

ЛЕКЦИЯ 10

Характеристики излучения лазеров

Тесно сплотились коварные атомы-
Ну-ка, попробуй, прорвись ты!
Живо по коням – в погоню за квантами!
Значит, мы – кванталеристы.

Марш студентов-физиков
Владимир Высоцкий

Балансные (скоростные) уравнения двухуровневой системы

$$\frac{d}{dz} I_L = \sigma_{12}(\omega_L) I_L [N_2 - N_1],$$

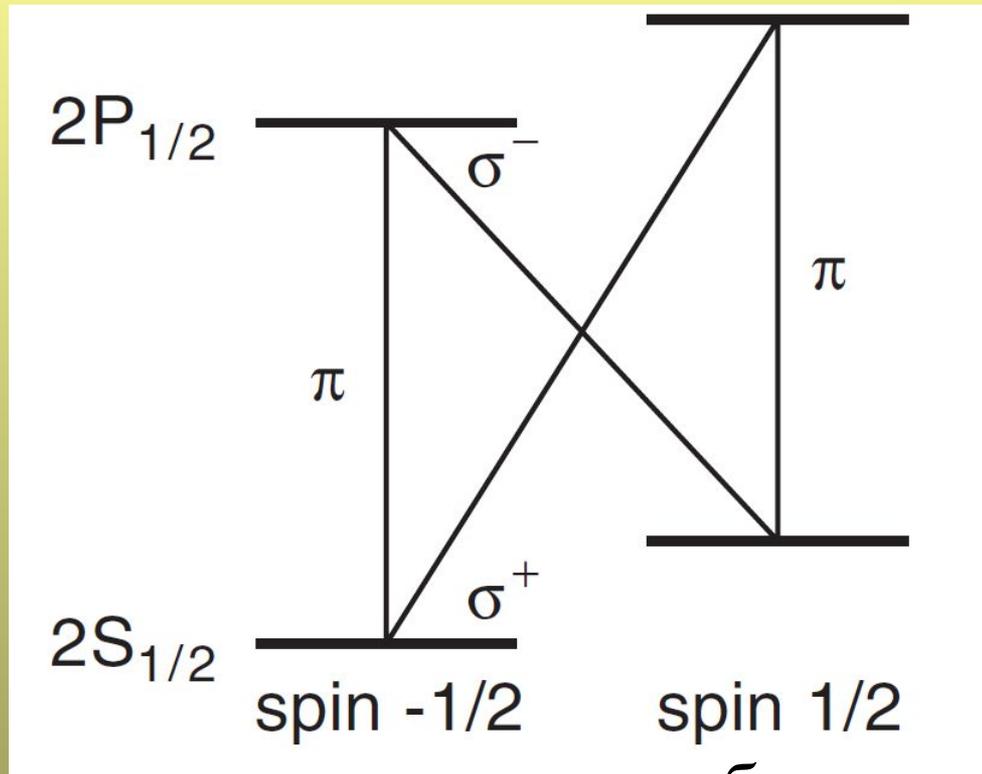
$$\frac{d}{dt} N_2 = -\sigma_{12}(\omega_L) I_L [N_2 - N_1] - \frac{1}{T_{21}} N_2,$$

$$\frac{d}{dt} N_1 = \sigma_{12}(\omega_L) I_L [N_2 - N_1] + \frac{1}{T_{21}} N_2.$$

$$N_2 - N_1 = \frac{-N}{1 + 2\sigma_{12}(\omega_L) I_L T_{21}}.$$

$$I_S = 1 / (2\sigma_{12} T_{21}) \quad - \text{ насыщающая плотность фотонов}$$

Оптическая накачка паров атомов рубидия

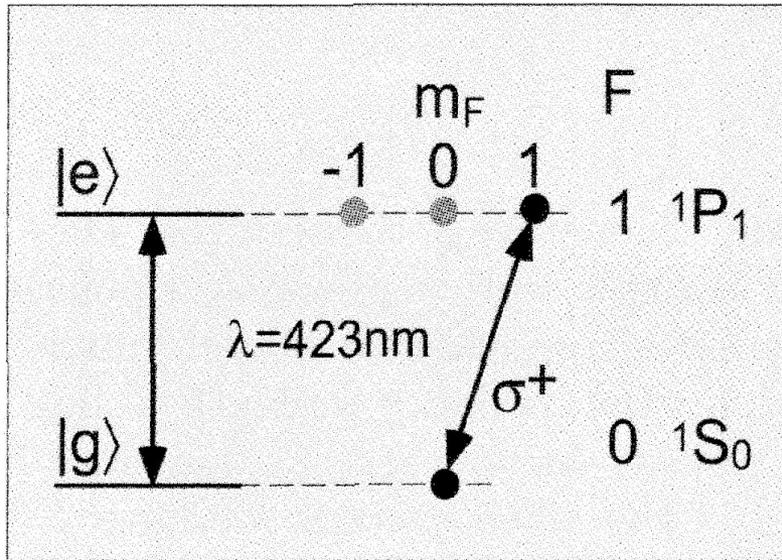


Зеемановская структура атомов рубидия в паровой фазе

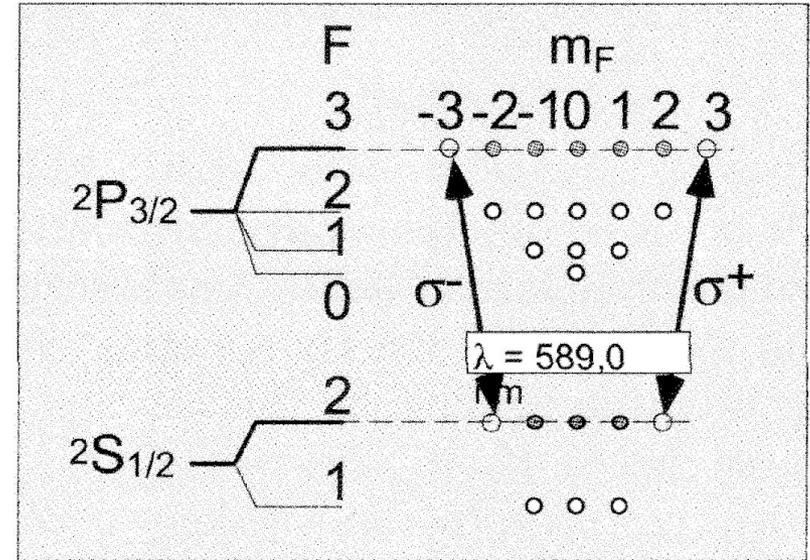
С круговым поляризованным светом, σ^+ или σ^- -переходы возможны, в зависимости от правого (+) или левого (-) характера состояния поляризации. Когда σ^+ поляризация выбирается для возбуждения системы $2P_{1/2}$ (спин $1/2$) подуровень обогащается. Из этого состояния атомы могут возвращаться в основное состояние через σ переход с вероятностью $2/3$ или π -переход с вероятностью $1/3$, и, таким образом, подуровень $2S_{1/2}$ (спин $1/2$) обогащается по сравнению с другим подуровнем основного состояния. Инверсия населенностей реализована.

Альфред Ка́стлер (фр. *Alfred Kastler*; [3 мая](#); 3 мая [1902](#); 3 мая 1902, [Геввиллер](#); 3 мая 1902, Геввиллер, [Германская империя](#); 3 мая 1902, Геввиллер, Германская империя — [7 января](#); 3 мая 1902, Геввиллер, Германская империя — 7

