Лекции по ТТМО
доцент каф. Э6, ктн Рыжков С.В.

Э **нергомашиностроение.**
6

Лекция №10
ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УЧЕНИЯ О КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

- Основные понятия и определения
- Дифференциальное уравнение теории конвективного теплообмена
- Условия однозначности для процессов конвективного теплообмена

Основные понятия и определения

Конвективным *теплообменом* называется передача теплоты при движении жидкости. В реальных условиях конвекция теплоты всегда сопровождается молекулярным переносом теплоты, а иногда и лучистым теплообменом.

Конвективный теплообмен между движущейся средой и поверхностью ее раздела с другой средой (твердым телом, жидкостью или газом) называется ***теплоотдачей.***

Конвективный теплообмен при движении жидкости под действием неоднородного поля массовых сил (гравитационного, магнитного, электрического) называется **свободной конвекцией.**

Конвективный теплообмен при движении жидкости под действием внешних сил, приложенных на границах системы, или однородного поля массовых сил, приложенных к жидкости внутри системы, или за счет кинетической энергии, сообщенной жидкости вне системы, называется **вынужденной конвекцией.**

Процесс теплоотдачи называется ***стационарным,*** если поле температур в жидкости не зависит от времени, и ***нестационарным,*** если распределение температур в потоке зависит от времени.

$$q_{ст} = -\lambda_{ж} \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{n=0} \qquad (1)$$

$$q_{ст} = \alpha (T_{ж} - T_{ст}) \qquad (2)$$

где α– коэффициент теплоотдачи.

$$\alpha = -\frac{\lambda_{ж}}{T_{ж} - T_{ст}} \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{n=0} \qquad (3)$$

Ниже приведен порядок значений коэффициента теплоотдачи для различных условий конвективного теплообмена, Вт/(м^{2}К):

Свободная гравитационная конвекция в газах	**5 — 30**
Свободная конвекция воды	**10^2 — 10^3**
Вынужденная конвекция газов	**10 — 500**
Вынужденная конвекция воды	**500 — 2•10^4**
Кипение воды	**2•10^3 — 5•10^5**
Жидкие металлы	**10^2 — 3•10^4**
Пленочная конденсация водяных паров	**4•10^3 — 1,5•10^4**
Капельная конденсация водяных наров	**4•10^4 —1,2•10^5**

Значение коэффициента теплоотдачи зависит от:

1) причины движения жидкости (естественная или вынужденная конвекция)

2) режима течения жидкости(ламинарный или турбулентный)

3) скорости жидкости, теплофизических параметры жидкости, геометрической формы и размеров тела,

наличия фазовых переходов.

Обычно температура жидкости в условиях теплоотдачи изменяется от $T_{\text{ж}}$ до $T_{\text{ст}}$ в некоторой области,
называемой ***пограничным слоем.***

$$\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{n=0} \approx -\frac{(T_{\text{ж}} - T_{\text{ст}})}{\delta_T} \qquad (4)$$

где δ_T – толщина теплового пограничного слоя.

$$\alpha = -\frac{\lambda_{\text{ж}}}{T_{\text{ж}} - T_{\text{ст}}}\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{n=0} \approx \frac{\lambda_{\text{ж}}}{\delta_T} \qquad (5)$$

Удельные плотности тепловых потоков различных источников теплоты, с которыми приходится иметь дело в современной технике, приведены ниже, Вт/м^2:

Тепловое излучение Солнца перпендикулярно поверхности Земли в полдень **$1{,}4 \cdot 10^3$**
Теплообменники на электростанциях **$5 \cdot 10^6$**
Реактивные двигатели на химическом топливе **$7 \cdot 10^7$**
Излучение поверхности Солнца **$7{,}4 \cdot 10^7$**
Тепловой поток к головной части спускаемых космических аппаратов (скорость 11 км/с, масса 10т) **$2 \cdot 10^8$**
Реактивные двигатели на ядерном горючем **$6 \cdot 10^8$**
Термоядерные реактивные двигатели **10^9**
Лазерное излучение **10^{12} -10^{20}**

