

5. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Литература

Задачи и упражнения

6. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Литература

Задачи и упражнения

Комментарии к задачам и упражнениям разделов 2 - 6

7. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА

Литература

Задачи и упражнения

далее

5. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая линия в пространстве может быть параллельна плоскости и может пересекаться с плоскостью.

5.1. Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая линия параллельна какой-либо прямой, лежащей в плоскости, то эта прямая будет параллельна данной плоскости.

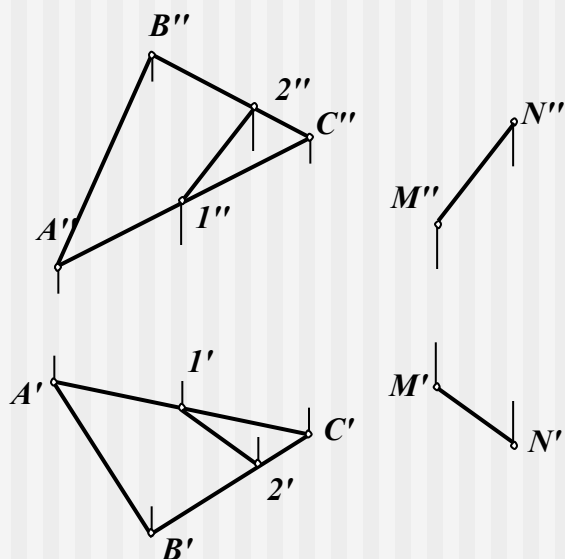


Рис. 62

Прямая MN на рис. 62 будет параллельна плоскости треугольника ABC , потому что прямая MN параллельна прямой $1-2$ (одноименные проекции их параллельны), а прямая 12 принадлежит плоскости ABC , так как имеет с ней две общие точки.

Таким образом, чтобы провести на чертеже прямую, параллельную заданной плоскости, нужно в этой плоскости выделить произвольную прямую (построить ее проекции), а затем построить проекции искомой прямой.

Пример. Через точку A провести прямую, параллельную плоскости α , заданной на чертеже следами и параллельную горизонтальной плоскости проекций H .

Искомая прямая должна пройти через точку A (рис. 63) параллельно горизонтальной плоскости проекций, поэтому можно сразу провести фронтальную проекцию $A''B''$, которая, на основании свойств проекций горизонтальной прямой, на чертеже будет располагаться горизонтально.



назад

к вопросам

далее

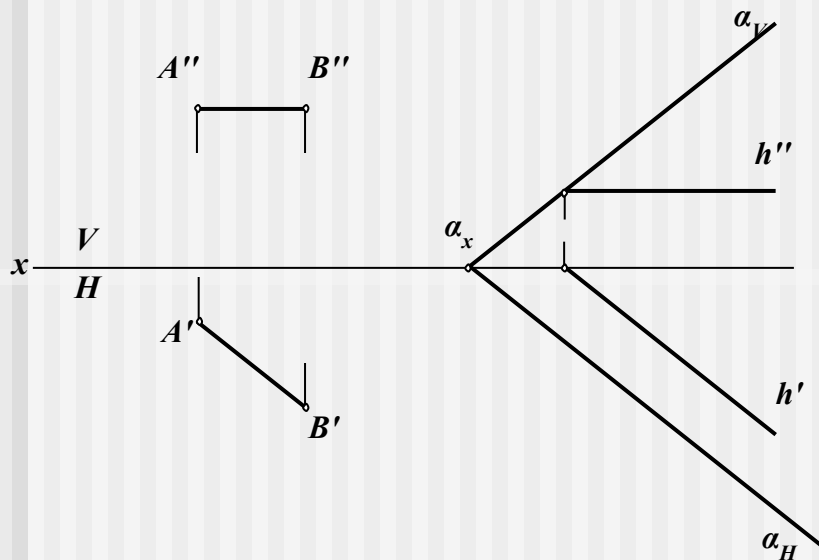


Рис. 63

Чтобы построить прямую, параллельную плоскости частного положения, нужно знать единственное правило:

плоскости частного положения (проецирующие и плоскости уровня) при изображении на чертеже на одну из плоскостей проекций вырождаются в прямую линию, которая совпадает со следом этой плоскости.

