q > 0$ газ совершает работу за счёт сообщенной ему теплоты. В обратном цикле со-вершается работа ($A < 0$) и от газа отводится эквивалентное количество теплоты.

Термодинамический процесс **обратимый**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлениях через одни и те же промежуточные состояния, причем, когда система возвращается в исходное состояние, то ни в ней, ни в окружающей среде изменений не происходит. Всякий не удовлетворяющий этим условиям процесс **необратимый**.

Термический КПД для кругового цикла имеет вид:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

η

Q_1 -КПД

Q_2 -количество теплоты полученное системой

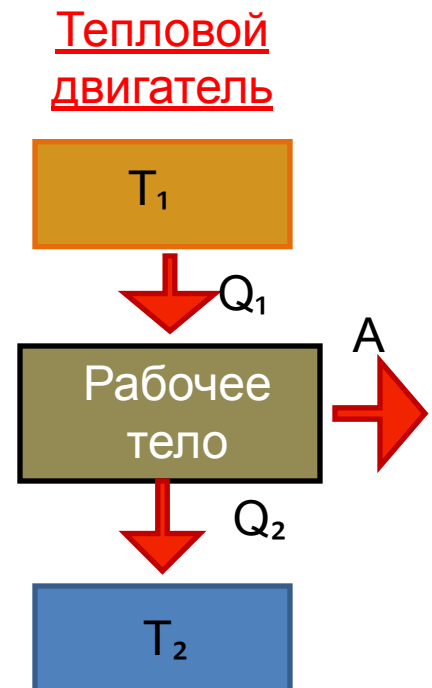
$Q = Q_1 - Q_2$ количество теплоты отданное системой

ТЕПЛОВОЙ ДВИГАТЕЛЬ ЦИКЛ КАРНО

Тепловой двигатель

Для иллюстрации понятия цикла рассмотрим работу **теплового двигателя**.

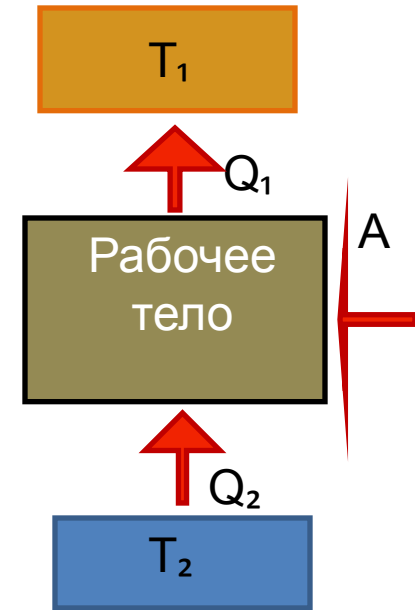
От термостата (термодинамической системы, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры) называемого **источником** ~~источником~~ **теплоты** T_1 рабочему телу передаётся количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 называемому холодильником передаётся количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа A .



Холодильная установка

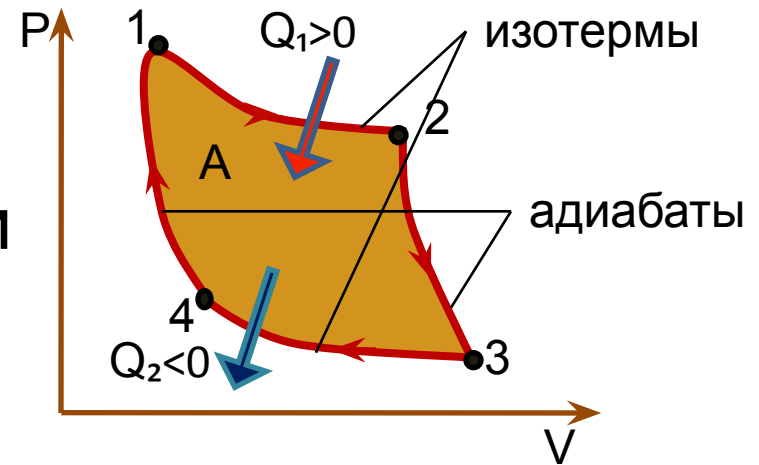
Процесс обратный происходящему в тепловом двигателе, происходит в холодильной установке. Системой за цикл от термостата с более низкой температурой T_2 отнимается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой T_1 передается количество теплоты Q_1 . Для кругового процесса $Q_2 - Q_1 = -A$, $Q_1 = Q_2 + A$. то есть количество теплоты Q_1 отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре T_1 , больше количества теплоты полученной от источника теплоты при более низкой температуре на величину работы совершенной над системой A .

