

В сложившейся мировой практике фондового рынка под портфелем финансовых активов понимается некая совокупность ценных бумаг, принадлежащих физическому или юридическому лицу и выступающая как целостный объект управления.

Созданный портфель представляет собой определенный набор из финансовых активов, в т.ч. государственных с различной степенью дохода и риска. Теоретически портфель может состоять из активов одного вида, но это достаточно рискованно. Снижение риска можно добиться путем тщательного подбора ценных бумаг и их диверсификацией.

Смысл портфеля - улучшить условия инвестирования, придав совокупности фин. активов такие инвестиционные характеристики, которые недостижимы с позиции отдельно взятого актива, а возможны только при комбинации фин. активов.

В связи с этим возникает проблема количественного соответствия между доходностью и риском.

Соотношение этих факторов позволяет определить тип портфеля.

Тип портфеля можно классифицировать по способу и источнику получения дохода. Доход по фин. активу может быть получен: как за счет роста курсовой стоимости актива, так и за счет текущих выплат - дивидендов, процентов.

В соответствии с этим различают три основных типа портфелей:

1. Портфель роста формируется из активов, курсовая стоимость которых растет. Различают несколько видов портфелей роста.

1.1. Портфель агрессивного роста нацелен на максимальный прирост капитала. Сюда входят акции молодых быстрорастущих компаний. Инвестиции в акции довольно рискованны, но могут принести самый высокий доход.

1.2. Портфель консервативного роста наименее рискованный, состоит из акций крупных компаний (голубых фишек). Состав портфеля устойчив в течение длительного времени, нацелен на сохранение капитала.

1.3. Портфель среднего роста сочетает инвестиционные свойства портфелей агрессивного и консервативного роста. Наряду с надежными ценными бумагами сюда включаются рискованные фондовые инструменты. При этом гарантируются средний прирост капитала и умеренная степень риска вложений. Это наиболее популярный портфель среди инвесторов, не склонных к большому риску.

2. Портфель дохода ориентирован на получение высокого текущего дохода - процентных и дивидендных выплат. Здесь различают два вида портфелей:

2.1. Портфель регулярного дохода - формируется из высоконадежных фин активов (гос. облигаций) и приносит средний доход при минимальном риске.

2.1. Портфель доходных бумаг - состоит из высокодоходных облигаций корпораций, и ценных бумаг, приносящих высокий доход при среднем уровне риска.

3. Портфель роста и дохода. Данный портфель формируется для избежание возможных потерь на фондовом рынке как от падения курсовой стоимости, так и низких дивидендных или процентных выплат. Одна часть финансовых активов, входящих в состав данного портфеля, дает владельцу рост капитальной стоимости, а другая - доход. Потеря одной части может компенсироваться возрастанием другой.



При разработке стратегии инвестирования необходимо учитывать состояние рынка ценных бумаг и постоянно пересматривать инвестиционный портфель, своевременно приобретать высокодоходные ценные бумаги и максимально быстро избавляться от низкодоходных активов.

Главной целью при формировании портфеля является стремление получить требуемый уровень ожидаемой доходности при наименьшем уровне ожидаемого риска.

Т.к. портфель инвестора состоит из активов, каждый из которых обладает своей ожидаемой доходностью, то ожидаемая доходность портфеля определяется как средневзвешенная из ожидаемых доходностей, входящих в портфель активов.

$$R(p) = \sum b_i \cdot r_i$$

где, b_i - удельный вес актива в портфеле; r_i - доходность i -го актива

$$b_i = \frac{p_i}{P_{\text{порт}}}$$

где, p_i - цена актива; $P_{\text{порт}}$ - цена портфеля.

Приобретая некий финансовый актив, инвестор ориентируется не только на ожидаемую доходность актива, но и учитывает его риск.

В качестве показателя риска одного актива используют показатели дисперсии или среднего квадратического отклонения доходности актива.

Ожидаемый риск портфеля определяется через определение стандартных отклонений доходностей, входящих в него активов.