Прямая линия, параллельная данной плоскости частного положения, имеет одну из проекций, обязательно параллельную следу-проекции этой плоскости.

На рис. 64 прямая AB параллельна плоскости α , заданной треугольником MNP , поскольку фронтальная проекция $A''B''$ параллельна фронтальному следу-проекции плоскости MNP (α_V).

Горизонтальная проекция $A'B'$ может располагаться на чертеже произвольно, потому что в проекции $M'N'P'$ всегда можно построить проекцию прямой $I'2'$, параллельную $A'B'$.

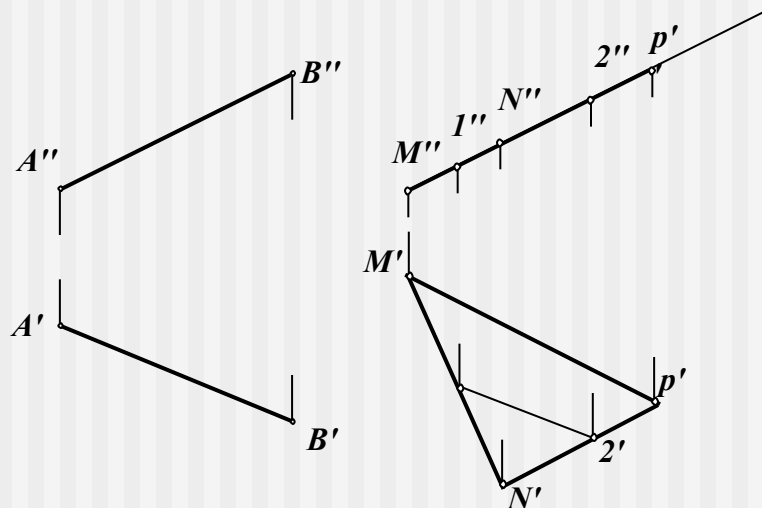


Рис. 64



назад

к вопросам

далее

5.2. Прямая, пересекающая плоскость

Если прямая линия не параллельна плоскости, то она пересекает эту плоскость в точке. Определение точки пересечения прямой с плоскостью частного положения производится по следующей схеме.

Вырожденная проекция плоскости $M''N''P''$ пересекается с одноименной проекцией прямой (рис. 65) и определяет фронтальную проекцию (K'') точки пересечения прямой AB с плоскостью MNP . Горизонтальная проекция K' отмечается на горизонтальной проекции $A'B'$ посредством линии проекционной связи.

Определение точки пересечения прямой с плоскостью в общем виде осуществляется следующим образом (рис. 66):

1) через заданную прямую AB проводится вспомогательная плоскость β ;

2) вспомогательная плоскость β пересекает данную плоскость α по прямой (12);

3) прямая 12 и AB пересекаются, так как лежат в одной плоскости β . Точка K на прямой AB , одновременно принадлежит и плоскости α , поскольку она лежит на прямой 12 , лежащей в этой плоскости. Таким образом, точка K является искомой точкой пересечения прямой AB с плоскостью α .

Эта последовательность операций для построения точки K является алгоритмом решения задачи пересечения прямой с плоскостью, который применяется для решения задачи о пересечении прямой с плоскостью общего положения в различных вариантах.