Холодильная
установка



Цикл Карно

Карно разработал наиболее экономичный цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ заключенный в сосуд с поршнем.



При изотермическом расширении ($dT = 0 \Rightarrow U = const$) (участок траектории 1-2) газ находится в тепловом контакте с нагревателем имеющим постоянную температуру T_{const} . От нагревателя получаем некоторое количество теплоты $Q_1 > 0$, после этого газ тепло-изолируется (участок траектории 2-3) и расширение происходит адиабатически. На участке 3-4 газ входит

в тепловой контакт с холодильником, имеющим постоянную температуру $T_2 = \text{const}$. При этом газ изотермически сжимается и передаёт холодильнику количество теплоты Q_2 . Затем система снова изолируется, и в процессе 4-1 адиабатно сжимается до своего первоначального состояния (точка 1).

Работа которую совершает газ в цикле Карно:
 $A = Q = Q_1 - |Q_2|$

Термическое КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{поед}}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

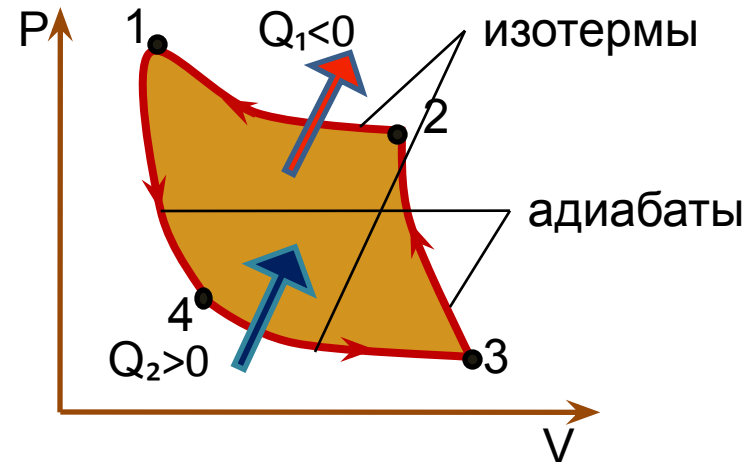
$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Для прямого цикла Карно справедливо

соотношение:

$$\frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \left| \frac{Q_1}{T_1} \right| = \left| \frac{Q_2}{T_2} \right|$$

В обратном цикле Карно количество теплоты Q_1 отводится от газа в процессе 2-1, а количество теплоты Q_2 подводится к газу в процессе 4-3, а работа $A = Q_1 + Q_2$ совершаемая в один цикл отрицательная. Это справедливо для лю-



бого обратного цикла. Если рабочее тело совершает обратный цикл, то при этом осуществляется передача теплоты от холодного тела горячему за счет совершения работы внешними силами.

$$Q_{отв}$$

Величина равная отношению теплоты отведенной в обратном цикле от охлаждаемого тела к совершенной в этом цикле работе называется **холодильным коэффициентом**.

$$\varepsilon = \frac{Q_{отв}}{A}$$

Для обратного цикла Карно справедливо:

$$Q_{отв} = Q_2 \Rightarrow A = -A = -(Q_1 + Q_2) = |Q_1| - Q_2$$

Холодильный коэффициент обратного цикла Карно равен:

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$