Calcium

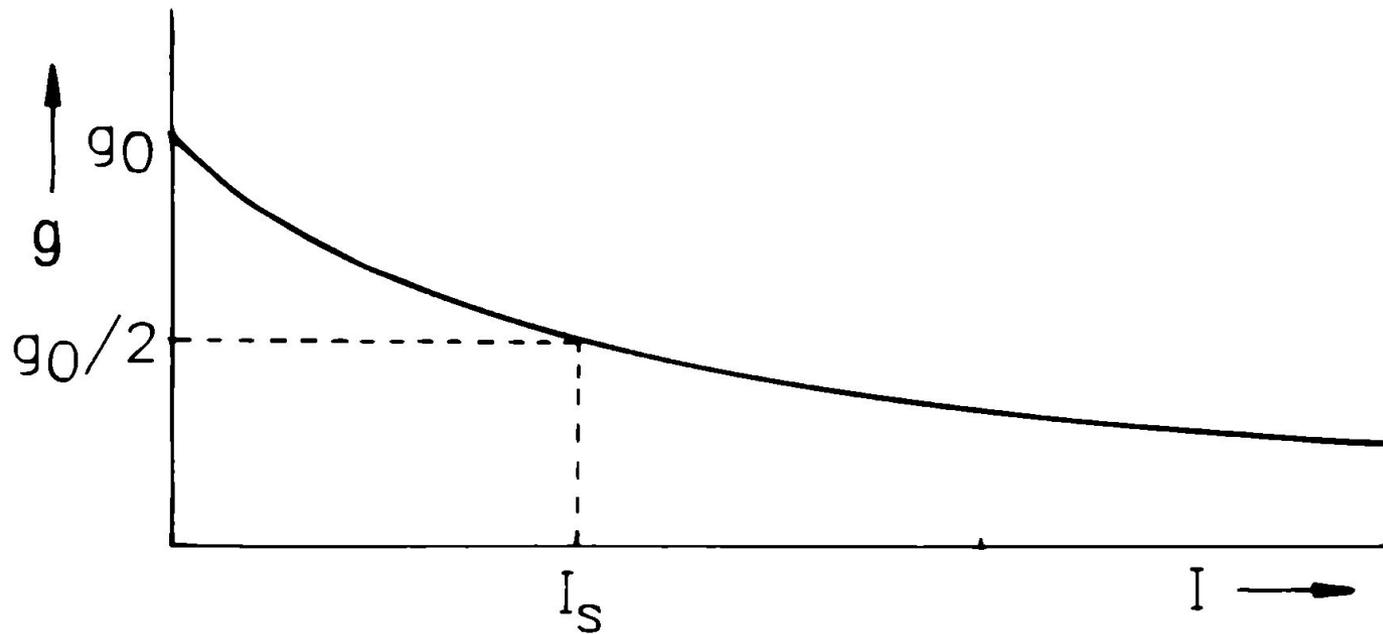


Sodium



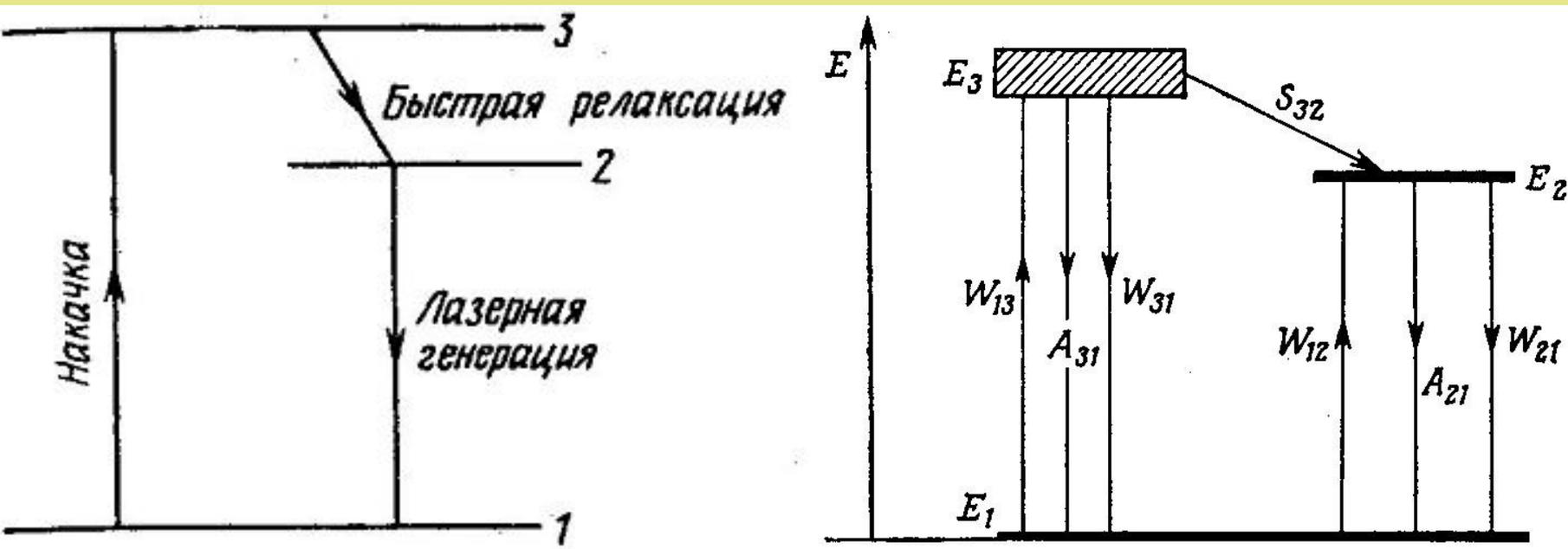
Abstract and realistic two-level atoms. Left: Calcium atom. A σ^+ polarized light field couples only states with angular momentum quantum numbers $|g\rangle = |F, m_F\rangle = |0, 0\rangle$ and $|e\rangle = |1, 1\rangle$. Right: Sodium atom. A circularly polarized light field (σ^\pm) is ‘pumping’ the sodium atoms to the outer $|F, m_F\rangle = |2, \pm 2\rangle$ states, which with σ^\pm light are coupling only to the $|3, \pm 3\rangle$ states.

$$g = \frac{g_0}{1 + I / I_S}$$



Зависимость коэффициента усиления от интенсивности

Трехуровневая схема накачки



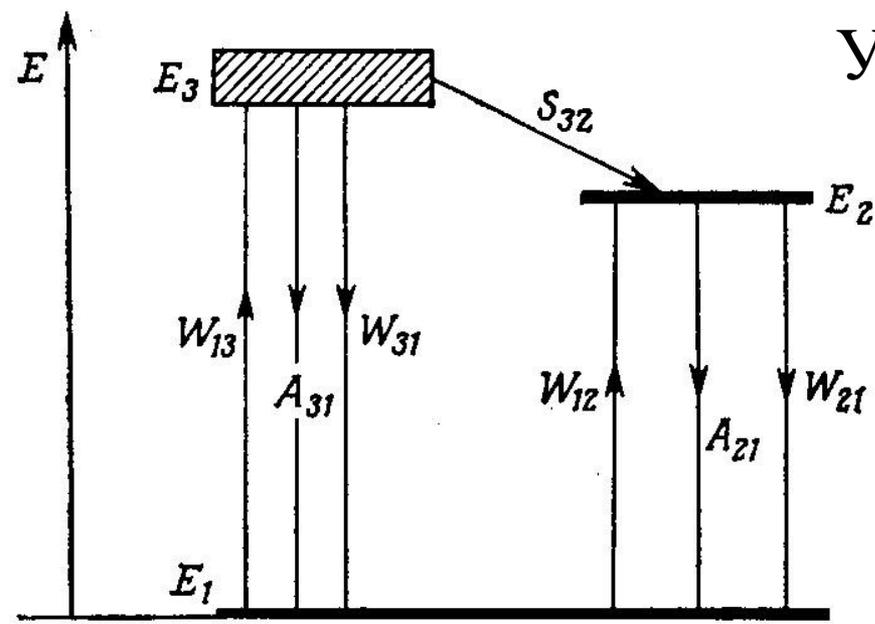
$$\frac{dN_3}{dt} = W_{13}N_1 - (W_{31} + A_{31} + S_{32})N_3 = 0,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12}N_1 - (A_{21} + W_{21})N_2 + S_{32}N_3 = 0,$$

$$N_0 = N_1 + N_2 + N_3.$$

Здесь через W , A и S обозначены вероятности вынужденного, спонтанного и спонтанного безызлучательного переходов (в течение 1 с),

Условие инверсной заселенности в 3-х уровневой схеме



$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{W_{13} \left(\frac{S_{32}}{W_{31} + A_{31} + S_{32}} \right) + W_{12}}{A_{21} + W_{21}}$$

$$A_{31} \ll S_{32} \quad W_{31} \ll S_{32}$$

$$\frac{N_2}{N_1} \approx \frac{W_{13} + W_{12}}{A_{21} + W_{21}}$$

$$W_{12} = W_{21}$$

$$\frac{N_2 - N_1}{N_1} \approx \frac{W_{13} - A_{21}}{A_{21} + W_{21}}$$

$$N_3 \approx 0 \text{ и } N_1 + N_2 \approx N_0,$$

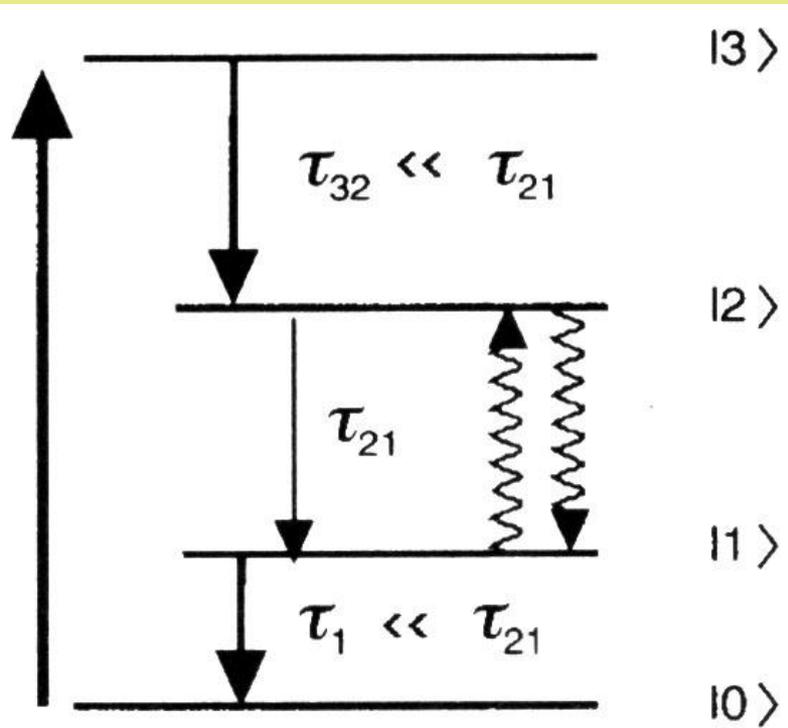
$$\frac{N_2 - N_1}{N_0} = \frac{W_{13} - A_{21}}{A_{21} + W_{13} + 2W_{12}}$$

$$N_1 = N_0 - N_2 = N_0 - N_1 \left(\frac{W_{13} + W_{12}}{A_{21} + W_{21}} \right),$$

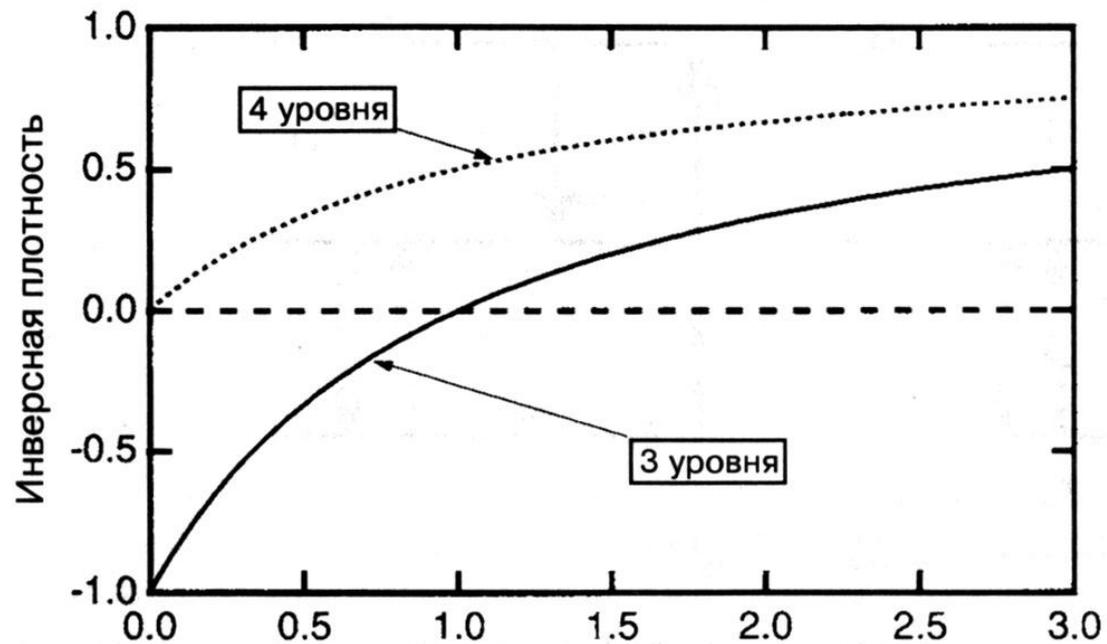
$$N_1 = \frac{N_0 (A_{21} + W_{21})}{A_{21} + W_{13} + 2W_{12}}$$

$$W_{13} > A_{21}.$$

4-х уровневая схема лазерной генерации



$$n_{d0} = \frac{\sigma_{\text{op}}^{03} \Phi_{03} \tau_{21}}{1 + \sigma_{\text{op}}^{03} \Phi_{03} (\tau_{21} + 2\tau_{32})} n$$