Риск портфеля ценных бумаг зависит от того, в каком направлении изменятся доходности, входящих в портфель активов. Для определения взаимосвязи и направления изменения доходностей двух активов используют показатели ковариации и корреляции.

$$\text{COV}_{A_i B} = \frac{\sum (r_{iA} - r_A) \cdot (r_{iB} - r_B)}{n}$$

где, r_{iA} и r_{iB} – доходности активов А и В соответственно;

r_A и r_B – средние доходности активов А и В соответственно,
 n – число временных периодов.

Данный коэффициент может иметь положительные и отрицательные значения. «+» значение ковариации свидетельствует о том, что доходности активов изменяются в одном направлении, если «-», то в противоположном.

Если ковариация равна 0, то взаимосвязь между доходностями отсутствует.

$$\text{CORR}_{A_i B} = \frac{\text{COV}_{A_i B}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

где, σ_A и σ_B – средние квадратические отклонения активов А и В соответственно;

Коэффициент корреляции изменяется от +1 до -1. «+» значение говорит о том, что доходности изменяются в одном направлении, «-» - что в обратном.

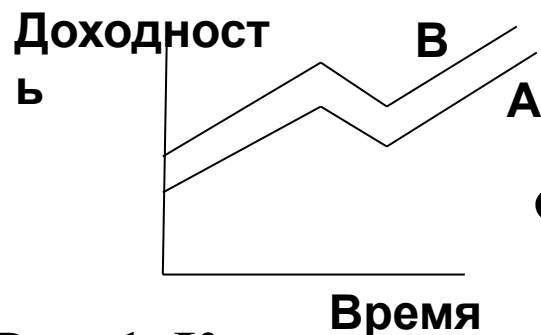
Риск портфеля состоящего из нескольких активов определяется по формуле:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K b_i b_j \text{cov}_{i,j}$$

где, K – число активов в портфеле. i и j – активы.

Если в портфель входят два актива с корреляцией = +1, то риск портфеля определяется как средневзвешенный риск, входящих в него активов.

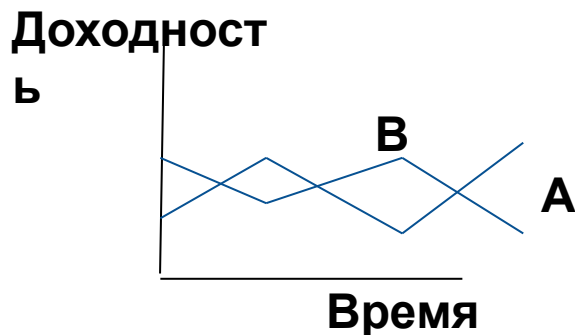
Следовательно, в этом случае происходит не снижение, а усреднение риска.



$$\sigma^2 = (b_A \cdot \sigma_A + b_B \cdot \sigma_B)^2$$

Рис. 1. Корреляции доходности «+1»

При корреляции равной -1 происходит уменьшение риска портфеля по сравнению с риском активов, входящих в портфель. При этом ожидаемая доходность портфеля будет складываться из ожидаемых доходностей активов в них входящих с учетом их удельного веса.



$$\sigma^2 = (b_A \cdot \sigma_A - b_B \cdot \sigma_B)^2$$

Рис. 2. Корреляции доходности «-1»

Сочетая активы в различных пропорциях можно сформировать портфель без риска в точке С.

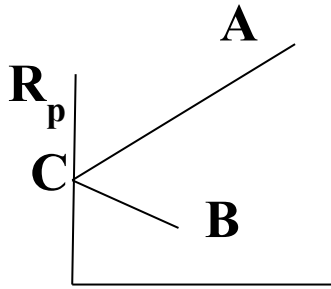


Рис. 3. Варианты портфеля, состоящие из двух активов с корреляцией доходности «-1»

Чтобы сформировать такой портфель необходимо найти соответствующие удельные веса активов А и В.

Тогда
$$\sigma = b_A \cdot \sigma_A - b_B \cdot \sigma_B = 0$$

$$b_B = \frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B} ; \quad b_A = 1 - \frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B} = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$$

Например, имеются данные о среднеквадратических отклонениях активов А и В. $\sigma_A = 0,0268$; $\sigma_B = 0,0350$. Необходимо определить удельные веса активов А и В в портфеле с нулевым риском.

$$b_B = \frac{0,0268}{0,0268 + 0,035} = 0,4337; \quad b_A = 1 - 0,4337 = 0,5663$$

Т.е. если вкладчик планирует инвестировать 100 тыс. руб. в активы А и В, то для формирования портфеля без риска ему необходимо приобрести актив А на сумму $(100000 * 0,5663 =)$ 56,63 тыс. руб. и актив В на 43,37 тыс. руб.