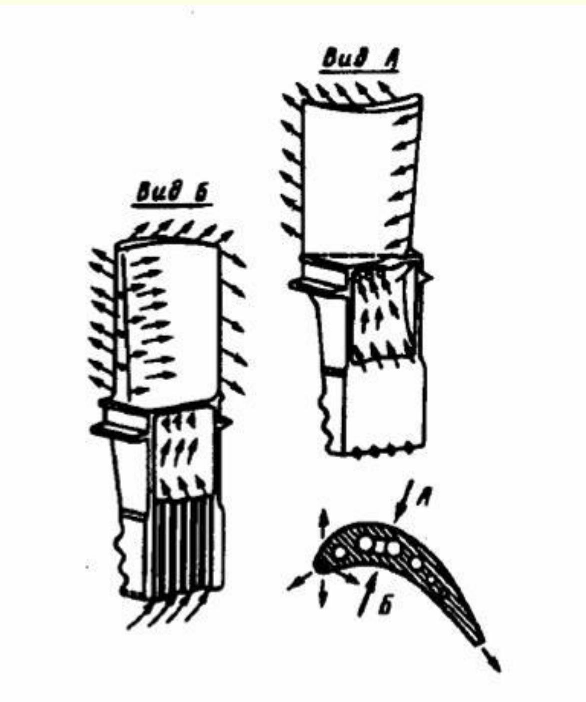

Рис. 1. Схема охлаждения лопатки газовой турбины авиационного двигателя

Современная теория конвективного теплообмена базируется на следующих основных предпосылках:

1) движущая среда, используемая для переноса теплоты, рассматривается как сплошная среда;
2) система дифференциальных уравнений, описывающая процессы конвективного теплообмена, выводится на основе ба
лансовых уравнений сохранения энергии, вещества и количества
движения;
3) для замыкания исходной системы дифференциальных уравнений используются гипотезы, устанавливающие связь меж
ду тепловым потоком и градиентом температур, а также между
трением и градиентом скоростей;
4) физические параметры жидкости (вязкость $\mu_ж$, плотность $\rho_ж$ теплоемкость $c_{рж}$ и теплопроводность $\lambda_ж$) считаются извест
ными функциями параметров состояния.

Дифференциальные уравнения теории конвективного теплообмена

<u>Закон сохранения для движущейся среды</u>

Первое начало термодинамики для элементарного объема движущейся среды можно записать в виде

$$Q_V d\tau + L_V d\tau = \rho(du + d(\frac{w^2}{2})) \qquad (6)$$

где Q_V - количество теплоты, поступающей в единицу объема в единицу времени, Вт/м^3; L_V - работа,
совершаемая внешними силами над единицей объема среды в единицу времени, Вт/м^3; τ - время, с;
ρ - плотность среды, кг/м^3; u - удельная внутренняя энергия, Дж/кг; w - скорость движения среды, м/с.

$$du = dh + d(p\upsilon) \qquad (7)$$

где h - энтальпия, Дж/кг; p - давление, Па; v - удельный объем, м^3/кг.

$$du + d\frac{w^2}{2} = dh + d\frac{w^2}{2} - \upsilon dp - pd\upsilon \qquad (8)$$

$$\int_V Q_V dV + \int_F q dF = \int_V q_V dV \qquad (9)$$

$$\int_F q dF = \int_V div(q) dV \qquad (10)$$

где q_V - интенсивность внутренних источников теплоты (таких, как объемные химические реакции,
радиоактивный распад, работа трения и т.п.), Вт/м^3.