ШИРИНА ЛИНИИ

Неопределенность энергии состояния приводит к неопределенности частоты перехода. В отсутствие внешних воздействий спонтанное излучение определяет время жизни состояния. Поэтому наименьшая возможная, так называемая *естественная ширина линии* $\Delta\nu$ определяется вероятностью спонтанного перехода

$$A_{21} \quad \Delta\nu = A_{21} / 2\pi$$

Естественная ширина, как правило, существенна только на очень высоких частотах ($A_{21} \sim \nu^3$) и для хорошо разрешенных переходов. Обычно влиянием спонтанного излучения на ширину линии можно пренебречь, так как в реальных условиях релаксационные переходы более эффективно сокращают время жизни.

T_1 - *продольное время релаксации* - время установления равновесия, время жизни частицы на уровне; T_2 - *поперечное время релаксации* – является мерой того отрезка времени, в течение которого частицы приобретут случайные по отношению друг к другу фазы.

$$T_1 \gg T_2$$

Так как время T_2 является самым коротким временем релаксации, то именно оно и определяет ширину линии перехода : $\Delta\nu = 1/2\pi T_2$

Контур линии спонтанного излучения имеет *лоренцеву форму* определяемую форм-фактором

$$q(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu^2 / 4}$$

Уширение линии, обусловленное конечностью времени жизни состояний, связанных рассматриваемым переходом, называется *однородным* (естественная ширина линии и столкновительное уширение в газах).

Экспериментально наблюдаемые спектральные линии как правило являются бесструктурной суперпозицией нескольких спектрально неразрешимых однородно уширенных линий. В этих случаях каждая частица излучает или поглощает не в пределах всей экспериментально наблюдаемой линии. Такая спектральная линия называется *неоднородно уширенной* (неоднородное уширение в примесных люминесцентных кристаллах, стеклах).

Классическим примером неоднородного уширения является *доплеровское уширение*, характерное для газов при малых давлениях и (или) высоких частотах.

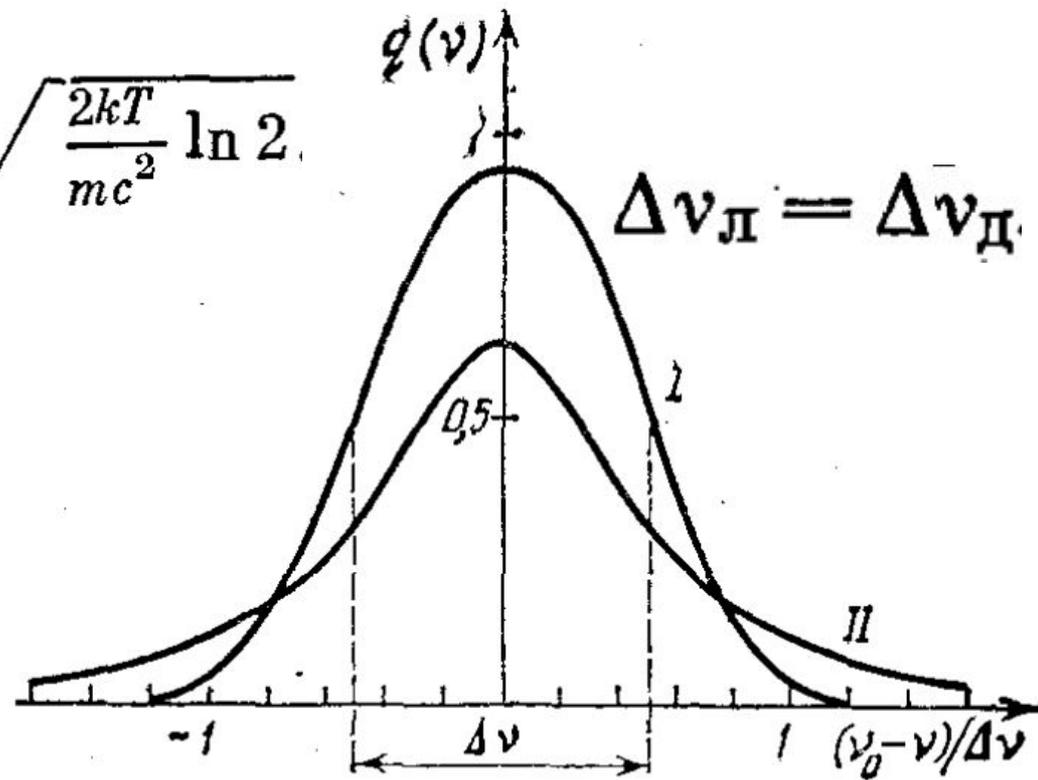
Атомы (молекулы, ионы) газа находятся в тепловом движении. Доплер-эффект первого порядка приводит к смещению частоты излучения частиц, летящих на наблюдателя со скоростью u , на величину $\nu u/c$, где ν — частота излучения покоящейся частицы.

$$q(\nu) = \frac{c}{u_0 \nu_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{c^2}{u_0^2} \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)^2 \right] = \frac{1}{\Delta\nu_T \sqrt{\pi}} \exp \left[-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_T} \right)^2 \right]$$

Форм-фактор доплеровски уширенной линии – гауссовый.

$$\Delta \nu_{\bar{D}} = \Delta \nu_T 2 \sqrt{\ln 2} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}$$

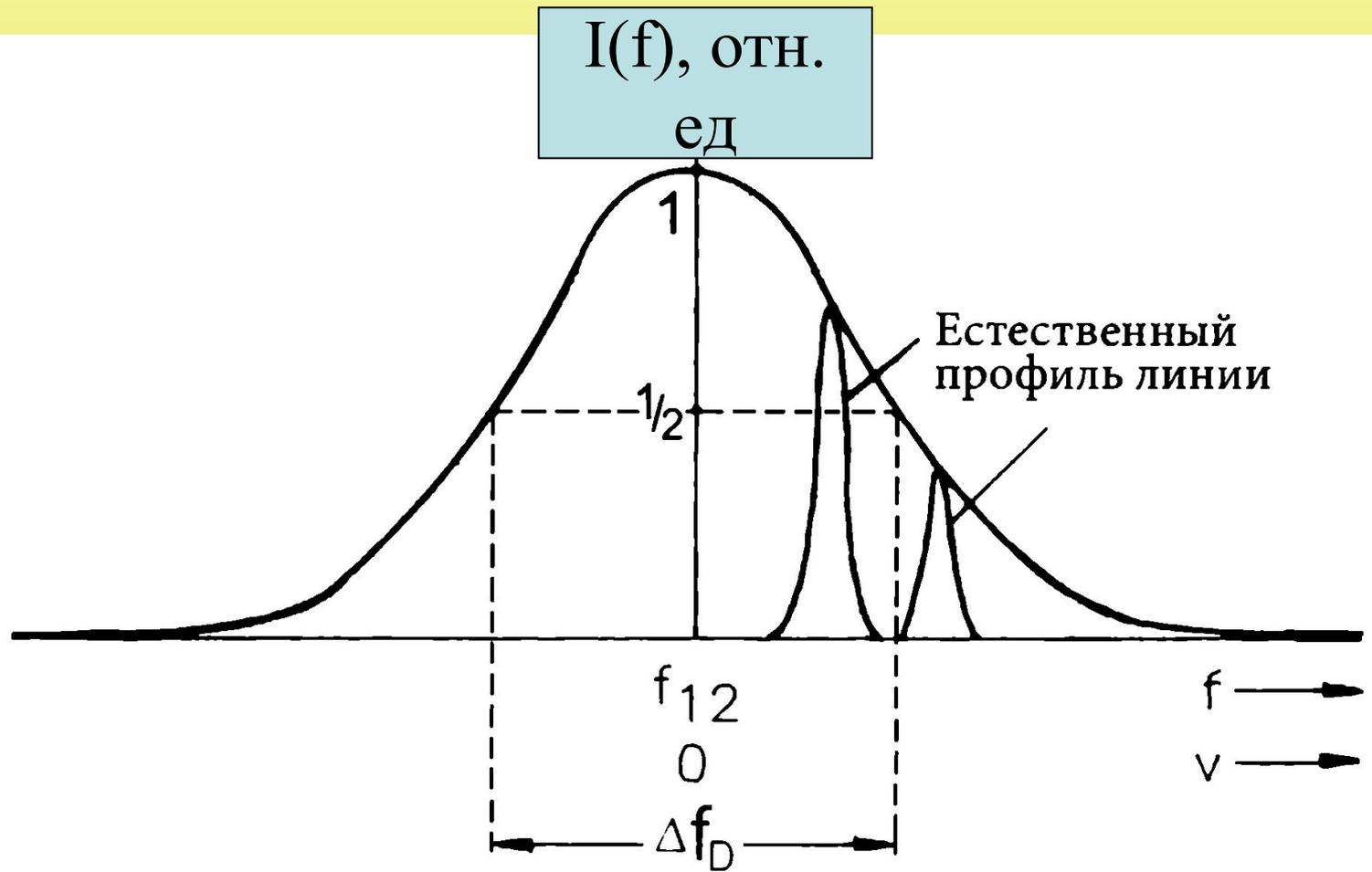
Гауссова (I) и лоренцева (II) формы линии (нормированные на единицу) при одинаковой ширине на половине высоты, показанной отрезком $\Delta \nu$ на оси абсцисс. Масштаб по оси ординат выбран в единицах $1/\Delta \nu$.