Таким образом, 1) Если корреляция активов в портфеле +1, то достигается не уменьшение, а усреднение рисков.

2) Если в портфель объединяются активы с корреляцией менее чем +1, то его риск уменьшается при сохранении доходности.

3) Чем меньше корреляция доходности, тем меньше риск портфеля.

4) Если в портфеле объединяются активы с корреляцией меньшей или равной -1, то может быть достигнут нулевой уровень риска.

Доминирующий портфель

Корреляция между доходностями двух финансовых инструментов в портфеле может изменяться от -1 до +1.

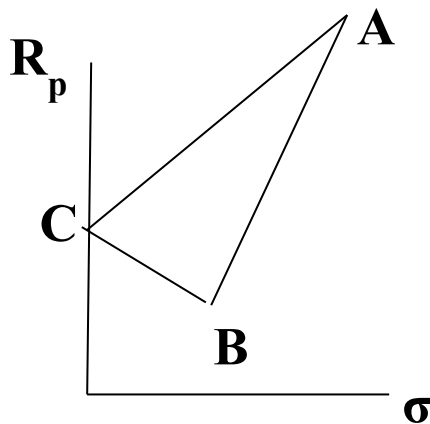


Рис. 4. Варианты портфеля, состоящие из двух активов корреляция доходности которых изменяется -1 до +1.

На рис.4. возможные комбинации из двух активов с корреляцией -1, располагаются на прямых AC и BC. Все комбинации портфелей для корреляции +1 — на прямой AB. Комбинации портфелей для других значений корреляции располагаются внутри треугольника ABC.

Если построить график для портфелей, состоящих из активов А и В при меньшей корреляции, чем +1, то он примет выпуклый вид см. рис. 5. Чем меньше корреляция между доходностями активов, тем более выпуклый будет график.

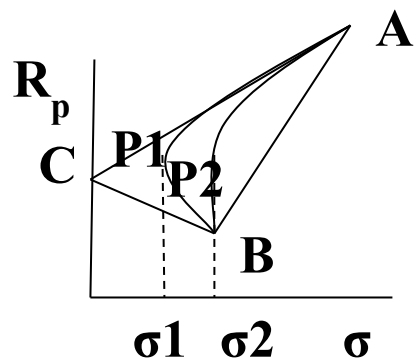


Рис.5. Варианты портфелей из двух активов с различной степенью корреляции доходности

Чем меньше корреляция между активами, тем более он привлекателен для формирования портфеля, поскольку инвестор может получить тот же уровень ожидаемой доходности при меньшем риске.

Если активы имеют корреляцию меньше +1, то инвестор может сформировать любой портфель, который бы располагался на кривой ADB. Однако рациональный инвестор остановит свой выбор только на верхней части данной кривой DB (рис. 6).

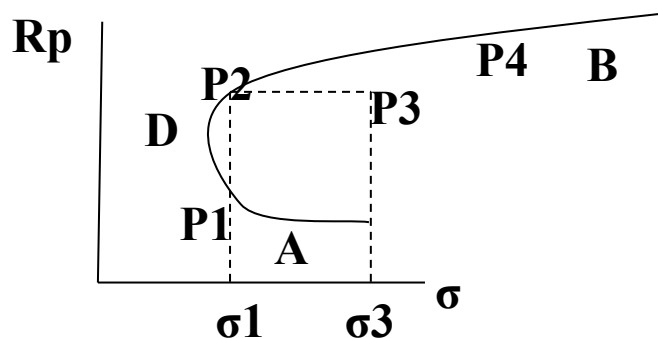


Рис. 6 Варианты портфеля из двух активов с корреляцией доходности меньше +1

Если один портфель имеет более высокий уровень доходности при одном и том же уровне риска или более низкий риск при той же доходности, чем остальные портфели, то он называется доминирующим. Портфель P2 будет доминирующим по отношению к портфелям P1 и P3. P4 нельзя сравнивать ни с каким портфелем, т.к. он имеет и наибольшую доходность и наибольший риск. Рациональный инвестор всегда сделает выбор в пользу доминирующего портфеля.