$$Q_V + divq - q_V = 0 \qquad (11)$$

$$Q_V = div(\lambda grad\ T) + q_V \qquad (12)$$

$$div(\lambda grad\,T\;) + \;{}_V + p_V + \frac{dp}{d\tau} + \quad \rho\frac{dv}{d\tau} = \rho\left(\frac{dh}{d\tau} + \frac{d(w^2/2)}{d\tau}\right) \quad (13)$$

$$\rho\frac{Dh}{D\tau} = div(\lambda grad\;\;) + \;{}_V \quad (14)$$

где *Dh/Dτ* - субстанциональная производная

$$\frac{Dh}{D\tau} = \frac{\partial h}{\partial\tau} + (\vec{w}, grad\;h) \quad (15)$$

$$c\rho\frac{DT}{D\tau} = \lambda\nabla^2 T + q_V \quad (16)$$

$$c\rho\left(\frac{\partial T}{\partial\tau} + w_x\frac{\partial T}{\partial x} + w_y\frac{\partial T}{\partial y} + w_z\frac{\partial T}{\partial z}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + q_V \quad (17)$$

Для неподвижной среды

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial\tau} = \lambda\nabla^2 T + q_V \quad (18)$$

При отсутствии внутренних источников теплоты из уравнения (16) имеем

$$\frac{\partial T}{\partial\tau} + (\vec{w}, grad T) = a\nabla^2 T \quad (19)$$

Закон сохранения вещества для потока жидкости

Закон сохранения массы жидкости *M* в произвольном объеме *V*, ограниченном поверхностью *F*, можно записать в виде

$$dM_F = dM \qquad (20)$$

Введем вектор плотности потока массы $\vec{m}$

$$dM_F = -d\tau \int_V div\vec{m}dV \qquad (21)$$

$$dM = \int_V d\rho dV = d\tau \int_V \frac{d\rho}{d\tau}dV \qquad (22)$$

$$\int_V \left(\frac{d\rho}{d\tau} + div\vec{m}\right)dV = 0 \qquad (23)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} + div\vec{m} = 0 \qquad (24)$$

$$\vec{m} = \rho\vec{w} \qquad (25)$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{d\tau} + div(\rho\vec{w}) = 0 \qquad (26)$$

В прямоугольных координатах

$$\frac{d\rho}{d\tau}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho \vec{w}_x)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho \vec{w}_y)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho \vec{w}_z)=0 \qquad (27)$$

Для плоского течения

$$\frac{d\rho}{d\tau}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y)=0 \qquad (28)$$

Для осесимметричного течения

$$\frac{d\rho}{d\tau}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}((\rho r w_x)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r w_r))=0 \qquad (29)$$

Для несжимаемой жидкости ρ = const и уравнение неразрывности имеет вид

$$div(\vec{w})=0 \qquad (30)$$

$$\frac{\partial \vec{w}_x}{\partial x}+\frac{\partial \vec{w}_y}{\partial y}+\frac{\partial \vec{w}_z}{\partial z}=0 \qquad (31)$$

Закон сохранения количества движения вязкой жидкости

Главный вектор количества движения жидкости, находящейся в объеме V

$$\vec{K} = \int_V \rho \vec{w} dV \qquad (32)$$

$$\frac{D\vec{K}}{D\tau} = \frac{D}{D\tau}\int_V \rho \vec{w} dV = \int_V \rho \vec{M} dV + \int_F \vec{p} dF \qquad (33)$$

$$\frac{D}{D\tau}\int_V \rho \vec{w} dV = \int_V \rho \frac{D\vec{w}}{D\tau} dV + \int_V \vec{w} \frac{D}{D\tau}(\rho dV) \qquad (34)$$

$$\int_F \vec{p} dF = \int_V div \vec{p} dV \qquad (35)$$

$$\int_V (\rho \frac{D\vec{w}}{D\tau} - \rho \vec{M} - div \vec{p}) dV = 0 \qquad (36)$$

$$\rho \frac{D\vec{w}}{D\tau} = \rho \vec{M} + div \vec{p} \qquad (37)$$

$$\frac{D\vec{w}}{D\tau} = \frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + (\vec{w}, grad \vec{w}) \qquad (38)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \rho(\vec{w}, grad\, \vec{w}) = \rho \vec{M} + div\, \vec{p} \qquad (39)$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z}\right) w_x = \rho M_x + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z}\right) w_y = \rho M_y + \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zy}}{\partial z} \qquad (40)$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z}\right) w_z = \rho M_z + \frac{\partial p_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z}$$