Интенсивность составляет половину максимальной (так называемая полная ширина на половине высоты)

$$\Delta \lambda_{\text{Д}}/\lambda_0 = 7 \cdot 10^{-7} \sqrt{VT/M}$$

Для газов однородное уширение определяется в реальных условиях столкновительными процессами. Столкновительная ширина прямо пропорциональна давлению газа.

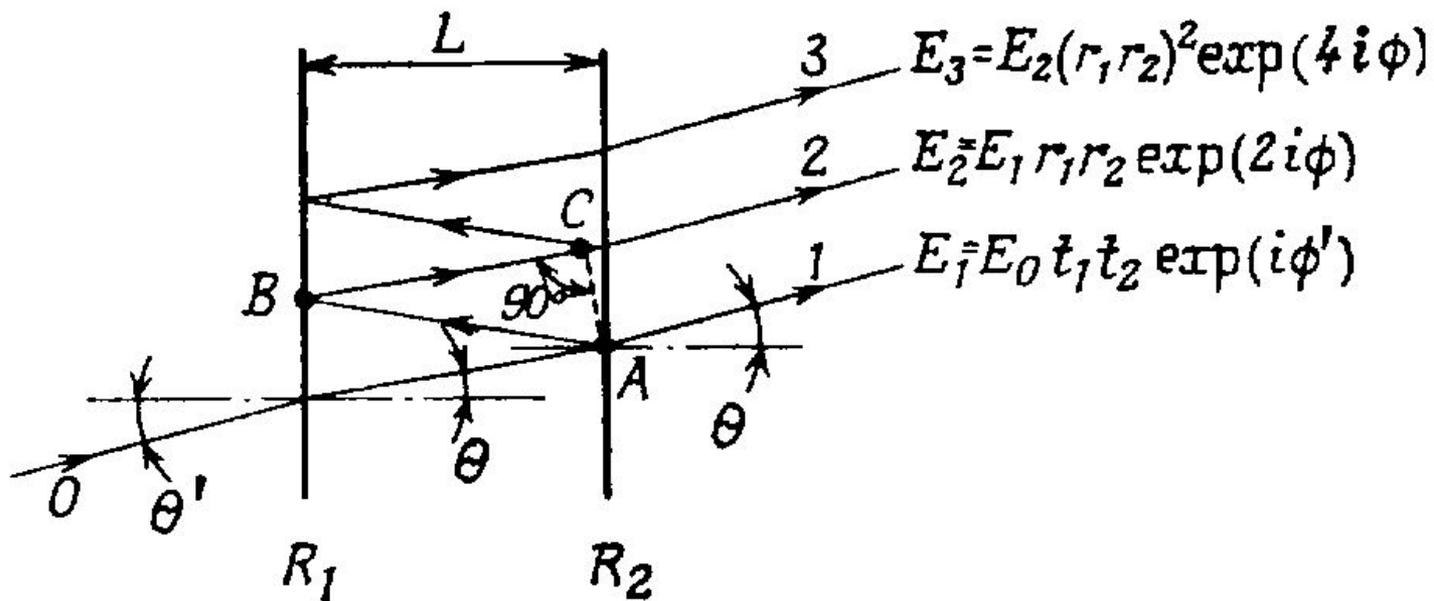


Доплеровское распределение

Таблица 2.2. Примеры ширины линий лазерных переходов

Тип лазера	Длины волн (мкм)	Ширина линий	Механизм уширения
Гелий-неоновый лазер – температура газа 300 К	0,6328	1,5 ГГц	Доплеровский, неоднородный
Ионный аргоновый лазер – температура газа 2000 К	0,488	4 ГГц	Доплеровский, неоднородный
Лазер на эксимере KrF	0,248	10 ТГц	Перекрывающий колебательный уровень
СО ₂ -лазер	10,6		
– 10 мбар, 300 К		60 МГц	Доплеровский, неоднородный
– 1 бар		4 ГГц	Столкновительный, однородный
– 10 бар		150 ГГц	Перекрывающий вращательный уровень
Лазер на красителе Rh6G	0,6	80 ТГц	Перекрывающий колебательный уровень
Рубиновый лазер	0,694	330 ГГц	Колебания решетки, однородные
Nd: ИАГ-лазер	1,06	120 ГГц	Как у рубинового лазера
Лазер на стекле, легированном Nd	1,06	7500 ГГц	Эффект Штарка из-за статистических электрических полей, неоднородный
Полупроводниковый лазер GaAs	0,89	10 ТГц	Энергетические зоны электронов в периодическом поле кристалла

Интерферометр Фабри-Перо



$$E_t = \sum_{l=1}^{\infty} E_l = [E_0 t_1 t_2 \exp(i\phi')] \sum_{m=0}^{\infty} (r_1 r_2)^m \exp(2mi\phi)$$

$$E_t = E_0 \exp(i\phi') \frac{t_1 t_2}{1 - (r_1 r_2) \exp(2i\phi)}$$

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \phi}$$

$$\phi = n\pi; \nu_n = nc_0/2L'$$

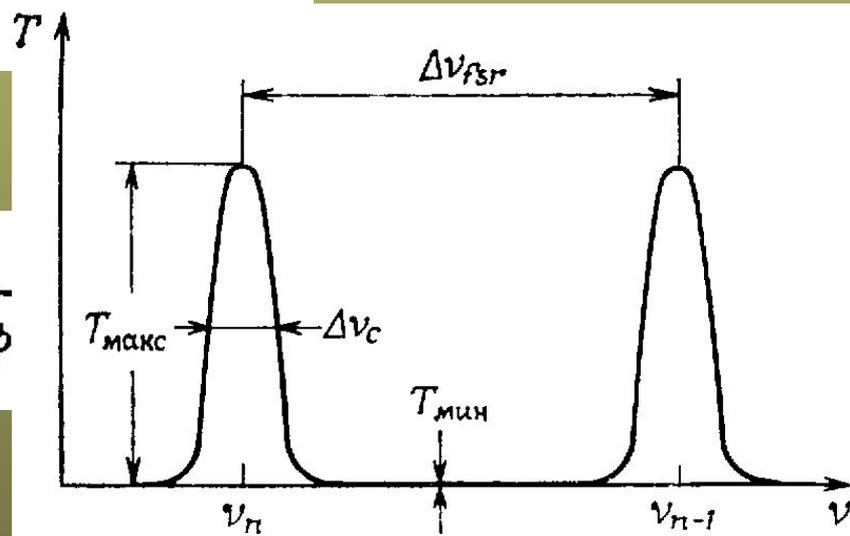
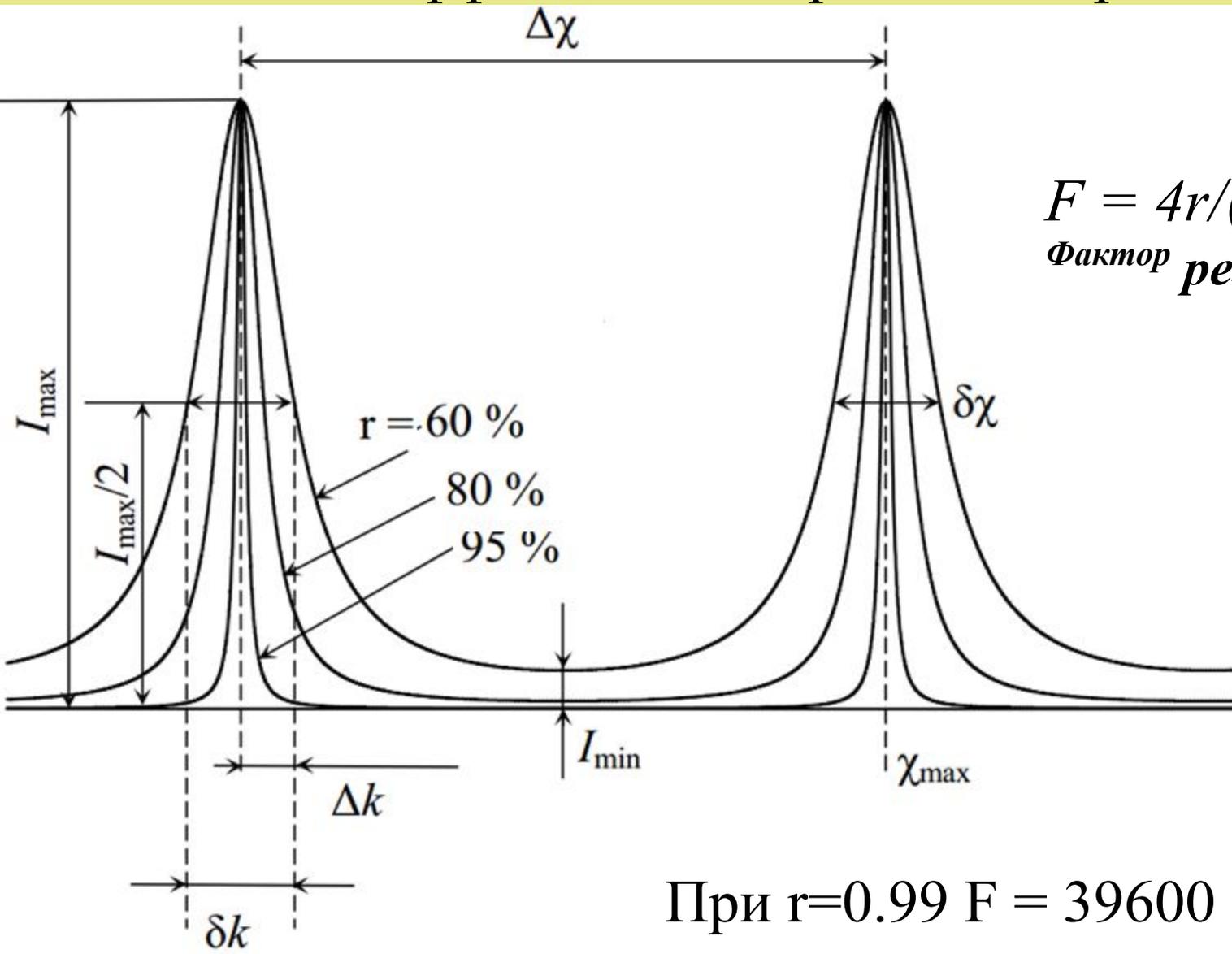