Если инвестор формирует портфель из двух активов А и В, то в точке D он получит портфель с минимальным уровнем риска. Чтобы его сформировать необходимо найти удельные веса активов А и В в портфеле. Для этого необходимо продифференцировать уравнение

$$\sigma_p^2 = b_A^2 \cdot \sigma_A^2 + b_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot b_A \cdot b_B \cdot \text{cov}_{AB}$$

и приравнять его к нулю. Тогда

$$b_B = \frac{\sigma_A^2 - \text{cov}_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \text{cov}_{AB}} \quad \text{или}$$

$$b_A = 1 - \frac{\sigma_A^2 - \text{cov}_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \text{cov}_{AB}} = \frac{\sigma_B^2 - \text{cov}_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \text{cov}_{AB}}$$

Стратегия диверсификации Г. Марковица

Решение проблемы оптимального распределения долей капитала между фин. активами, сводящего общий риск к $\min$, и составление оптимального портфеля было предложено в 50-е годы XX века американским ученым Г. Марковицем.

(Гарри Макс Марковиц – ведущий американский экономист, является автором теории портфельных инвестиций, лауреат Нобелевской премии. Марковиц является также одним из родоначальников теории финансов, одной из наиболее прогрессивно развивающихся экономических наук.)

Формализованная модель Г. Марковица позволяет добиваться формирования такого инвестиционного портфеля, который бы отвечал потребностям и целям каждого индивидуального инвестора. Как любая формализованная модель, данная модель имеет ряд допущений:

- рынок эффективен, т.е. на таком рынке вся имеющаяся информация трансформируется в изменение котировок ценных бумаг. Это рынок, который практически мгновенно реагирует на появление новой информации.

значения доходности ценных бумаг являются случайными величинами, распределенными по нормальному (Гауссовскому) закону.

В этой связи, Марковиц считал, что инвестор формируя свой портфель, оценивает лишь два показателя – ожидаемую доходность и стандартное отклонение как меру риска (только эти два показателя определяют плотность вероятности случайных чисел при нормальном распределении). Следовательно, инвестор должен оценить доходность и риск каждого портфеля и выбрать тот, который соответствует его оценке на основании соотношения «доходность-риск».

Любой инвестор выберет из всего бесконечного набора портфелей портфель, который:

- 1. Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность при требуемом уровне риска.**
- 2. Обеспечивает минимальный риск для требуемой ожидаемой доходности.**

Набор портфелей, которые минимизируют уровень риска при каждой величине ожидаемой доходности, образуют так называемую границу эффективности. Эффективный портфель – это портфель, который обеспечивает минимальный риск при заданной величине доходности и максимальную отдачу при заданном уровне риска.

Метод нахождения эффективной границы был предложен Г. Марковцем в статье «Portfolio Selection». Он представил графическую иллюстрацию метода для портфелей, состоящих из трех активов. Рассуждения Г.Марковца:

Ожидаемая доходность портфеля из трех активов равна:

$$R(p) = \sum_{i=1}^3 b_i \cdot r_i$$

Риск портфеля составляет:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 b_i b_j \text{cov}_{ij}$$

Сумма всех удельных весов равна единице.

Если все средства инвестированы в первый актив, то портфель расположен в точке b, если во второй, - в точке a. На прямой ab находятся портфели, состоящие только из первого и второго активов. Например, в точке d 50% средств инвестировано в первую бумагу и 50% во вторую. В точке c портфель состоит только из третьей бумаги. В точке g в него входит на 50% первая бумага и на 50% третья и т.д. Таким образом, все возможные комбинации портфеле располагаются в рамках треугольника abc.

Кривую, на которой расположены портфели с одинаковой ожидаемой доходностью, Г.Марковец называет изосредней кривой доходности. Кривую для портфелей с одинаковой дисперсией - линией изодисперсии. Графически изосредние кривые представляют собой набор параллельных прямых линий.