В соответствии с гипотезой Ньютона касательное напряжение (напряжение сдвига) в плоском потоке вязкой
жидкости связано с производной от скорости по нормали к направлению потока простым соотношением

$$p_{xy} = \tau_{xz} = \mu \frac{dw_x}{dy} \qquad (41)$$

Динамическая вязкость газа в зависимости от температуры достаточно удовлетворительно описывается
формулой Сазерленда

$$\mu = C \frac{T^{3/2}}{T + 114} \qquad (42)$$

Для
воздуха

$$\mu = 14{,}65 \frac{T^{3/2}}{T + 114} \qquad (43)$$

Для практических расчетов можно использовать степенную
зависимость

$$\mu / \mu_0 = \left(T / T_0 \right)^n \qquad (44)$$

Обобщенный закон Ньютона представляет линейную зависимость напряжений от скорости деформации

$$p_{ij} = \begin{cases} \mu\left(\dfrac{\partial w_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial w_j}{\partial x_i}\right) \text{ при } \quad j \neq i \\ -p + 2\mu \dfrac{\partial w_i}{\partial x_i} \text{ при } \quad j = i \end{cases} \qquad (45)$$

Здесь *p* - давление жидкости в любой точке потока; координаты *x, y, z* обозначены через x_i, (*i* =
1, 2, 3)
соответственно.
Жидкость, подчиняющаяся закону Ньютона, называется ***ньютоновской жидкостью.***
Уравнение движения ньютоновской жидкости в векторной форме имеет вид

$$\rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial y} = \vec{g}\rho + 2div(\mu \dot{S}) - grad\left(p + \frac{2}{3}\mu div\vec{w}\right) \qquad (46)$$

Здесь $Dw/D\tau$ - вектор с проекциями $Dw_x/D\tau$, $Dw_y/D\tau$, $Dw_z/D\tau$; S - тензор скоростей деформаций,
компонентами которого являются

$$\begin{matrix} \dfrac{\partial w_x}{\partial x} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_x}{\partial y}+\dfrac{\partial w_y}{\partial x}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_x}{\partial z}+\dfrac{\partial w_z}{\partial x}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_y}{\partial x}+\dfrac{\partial w_x}{\partial y}\right) & \dfrac{\partial w_y}{\partial y} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_y}{\partial z}+\dfrac{\partial w_z}{\partial y}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_z}{\partial x}+\dfrac{\partial w_x}{\partial z}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w_x}{\partial y}+\dfrac{\partial w_y}{\partial z}\right) & \dfrac{\partial w_z}{\partial z} \end{matrix} \qquad (47)$$

В проекциях на прямоугольную систему координат векторное уравнение (46) запишется в виде трех
уравнений, которые называются уравнениями ***Навье-Стокса***:

$$\rho\frac{Dw_x}{D\tau}=-\frac{\partial p}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial w_x}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w_x}{\partial y}+\frac{\partial w_y}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w_x}{\partial z}+\frac{\partial w_z}{\partial x}\right)\right]-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\, div\, \vec{w}\right)+g_x\rho$$

$$\rho\frac{Dw_y}{D\tau}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w_y}{\partial x}+\frac{\partial w_x}{\partial y}\right)\right]+2\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial w_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w_y}{\partial z}+\frac{\partial w_z}{\partial y}\right)\right]-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\, div\, \vec{w}\right)+g_y\rho$$

$$\rho\frac{Dw_z}{D\tau}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial w_z}{\partial x}+\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial w_z}{\partial y}+\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)\right]+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\, div\, \vec{w}\right)+g_z\rho \qquad (48)$$