График аппаратной функции ИФП $I(\lambda, \varphi)$ для различных коэффициентов отражения зеркал r

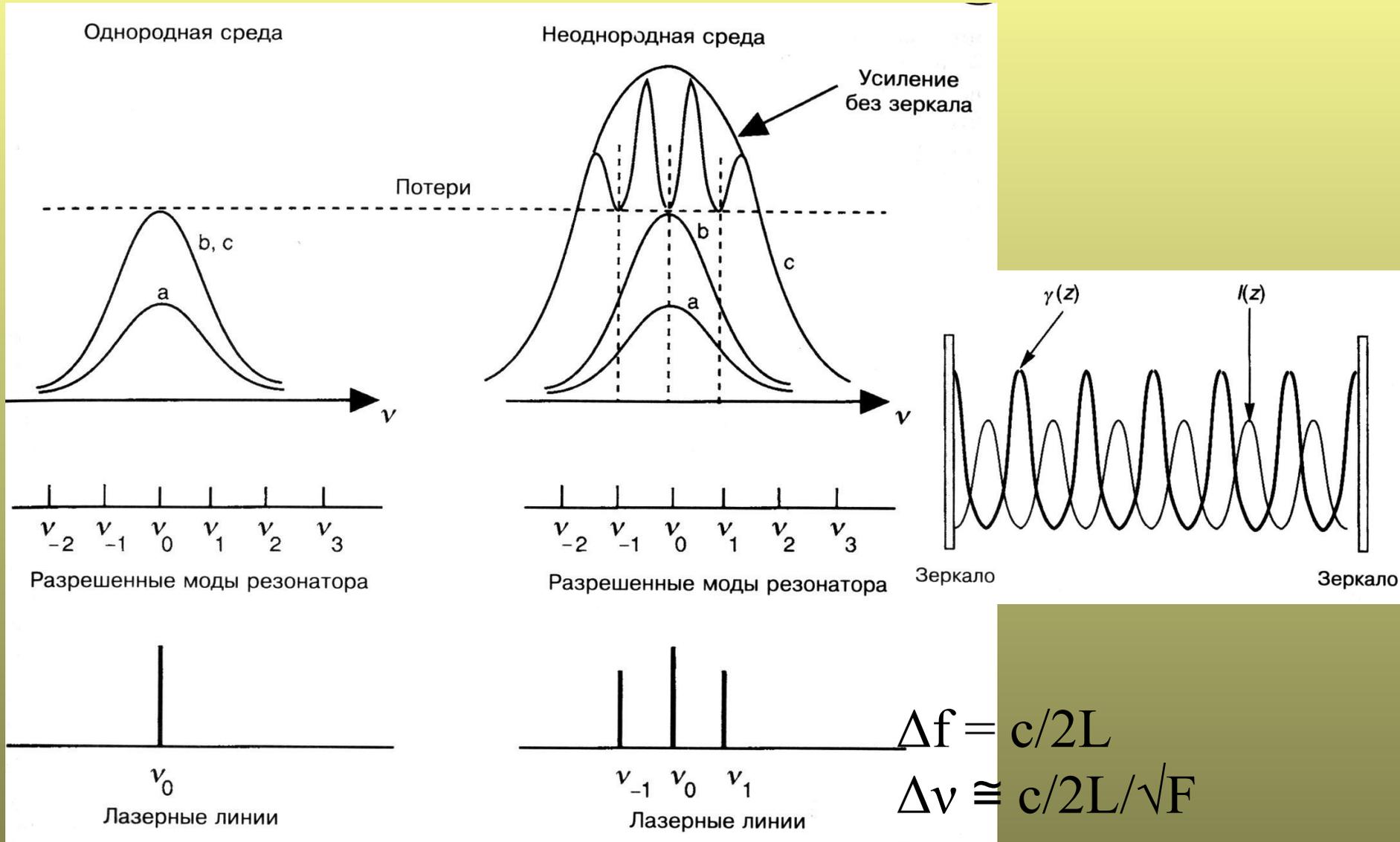


$$F = 4r / (1 - r)^2$$

Фактор резкости

При $r=0.99$ $F = 39600$

Формирование продольных мод резонатора



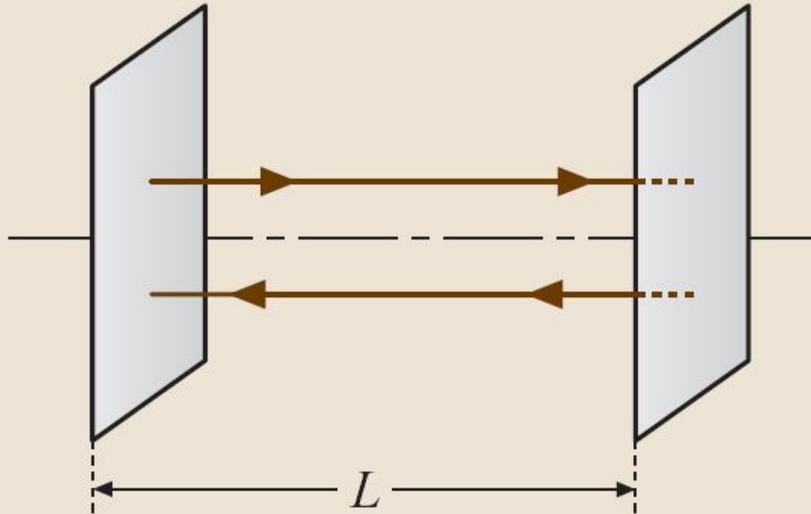
$$\Delta f = c/2L$$

$$\Delta \nu \cong c/2L/\sqrt{F}$$

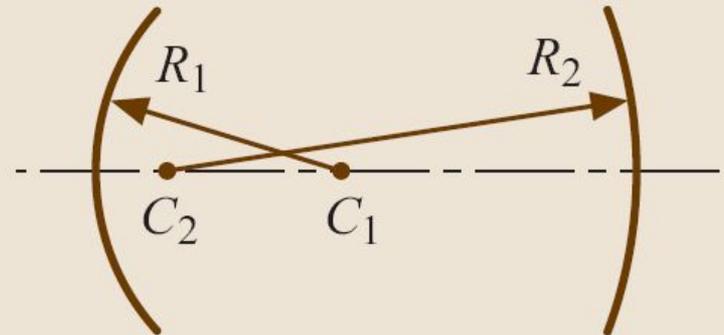
L – длина резонатора

Типы лазерных резонаторов

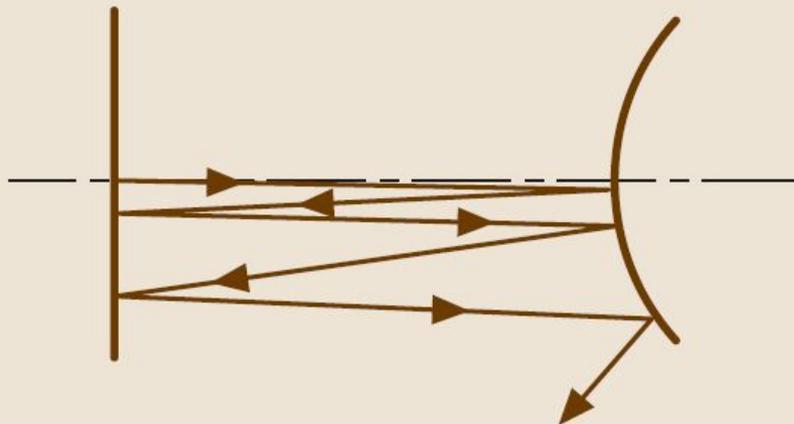
Плоскопараллельный резонатор



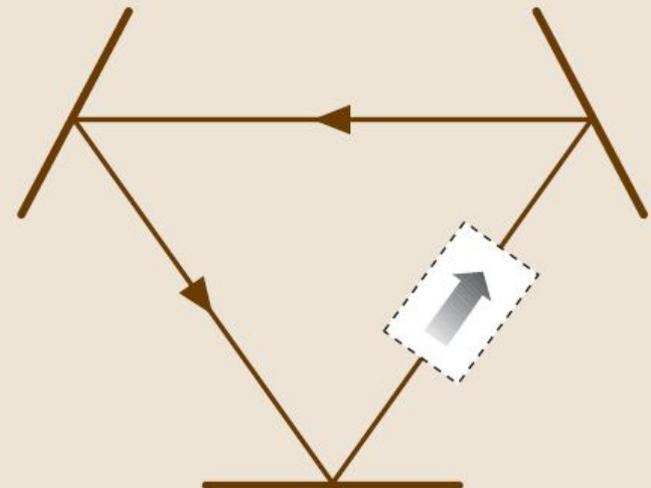