Данный вывод можно получить на основе последнего уравнения выразив из данного уравнения уд. вес второй бумаги

$$b_2 = \frac{R_p - r_3}{r_2 - r_3} - \frac{r_1 - r_3}{r_2 - r_3} \cdot b_1 \quad \text{или} \quad b_2 = a_0 + k \cdot b_1$$

Пример. Ожидаемая доходность первой бумаги равна 10%, второй - 16%, третьей 22%. Инвестор хотел бы сформировать портфель с ожидаемой доходностью 19%. Угол наклона изосредней линии равен:

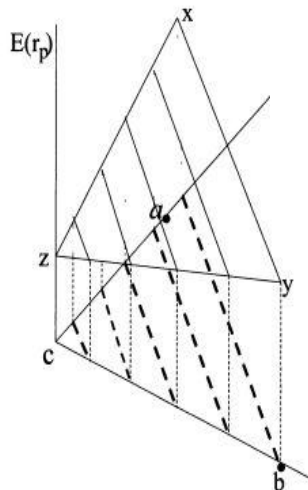
$$k = \frac{10 - 22}{16 - 22} = -2$$

$$a_0 = \frac{19 - 22}{16 - 22} = 0,5$$

Формула изосредней линии для портфеля с ожидаемой доходностью 19% имеет вид:

Портфель с доходностью 19% можно получить, придав разные уд. веса активам. Пусть первую бумагу инвестор включает в портфель в уд. весе 10%. Тогда $a_1 = 0,5 - 2 \cdot 0,1 = 0,3$ А уд. вес третьей будет равен $b_2 = 0,5 - 2 \cdot 0,1 = 0,3$

Портфель с доходностью 19% можно получить и на основе других сочетаний уд. весов.

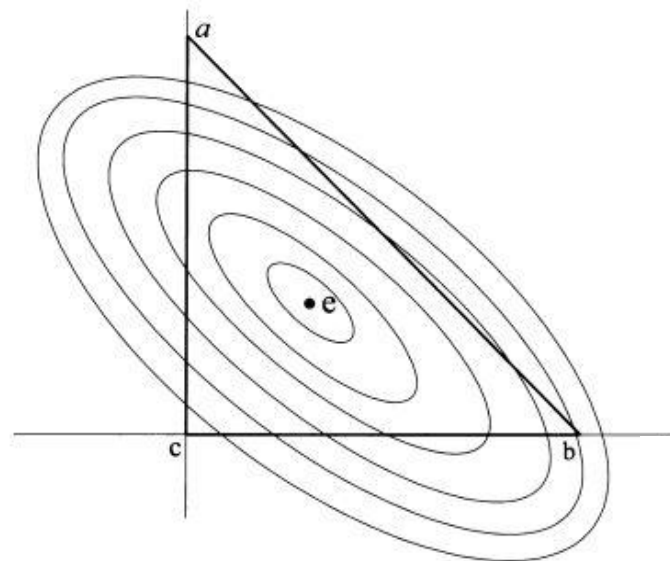


Карта изосредних кривых представляет собой трехмерное пространство. В горизонтальной плоскости расположены уд. веса первого и второго активов. Вертикальная ось - это ось ожидаемой доходности портфеля.

Ожидаемая доходность портфеля есть функция переменных b_1 и b_2 . Разные сочетания уд. весов активов дают плоскость xuz .

Если разрезать ее параллельными плоскостями, перпендикулярными оси $E(r_p)$ то получим на данной плоскости параллельные линии, которые соответствуют определенной фиксированной ожидаемой доходности портфеля для разных комбинаций уд. весов в портфеле. Проекции данных линий на горизонтальную плоскость b_1cb_2 и представляют собой изосредние кривые. На графике они изображены толстыми пунктирными линиями.