Для изотермического течения несжимаемой жидкости (ρ = const) и (μ = const)

$$\rho\frac{D\vec{w}}{D\tau}=\vec{g}\rho-grad\ p+\mu\,\nabla^2\vec{w} \qquad (49)$$

В проекциях на прямоугольные оси координат будем иметь

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+w_x\frac{\partial}{\partial x}+w_y\frac{\partial}{\partial y}+w_z\frac{\partial}{\partial z}\right)w_x=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\ \nabla^2 w_x$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+w_x\frac{\partial}{\partial x}+w_y\frac{\partial}{\partial y}+w_z\frac{\partial}{\partial z}\right)w_y=g_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\ \nabla^2 w_y \qquad (50)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+w_x\frac{\partial}{\partial x}+w_y\frac{\partial}{\partial y}+w_z\frac{\partial}{\partial z}\right)w_z=g_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\ \nabla^2 w_z$$

Проекция уравнения движения на ось *Ox* в цилиндрических координатах запишется в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+w_x\frac{\partial}{\partial x}+w_y\frac{\partial}{\partial y}+w_z\frac{\partial}{\partial z}\right)w_x=g_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\ \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w_x}{\partial r}\right) \qquad (51)$$

Дифференциальное уравнение переноса массы

Рассмотрим перенос массы данного вещества с плотностью $\rho_к$ в движущейся среде. Тогда во всем объеме *V* в единицу времени будет образовываться количество вещества, равное

$$\int_V j_{V_k} dV \qquad (52)$$

$$\int_S \left(\vec{j}_{k\sum} d\vec{S} \right) = \int div\, \vec{j}_{k\sum} dV \qquad (53)$$

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial \tau} + div\, \vec{j}_{V_k\sum} - j_{V_k} \right) dV = 0 \qquad (54)$$

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial \tau} + div\, \vec{j}_{k\sum} - j_{V_k} = 0 \qquad (55)$$

$$\vec{j}_{k\sum} = \vec{j}_{kM} + \rho_k \vec{w} \qquad (56)$$

$$\vec{j}_{kM} = -K_1 \nabla \mu_k - K_2 \nabla T \qquad (57)$$

где K_1 и K_2 - постоянные коэффициенты

$$\nabla \mu_k = \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial \rho_k} \right)_{p,T} \nabla \bar{\rho}_k + \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial T} \right)_{\rho_k, p} \nabla T + \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial p} \right)_{\rho_k, T} \nabla p, \qquad (58)$$

где $\bar{\rho} = \rho_k / \rho$

Введем следующие обозначения для коэффициента диффузии, термодиффузионного коэффициента и
бародиффузионного отношения соответственно:

$$D = \frac{1}{\rho} K_1 \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial \rho_k} \right)_{p,T}$$

$$K_T = \frac{T}{\rho D} \left[K_2 + K_1 \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial T} \right)_{\rho_\kappa, p} \right]$$

$$K_p = \frac{p}{\rho D} K_1 \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial p} \right)_{\rho_\kappa, T}$$

$$\vec{j}_{kM} = -\rho D (\nabla \bar{\rho}_k + \left(K_T / T \right) \nabla T + \left(K_p / p \right) \nabla p) \qquad (59)$$

Первый член в правой части этого уравнения характеризует молекулярный перенос массы *k-ой* компоненты
под действием градиента концентраций (закон диффузии Фика), второй определяет перенос массы вследствие термодиффузии (эффект Соре), а третий характеризует бародиффузию (диффузию массы под
влиянием градиента общего давления). В большинстве случаев термодиффузией и бародиффузией можно
пренебречь и ограничиться законом Фика

$$\vec{j}_{kM} = -\rho D \nabla \bar{\rho}_k \qquad (60)$$

$$\rho\frac{\partial\overline{\rho_k}}{\partial\tau}+\left(\rho\, \vec{w}, grad\,\overline{\rho}_k\right)=\rho D\nabla^2\overline{\rho}_k+j_{V_k} \qquad (61)$$