Сферический резонатор



Неустойчивый резонатор



Однонаправленный
кольцевой резонатор



Реализации кольцевых резонаторов

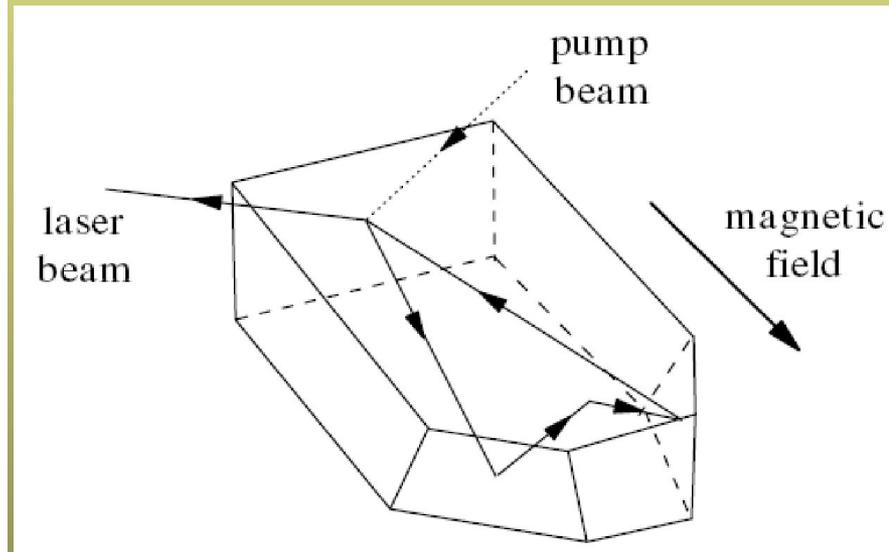
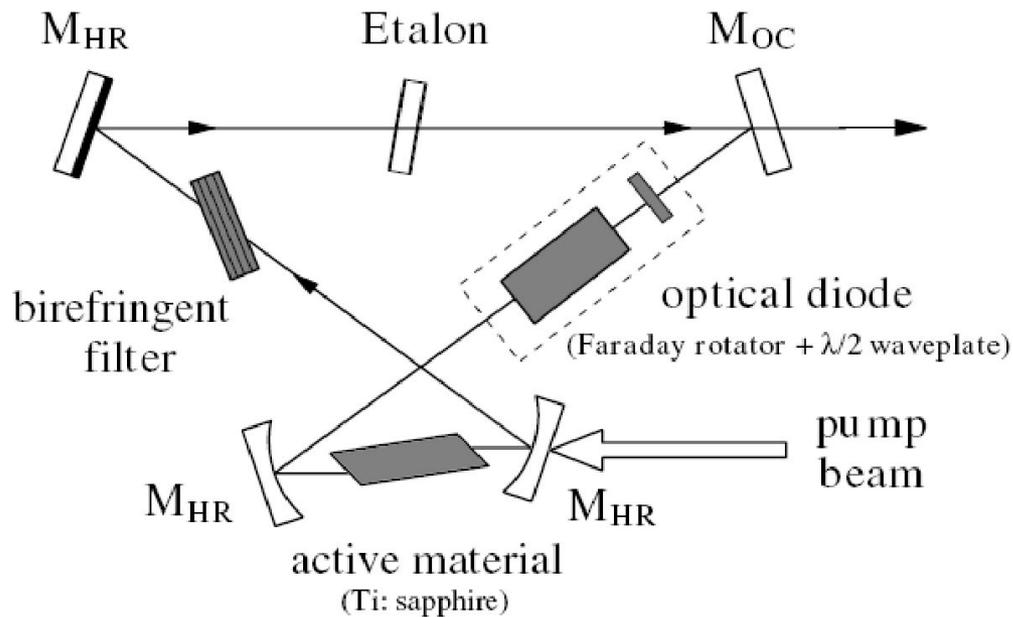


Диаграмма устойчивости на плоскости $g_1 g_2$ для произвольного сферического резонатора с радиусами кривизны $R_1 R_2$

$$g_1 = 1 - L/R_1$$

$$g_2 = 1 - L/R_2$$

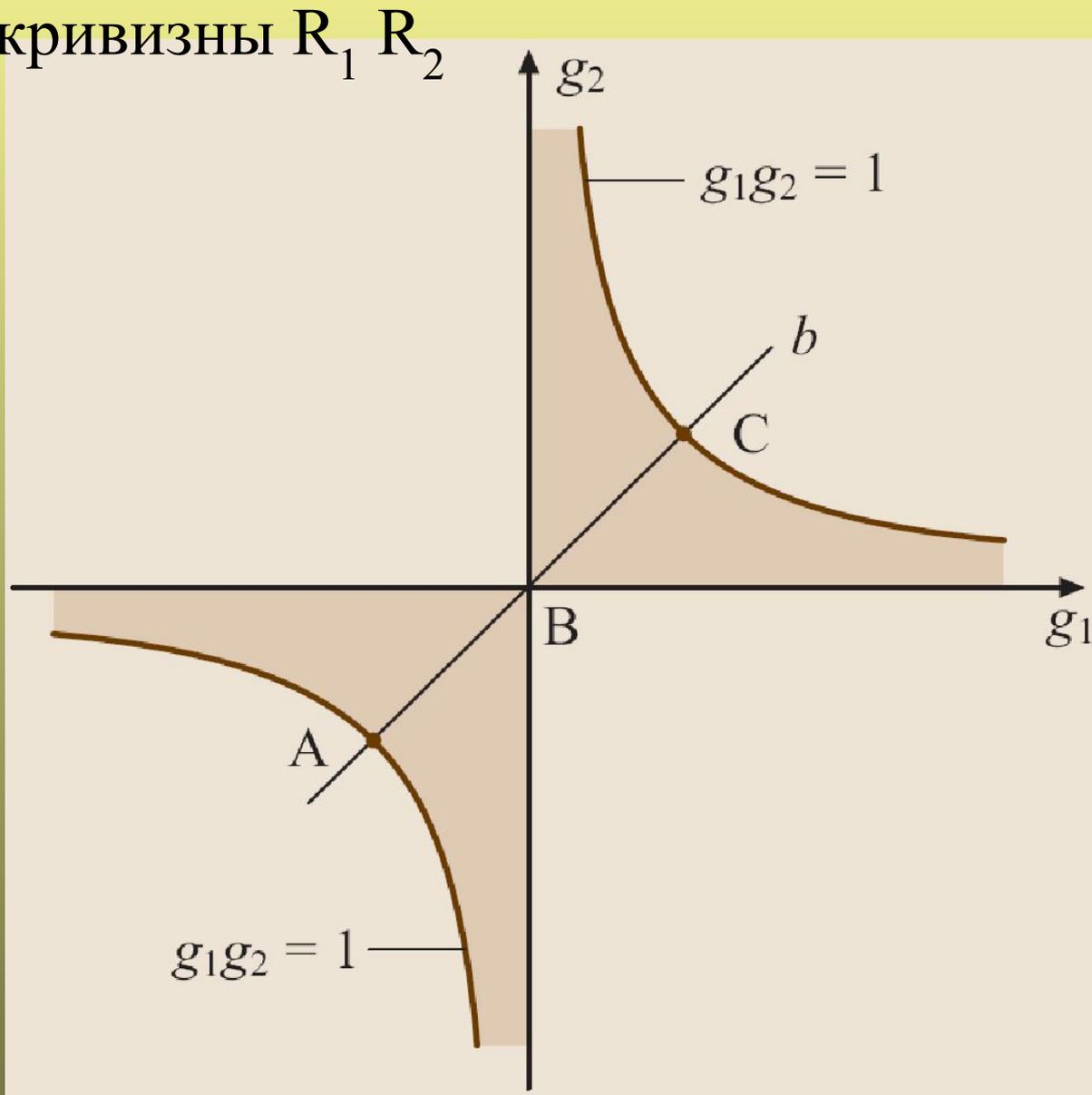
L – длина резонатора

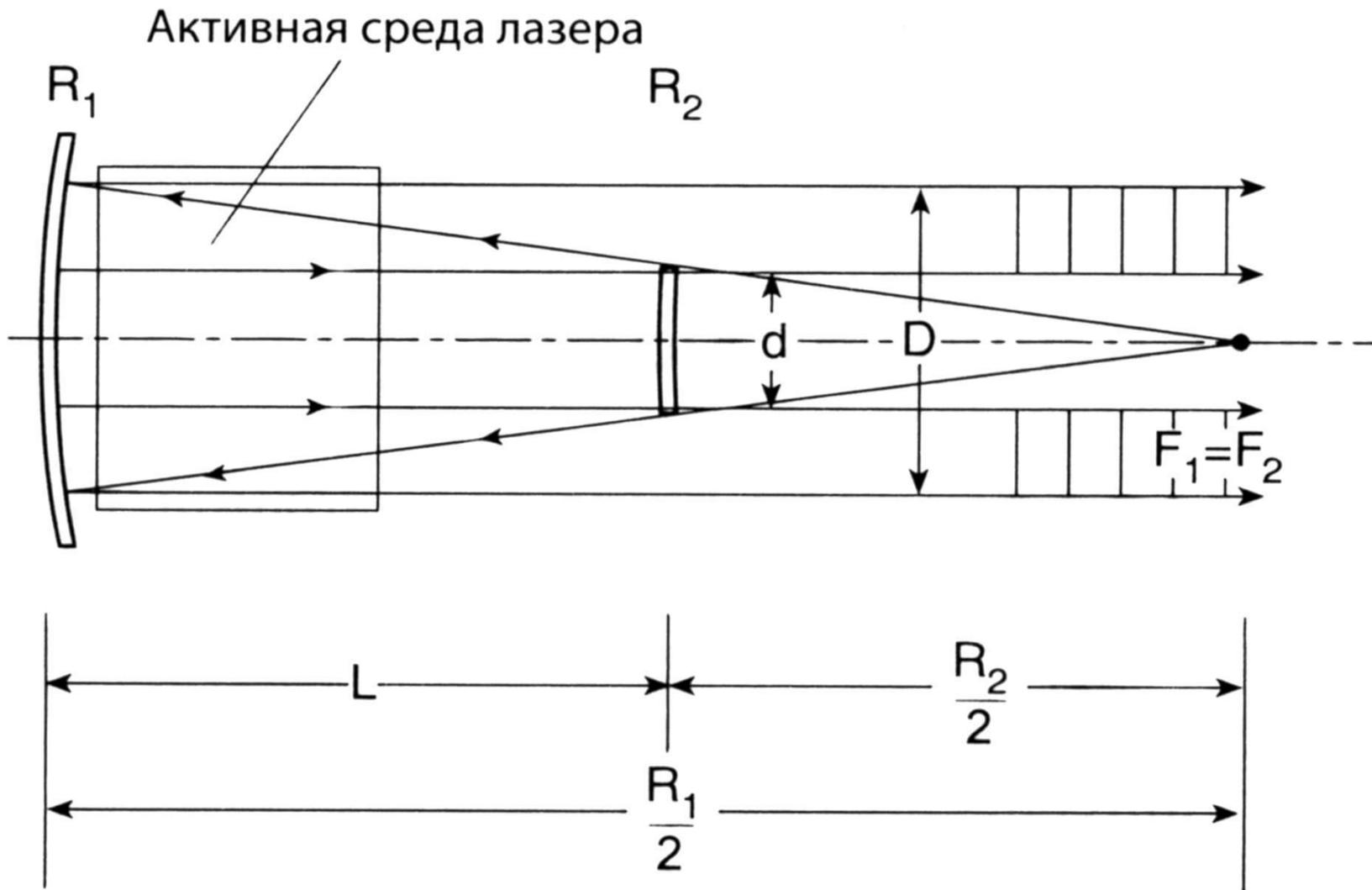
Область устойчивости соответствует заштрихованным частям на рисунке

