

Основные понятия

- **Электростатика** изучает взаимодействие неподвижных зарядов и поля, созданные неподвижными зарядами.
- Система зарядов называется **электрически изолированной**, если через ограничивающую её поверхность не могут проникать электрические заряды.
- Для электрически изолированной системы справедлив **закон сохранения электрического заряда**: **в электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной**:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.}$$

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы, по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

Линейная плотность зарядов – заряд, приходящийся на единицу длины:

$$\tau = dq / d\ell$$

Поверхностная плотность зарядов – заряд, приходящийся на единицу площади:

$$\sigma = dq / dS$$

Объёмная плотность зарядов – заряд, приходящийся на единицу объёма:

$$\rho = dq / dV$$

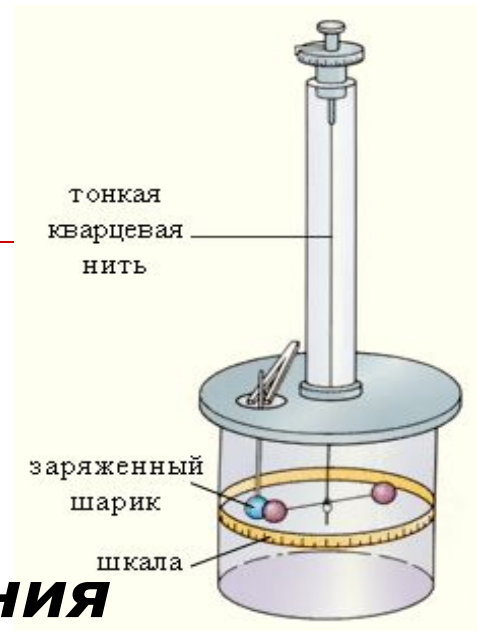
Пробный заряд – **малый** заряд (обычно положительный), не искажающий исследуемое поле.

Закон Кулона (1785 г.)

□ **Сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей заряды:**

$$\vec{F} = k_1 \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\frac{\vec{r}}{r}$ - единичный радиус-вектор, направленный вдоль линии, соединяющей заряды, k_1 - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц и от среды, в которой находятся заряды.



$$k_1 = k / \varepsilon,$$

ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

В СИ:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

ε_0 - электрическая постоянная.

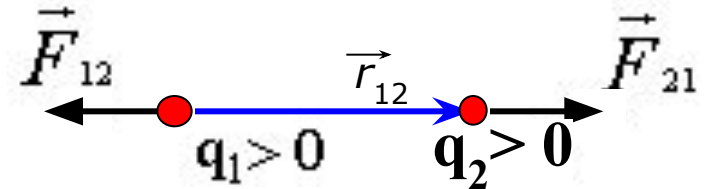
В СИ $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}/(\text{Н} \cdot \text{м}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2}$$

модуль
- силы
Кулона



Единица заряда в СИ - Кулон (Кл): один Кулон - заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}$$

Электрическое поле. Напряженность электрического поля

- Если в пространстве обнаруживается действие сил на электрические заряды, то говорят, что в нем существует **электрическое поле**. Поле - один из видов материи. Ему присуща масса и определенная энергия. Поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами, называется **электростатическим**.
- Силовой характеристикой электрического поля является напряжённость. **Напряжённостью поля** в данной точке называется векторная физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный пробный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и направленная так же, как и сила:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряжённость поля
точечного заряда:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

По модулю:

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2} \quad (1)$$

В вакууме:

$$|\vec{E}_0| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (2)$$

Из сравнения (1) и (2):

$$\epsilon = E_0 / E,$$

т.е. **относительная диэлектрическая проницаемость** показывает во сколько раз напряжённость электрического поля в однородном диэлектрике (E) меньше, чем в вакууме (E_0).

Принцип суперпозиции: напряженность поля $\vec{E}$, созданного системой точечных зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

При непрерывном распределении зарядов (заряженные протяжённые тела):

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Вектор напряжённости электростатического поля - силовая характеристика поля, зависящая от свойств среды.

Единица напряженности (E) - $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$.

Вектор электростатической индукции (вектор смещения электрического поля)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

Для поля точечного заряда:

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

По модулю:

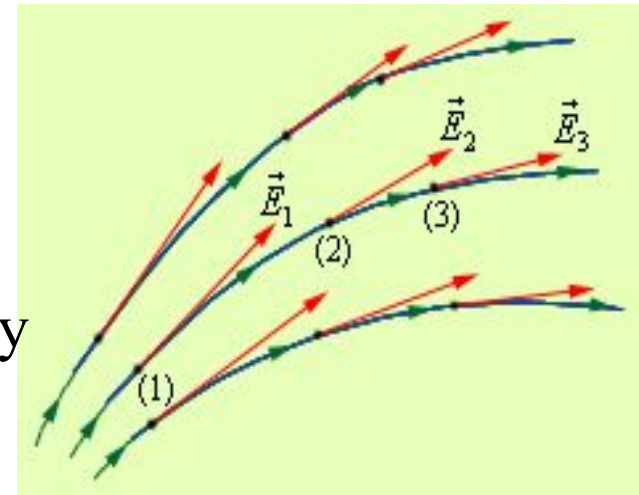
$$|\vec{D}| = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}$$

Вектор электростатической индукции (вектор смещения электрического поля) - вспомогательная силовая характеристика электростатического поля, не зависящая от свойств среды.