В декартовых и в цилиндрических координатах уравнения имеет вид соответственно:

$$\rho\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial\tau}+\rho w_x\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial x}+\rho w_y\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial y}+\rho w_z\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial z}=\rho D\left(\frac{\partial^2\overline{\rho}_k}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\overline{\rho}_k}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\overline{\rho}_k}{\partial z^2}\right)+j_{V_k} \qquad (62)$$

$$\rho\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial\tau}+\rho w_x\frac{\partial\overline{\rho}_k}{\partial x}+\frac{1}{r}\rho w_r\frac{\partial(r\overline{\rho}_k)}{\partial r}=\rho D\left(\frac{\partial^2\overline{\rho}_k}{\partial x^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\overline{\rho}_k)}{\partial r^2}\right)+j_{V_k} \qquad (63)$$

Уравнение диффузии типа (61) следует записать для каждой компоненты смеси. Общее количество
уравнений диффузии на единицу меньше числа компонент смеси, так как для массовых долей компонент
смеси имеется еще одно дополнительное условие

$$\sum_{k=1}^{n}\overline{\rho}_k=1 \qquad (64)$$

Система уравнений для турбулентного движения жидкости

Из гидродинамики известно, что существуют два режима течения жидкости: ламинарный и турбулентный. При ***ламинарном* течении** частицы жидкости следуют в потоке по вполне определенным главным траекториям, все время сохраняя движение в направлении вектора средней скорости потока, а возникающие в потоке случайные нерегулярности не развиваются, а гаснут. При ***турбулентном течении*** в потоке возникают пульсации скорости, отдельные объемы жидкости начинают двигаться поперек потока, причем эти объемы существенно больше тех, к которым можно применить понятие дифференциального объема сплошной среды. Следовательно, общие уравнения гидродинамики применимы и к турбулентному течению.

Турбулентное течение, строго говоря, является нестационарным, однако если осредненные по времени скорости не изменяются или изменяются медленно, то действительную скорость можно представить в виде суммы

$$\vec{w} = \vec{\overline{w}} + \vec{\upsilon} \qquad (65)$$

где $\vec{\overline{w}}$ – вектор осредненной скорости в данной точке;

$\vec{\upsilon}$ – вектор пульсационной составляющей истинной скорости, дающий отклонение скорости по величене инап равлению от осрдненного значения.

$$\overline{w} = \frac{1}{\Delta\tau}\int_{\Delta\tau} w\,d\tau \qquad (66)$$

$$\int_{\Delta\tau} \upsilon\,d\tau = 0 \qquad (67)$$

Для вывода уравнений осредненного движения турбулентного потока, следуя Рейнольдсу, примем
следующие правила осреднения:

если $\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta\tau}\int\limits_{\Delta\tau} \varphi d\tau$, то $\bar{\bar{\varphi}} = \frac{1}{\Delta\tau}\int\limits_{\Delta\tau} \bar{\varphi} d\tau = \bar{\varphi}$

$$\overline{\bar{\varphi}\psi} = \bar{\varphi}\bar{\psi}$$

$$\int\limits_{\Delta\tau} \Phi d\tau = 0$$

где Ф - пульсационная
составляющая φ

$$\rho\frac{D\bar{w}_x}{D\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\nabla^2\bar{w}_x + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\bar{\upsilon}_x^2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{\upsilon_y\upsilon_x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{\upsilon_z\upsilon_x}\right)\right]$$

$$\rho\frac{D\bar{w}_y}{D\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\nabla^2\bar{w}_y + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{\upsilon_x\upsilon_y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\bar{\upsilon}_y^2\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{\upsilon_z\upsilon_y}\right)\right] \quad (68)$$

$$\rho\frac{D\bar{w}_z}{D\tau} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\nabla^2\bar{w}_z + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{\upsilon_x\upsilon_z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{\upsilon_y\upsilon_z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\bar{\upsilon}_z^2\right)\right]$$

$$\frac{\partial\bar{w}_x}{\partial x} + \frac{\partial\bar{w}_y}{\partial y} + \frac{\partial\bar{w}_z}{\partial z} = 0$$