Плоскопараллельный – С

Конфокальный – В

Концентрический - А

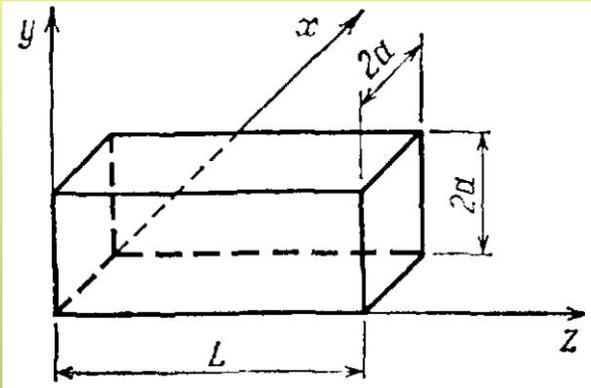




Конфокальный неустойчивый резонатор

Теория Шавлова и Таунса

Частоты продольных и поперечных мод резонатора



где $k_x = l\pi/2a$, $k_y = m\pi/2a$, $k_z = n\pi/L$

$$E_x = e_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z \sin \omega t,$$

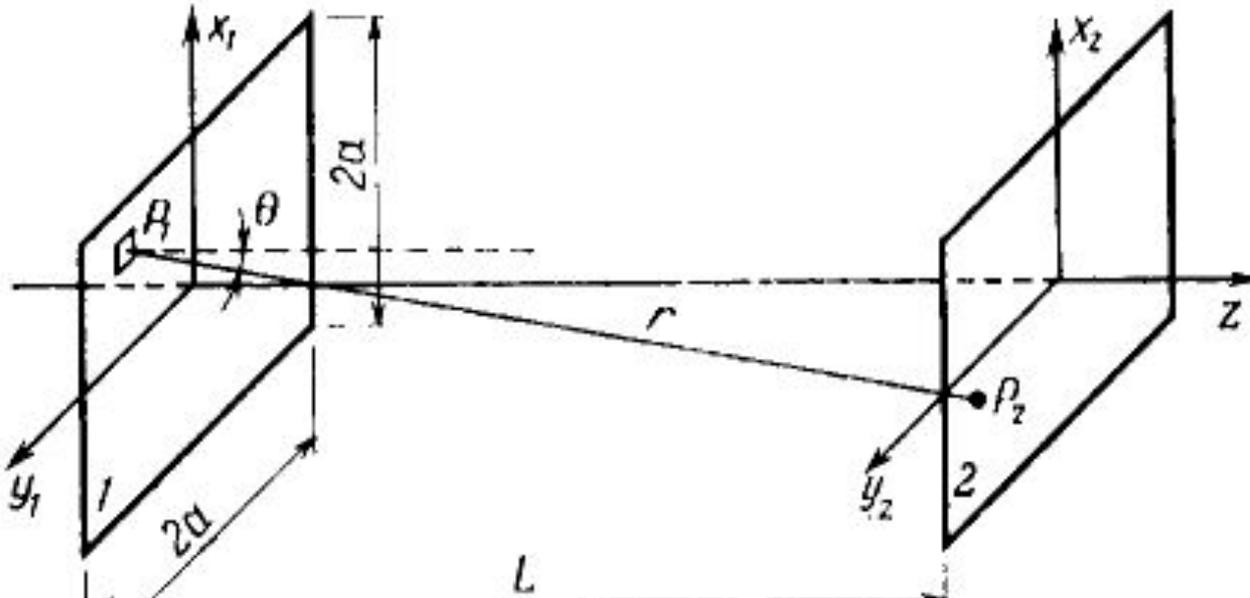
$$E_y = e_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z \sin \omega t,$$

$$E_z = e_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \sin \omega t,$$

$$v = (c/2) [(n/L)^2 + (m/2a)^2 + (l/2a)^2]^{1/2}$$

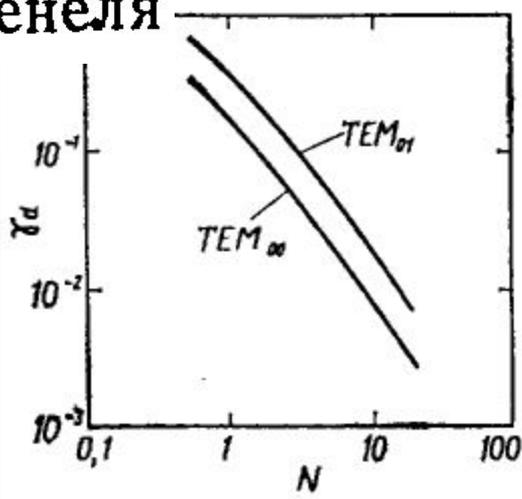
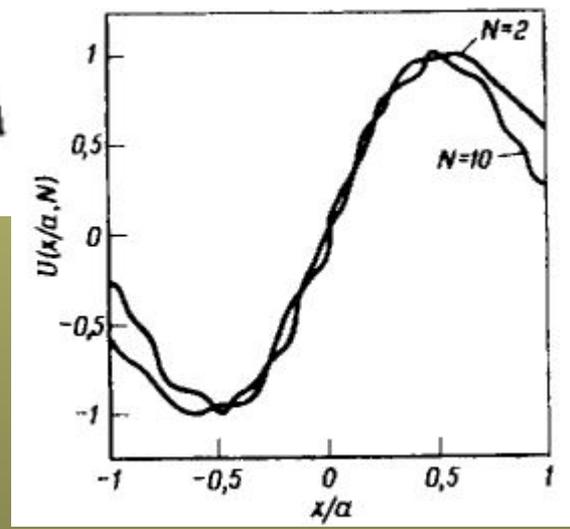
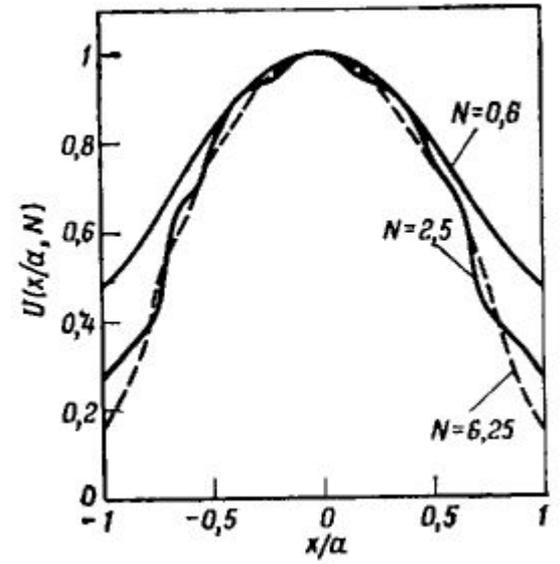
$$v \approx (c/2) \left(\frac{n}{L} + \frac{1}{2} \frac{l^2 + m^2}{n} \frac{L}{4a^2} \right)$$

Пространственные (поперечные) моды резонатора



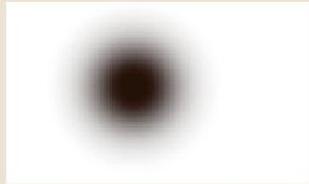
$$\sigma U(P_2) = -\frac{i}{2\lambda} \int_1^L \frac{U(P_1) \exp(ikr) (1 + \cos \theta)}{r} dS_1$$

$N = a^2/L\lambda$ — число Френеля

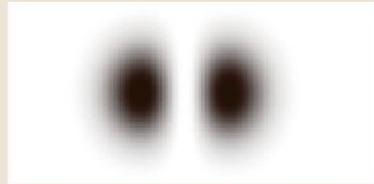


Потери в резонаторе от числа Френеля

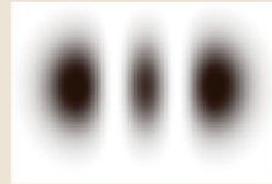
Пространственное распределение интенсивности Эрмит-Гаусс мод в прямоугольном плоском резонаторе