Единица вектора электростатической индукции D
(вектора электрического смещения) – 1 Кл/м².

Графическое изображение электростатических полей.

- **Линии напряженности (силовые линии)**, это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$ в этой точке.
- Густота силовых линий характеризует величину поля.
- Количество силовых линий через единицу площади равно напряжённости поля в пределах этой площади.
- Однородным называется поле, величина и направление вектора напряжённости которого во всех точках одинаковы. Оно изображается силовыми линиями одинаковой густоты.



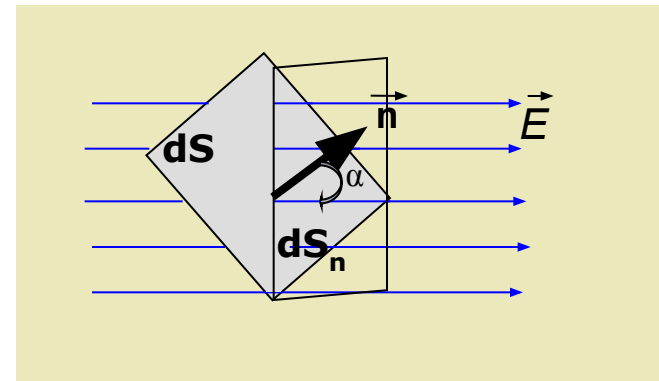
Поток вектора напряженности

Число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль к которой $\vec{n}$ образует угол α с вектором $\vec{E}$:

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha = E_n dS = E dS_n = (\vec{E}, d\vec{S}),$$

где
$$dS_n = dS \cdot \cos \alpha$$

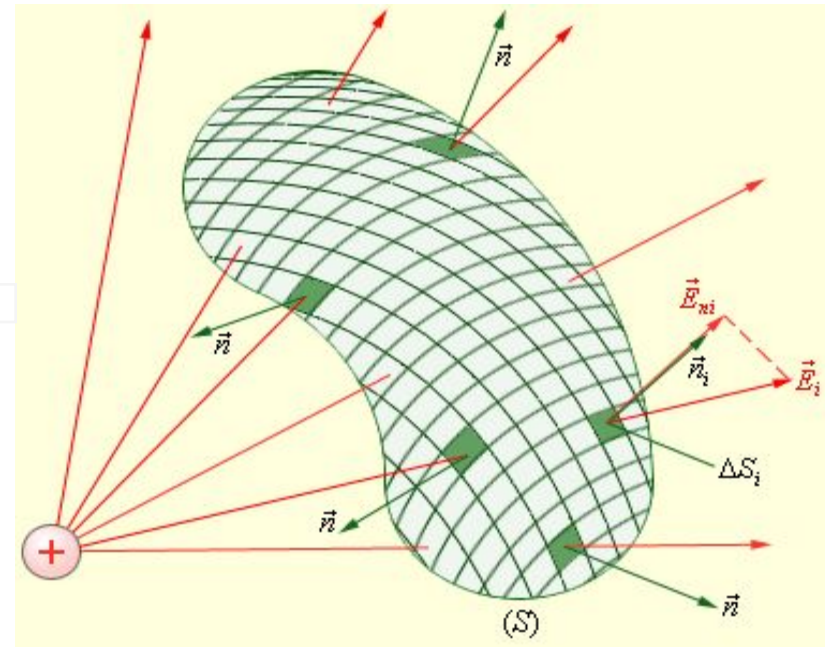
$d\Phi_E$ — *элементарный поток вектора напряжённости электрического поля через площадь dS .*



Единица потока вектора напряженности $1 \text{ В}\cdot\text{м} = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}^2 / \text{Кл}$

Полный поток через произвольную поверхность S в произвольном электростатическом поле определится по формуле:

$$\Phi_E = \int E \cdot dS \cos \alpha = \int E_n dS = \int (\vec{E}, d\vec{S}),$$



Для плоской поверхности в однородном электрическом поле:

$$\Phi_E = E \cdot S \cos \alpha = E_n S = E \cdot S_n = (\vec{E}, \vec{S})$$

Аналогично, поток вектора электрической индукции:

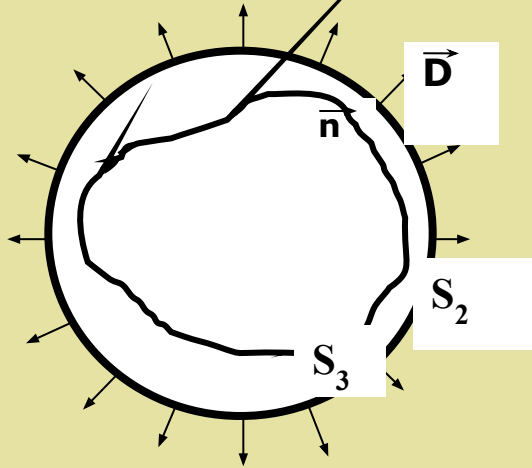
$$\Phi_D = \int D \cdot dS \cos \alpha = \int D_n dS = \int (\vec{D}, d\vec{S})$$