Из уравнений видно, что пульсации скорости вызывают появление новых членов, стоящих в квадратных
скобках, аналогичных по смыслу членам вязкого трения. Эти члены называются **турбулентными *напряжениями*** и характеризуют дополнительный перенос количества движения молярными объемами
жидкости, перемещающимися вследствие пульсаций скорости.
В частности, для плоского установившегося турбулентного потока, когда скорость *w* - функция только
поперечной координаты *y*, из уравнений (68) имеем

$$-\frac{dp}{dx}+\mu\frac{d^2\overline{w}}{dy^2}+\frac{d}{dy}\left(-\rho\overline{\upsilon_x\upsilon_y}\right)=0 \qquad (69)$$

Введем понятие турбулентного касательного напряжения

$$\tau_T=-\rho\overline{\upsilon_x\upsilon_y}=\mu_T d\overline{w}/dy \qquad (70)$$

выражение для суммарных касательных напряжений

$$\tau=(\mu+\mu_T)d\overline{w}/dy \qquad (71)$$

$$T=\overline{T}+\theta \qquad (72)$$

$$\frac{DT}{D\tau}=a\nabla^2\overline{T}+q_v/(c_p\rho)+div(-\overline{V\theta}) \qquad (73)$$

Турбулентная теплопроводность $\lambda_T=-\dfrac{\rho\overline{V\theta}}{dT/dy}$

$$\frac{DT}{D\tau} = a\ div((1+\lambda_T/\lambda) grad\ \overline{T}) + q_v/(c_p\rho) \qquad (74)$$

$$\overline{\rho}\frac{D\overline{\rho}_k}{D\tau} = \overline{\rho} D div((1+D_T/D) grad\ \overline{\rho}_k) + j_{V_k} \qquad (75)$$

где D_T - коэффициент турбулентной диффузии.

Условия однозначности для процессов конвективного теплообмена

Геометрические условия определяют форму и размеры твердого тела, на поверхности которого следует определить *q* или Т, расположение поверхности нагрева в потоке жидкости.

Физические условия определяют численные значения физических условий жидкости μ, ρ, λ, C_P, а также внутренние источники теплоты в потоке жидкости.

Временные условия учитывают особенности протекания процесса по времени и задаются в виде начального распределения температур и скоростей.

Граничные условия определяют условия на поверхностях теплообмена и на границах потока. Горизонтальную составляющую скорости на поверхности нагрева обычно принимают равной нулю (условие прилипания жидкости к стенке). Вертикальная составляющая скорости на поверхности нагрева в общем случае может быть отличной от нуля заданной или искомой величиной.

Тепловые граничные условия обычно включают задание температуры на поверхности нагрева или тепловых потоков.

Так же как и в теории теплопроводности, различают три способа задания тепловых граничных условий.

При граничном условии I рода заданным является распределение температуры на поверхности теплообмена. ***При граничном условии II*** рода известным является распределение удельного теплового потока на поверхности теплообмена.

Граничное условие III рода связывает температуру поверхности теплообмена с температурой окружающей среды через заданное значение коэффициента теплоотдачи. Обычно это условие записывается в виде

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{ст} = -\frac{\alpha}{\lambda_{ст}}(T_{ст} - T_{ж}) \qquad (76)$$

Контрольные вопросы

- Основные понятия и определения
- Закон сохранения для движущейся среды
- Закон сохранения вещества для потока жидкости
- Закон сохранения количества движения вязкой жидкости
- Дифференциальное уравнение переноса массы
- Система уравнений для турбулентного движения жидкости
- Условия однозначности для процессов конвективного теплообмена
- Ньютоновская жидкость
- Формула Сазерленда