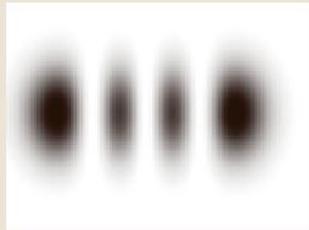
TEM₀₀



TEM₁₀



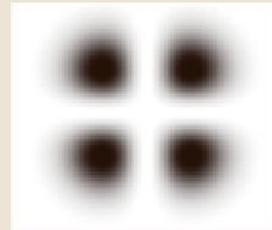
TEM₂₀



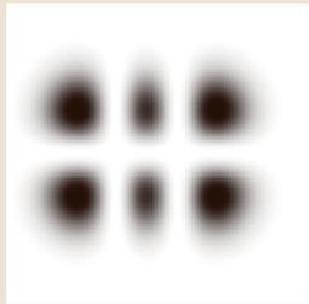
TEM₃₀



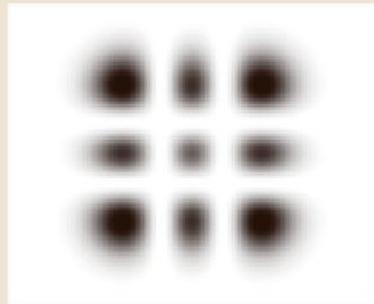
TEM₅₀



TEM₁₁



TEM₂₁

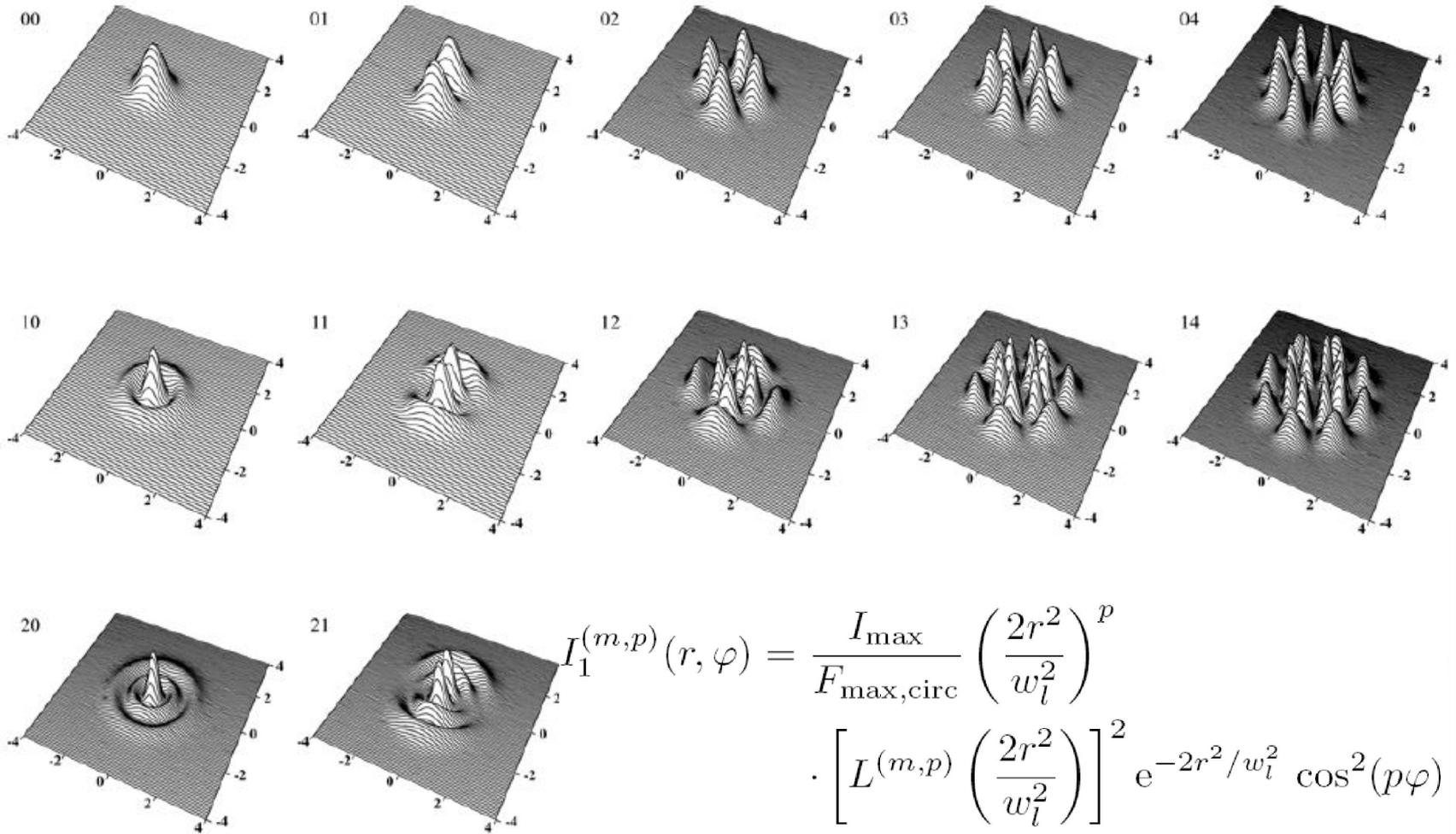


TEM₂₂

$$u_{l,m}(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} H_l \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \\ \times \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right) \\ \times \exp \left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right] \\ \times \exp[i(1 + l + m)\varphi(z)],$$

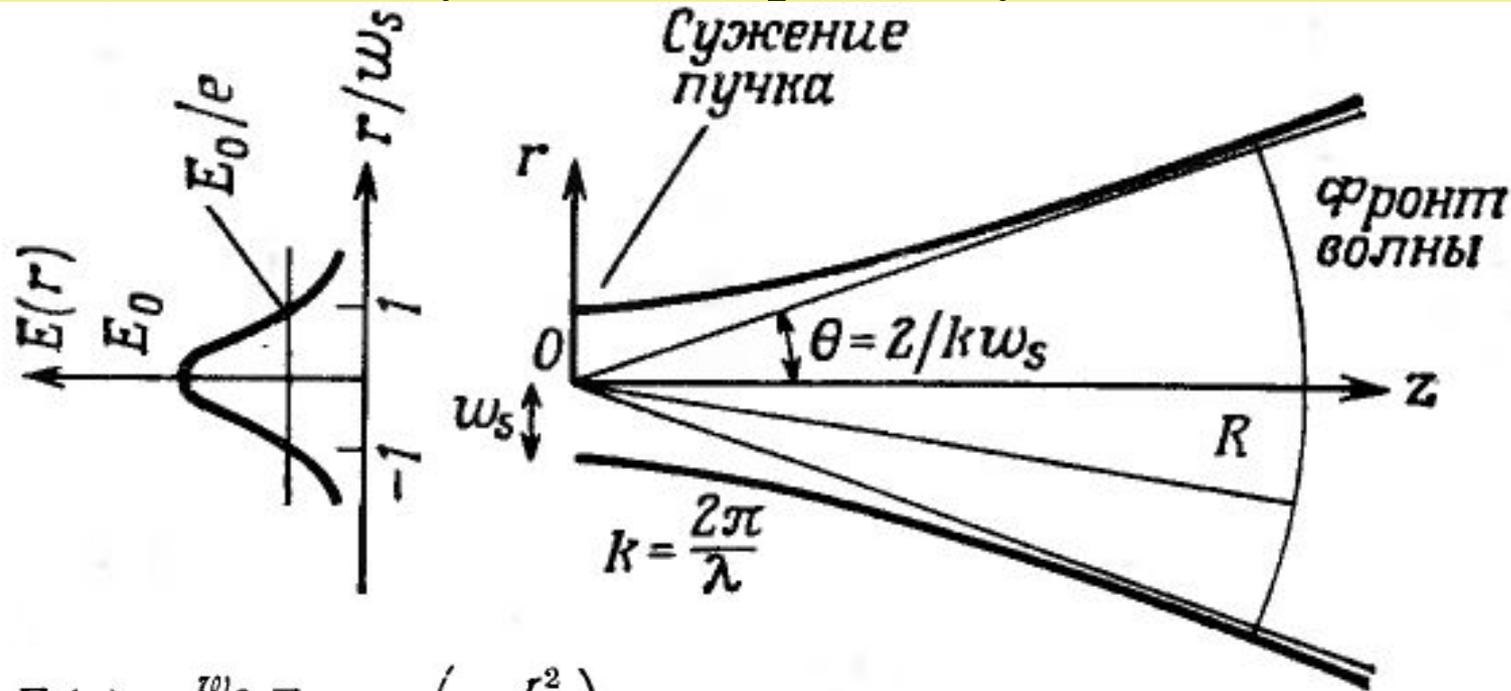
Буквы TEM означают поперечное электрическое и магнитное поле (аббревиатура англ. слов: transverse electric and magnetic).

Пространственное распределение интенсивности Гаусс-Лаггера мод в резонаторе с круговой симметрией



$$I_1^{(m,p)}(r, \varphi) = \frac{I_{\max}}{F_{\max, \text{circ}}} \left(\frac{2r^2}{w_l^2} \right)^p \cdot \left[L^{(m,p)} \left(\frac{2r^2}{w_l^2} \right) \right]^2 e^{-2r^2/w_l^2} \cos^2(p\varphi)$$

Гауссов лазерный пучок



$$E(r) = \frac{\omega_s}{\omega} E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{\omega^2}\right)$$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \omega = \omega_s \left[1 + \left(\frac{\lambda^2}{\pi \omega_s^2} \right)^2 \right]$$

бессель-гауссовы пучки

$$e_p(r, t, z=0) = A_{p0} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\tau_p}\right)^2\right] \cdot J_n^2(\beta r) \cdot \exp\left[-(r/r_{p0})^2\right]$$

$$e_s(r, t, z=0) = A_{s0} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t-t_0-t_d}{\tau_s}\right)^2\right] \cdot J_n^2(\beta r) \cdot \exp\left[-(r/r_{s0})^2\right]$$

Контрольные вопросы.

1. Расшифровка слова «лазер».
2. Два сектора рынка лазеров, какого типа лазеров больше всего.
3. Кто внес наибольший вклад в становление лазерной физики.
4. Три фундаментальных положения лазерной физики.
5. Три типа переходов между энергетическими состояниями, общая характеристика.
6. Основное состояние квантовой системы, поглощение из основного состояния.
7. Спонтанное излучение в квантовой системе.
8. Вынужденное излучение, основные свойства.
9. Вывод соотношений между коэффициентами Эйнштейна, их физический смысл.
10. Усиление (поглощение) излучения в квантовой системе.
11. Три условия лазерной генерации, критическая инверсия, условие генерации в резонаторе Фабри-Перо (потери только на зеркалах).
12. Трех- и четырехуровневая схемы накачки и лазерной генерации.
13. Методы создания инверсной заселенности. Типы активных сред.
14. Сколько недиодных лазеров выпускается в мире, основные типы, области применения..
15. Схема возбуждения гелия и неона в электрическом разряде.
16. Упрощенная схема уровней в неодимовых лазерах.
17. Оптическая схема лазера с диодной накачкой.