Для плоской поверхности в однородном электрическом поле:

$$\Phi_D = D \cdot S \cos \alpha = D_n S = D \cdot S_n = (\vec{D}, \vec{S})$$

Единица потока вектора электрической индукции – $1 \text{ Кл} = 1 \text{ Ф} \cdot \text{В}$

Теорема Остроградского-Гаусса



Поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность S_1 :

$$\Phi_{D1} = \oint (D, dS) = D \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\Phi_{D1} = \Phi_{D2} = \Phi_{D3} = q$$

Для системы зарядов:

$$\Phi_D = \sum q_i$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E.$$

В вакууме $\varepsilon = 1$, поэтому $\Phi_E = (1/\varepsilon_0) \sum q_i$

$$\oint_S (E_0, dS) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$

Поток вектора напряжённости электрического поля через произвольную замкнутую поверхность в вакууме равен

$1/\varepsilon_0$, умноженной на алгебраическую сумму зарядов, расположенных внутри этой поверхности.

Работа при перемещении заряда в электрическом поле

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q}{\epsilon r^2} dl \cos \alpha,$$

Так как $dl \cos \alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q}{\epsilon r^2} dr$$

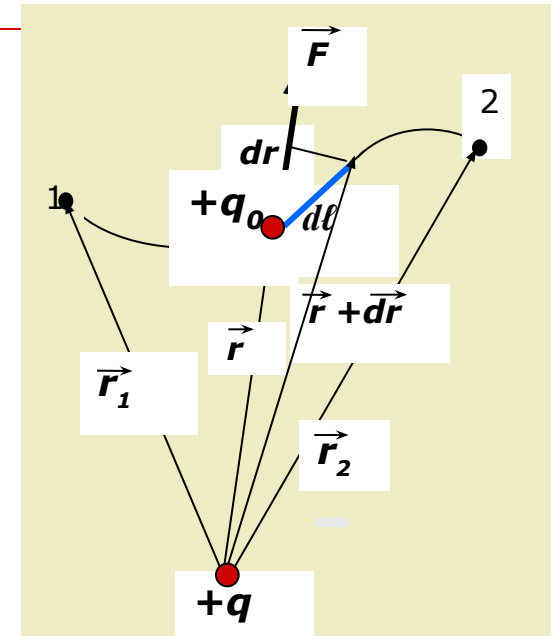
$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q q_0}{\epsilon r_1} - \frac{q q_0}{\epsilon r_2} \right)$$

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q q_0}{\epsilon r_1} - \frac{q q_0}{\epsilon r_2} \right)$$

$$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$$

Кулоновские силы - консервативные

$\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$ — циркуляция вектора напряжённости электростатического поля



Циркуляция вектора напряжённости электростатического поля равна нулю – это необходимое и достаточное условие консервативности (потенциальности) поля.

Потенциал электростатического поля

Для консервативного поля:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = W_{p1} - W_{p2}$$

$$A = W_{p1} - W_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q q_0}{r_1} - \frac{q q_0}{r_2} \right)$$

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r} + C, \text{ при } r \rightarrow \infty \quad W_p = 0, \text{ следовательно } C = 0.$$

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r}, \quad W_p = \varphi \cdot q_0$$

φ – потенциал электростатического поля, зависит только от характеристик самого поля.

Потенциал – энергетическая характеристика поля, скалярная величина.

$$\varphi = W_p / q_0$$

Потенциалом электростатического поля в данной точке называется физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд, помещённый в эту точку поля.

Для поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Для поля, созданного системой точечных зарядов:

$$\varphi = \sum \varphi_i$$

Для поля, созданного заряженным телом: $\varphi = \int d\varphi$

Если заряд перемещается из точки $r_1 = r$ в точку $r_2 = \infty$ то:

$$A_{\infty} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{\varepsilon r} = q_0 \varphi$$

Следовательно:

$$\varphi = A_{\infty} / q_0$$

Потенциал данной точки поля численно равен работе по перемещению единичного положительного заряда из этой точки поля в бесконечность.

При перемещении из точки r_1 в точку r_2 :

$$A = -\Delta W_p = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 U$$

$$U = (\varphi_1 - \varphi_2) - \text{напряжение}$$

Единица потенциала и напряжения – $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$

Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряжённостью и потенциалом.

Эквипотенциальными поверхностями называют поверхности, во всех точках которых потенциал одинаков.

$$dA = q_o(\varphi_1 - \varphi_2) = 0,$$

$$dA = F d\ell \cos\alpha = q_o E d\ell \cos\alpha = 0,$$

$$\cos\alpha = 0, \quad E \perp d\ell$$

Силовые линии перпендикулярны к
эквипотенциальным поверхностям

$$dA = q_o(\varphi_1 - \varphi_2) = -q_o d\varphi,$$

$$dA = F d\ell \cos\alpha = q_o E d\ell \cos\alpha = q_o E dr.$$

$$\vec{E} = - \frac{d\varphi}{dr}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