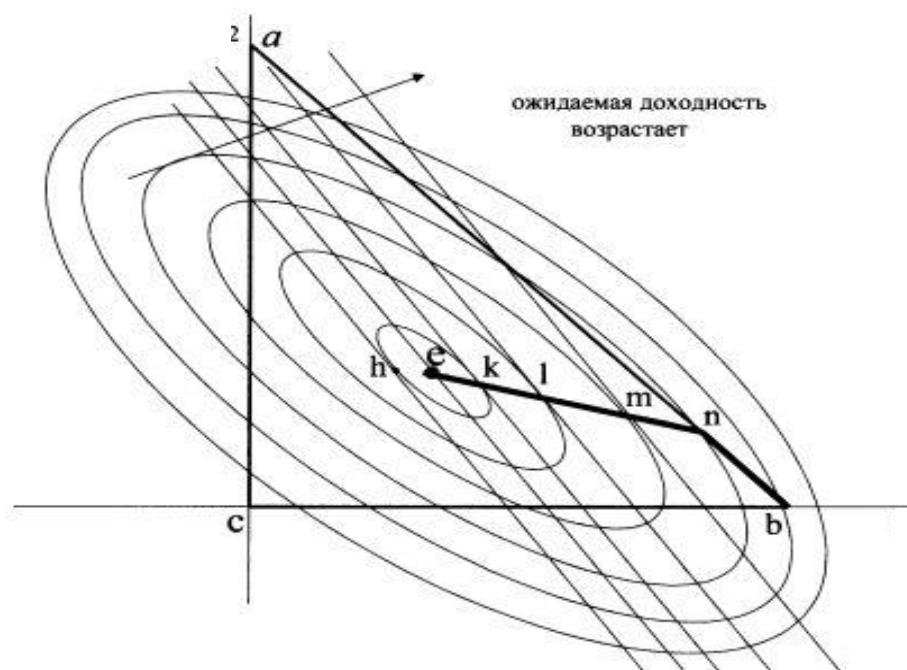
На вышеприведенных рисунках изосредние кривые имеют отрицательный наклон. Однако он может быть и положительным. Кривая изодисперсии представляет собой эллипс.



На данной кривой расположены все портфели с одинаковой дисперсией. Соответственно портфели с разными дисперсиями образуют семейство эллипсов. В точке e расположен портфель с минимальной дисперсией. Чем дальше расположен эллипс от точки, тем большей дисперсией он характеризуется.

На рисунке эллипсы расположены в направлении с северо-запада на юго-восток. Однако, как и в случае с изосредними кривыми, они могут принять и другие направления. Это зависит от расположения на графике бумаг, входящих в портфель.

Чтобы определить эффективную границу, необходимо на одном графике совместить изосредние кривые и эллипсы изодисперсии.



Для каждого данного уровня ожидаемой доходности портфели с минимальной дисперсией должны располагаться в точках касания соответствующей изосредней кривой и эллипса изодисперсии. Вначале Г. Марковец рассматривает случай, когда портфель с минимальной дисперсией лежит внутри треугольника abc . Доходность изосредних кривых возрастает слева направо, поэтому эффективными являются портфели e, k, l, m . Портфель e - это портфель с минимальной дисперсией. Портфели k, l, m расположены в точках касания эллипсов изодисперсии и соответствующих изосредних линий. Т.е. эффективные портфели расположены вправо, считая от портфеля e , поскольку доходность изосредних возрастает слева направо.

Портфели, расположенные в точках касания изосредних и изодисперсии левее точки e , не могут быть эффективными, так как для каждого уровня дисперсии их ожидаемые доходности меньше соответствующих эффективных портфелей.

Например, портфель h не является эффективным, поскольку его дисперсия равна дисперсии портфеля k , (они расположены на одном эллипсе изодисперсии), но ожидаемая доходность ниже. Эффективные портфели расположены на линии en . Г. Марковец назвал ее критической линией. Она проходит через точки касания изосредних и изодисперсии и представляет собой прямую.

Критическая линия является прямой, так как для всех эллипсов издисперсий точкой симметрии является точка e , т.е. портфель с минимальным риском, и все они расположены симметрично относительно друг друга в одном направлении. Т.е. объединение любого количества эффективных портфелей в один портфель вновь даст эффективный портфель. На рис. эффективная граница представлена прямой en . Точка n лежит на границе ab . Поскольку уд. веса активов в портфеле не могут быть отрицательными, то оставшаяся часть эффективной границы представляет собой отрезок nb . Таким образом, на рис. эффективная граница представлена ломаной enb .