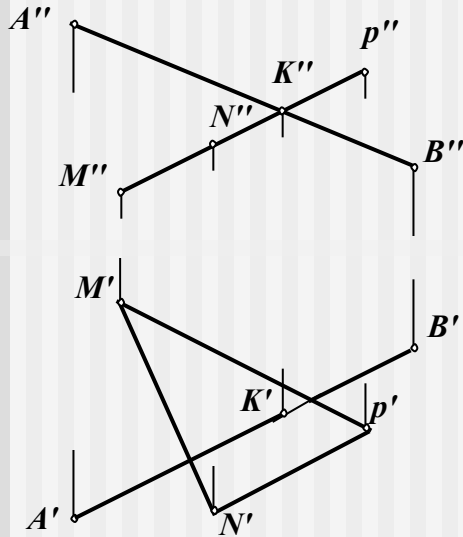


Рис. 65

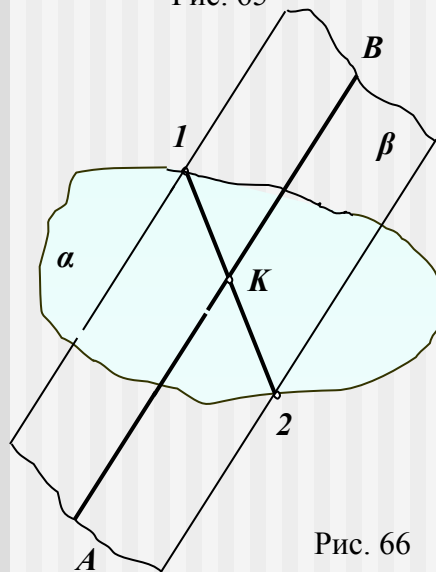


Рис. 66



назад

к вопросам

далее

На рис. 67 решение проводится в соответствии с данным алгоритмом:

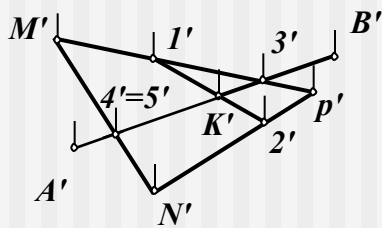
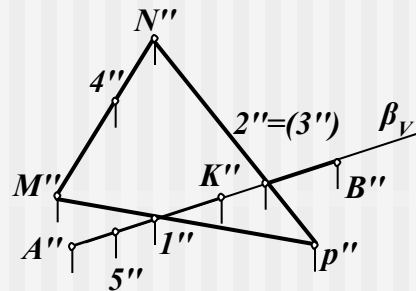


Рис. 67

- 1) проводится вспомогательная плоскость β через данную прямую AB (на чертеже показан след-проекция β_V);
- 2) плоскость β пересекает данную плоскость MNP по прямой (12). Точка 1 – это точка пересечения прямой MP общего положения с фронтально проецирующей плоскостью β , точка 2 – точка пересечения NP с этой же плоскостью;
- 3) горизонтальные проекции $1'2'$ и $A'B'$, пересекаясь, определяют горизонтальную проекцию K' , фронтальная проекция K'' отмечается на $A''B''$ линией проекционной связи.

Проекции K' , K'' определяют точку K , в которой прямая AB пересекает плоскость треугольника MNP .

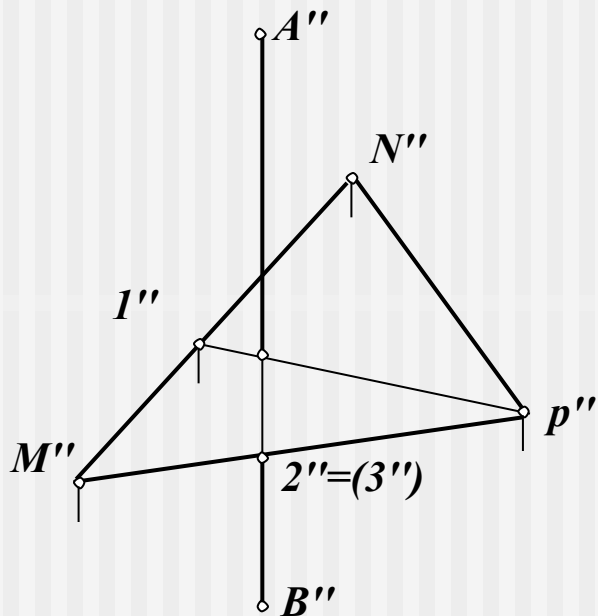
В начертательной геометрии плоскости считаются непрозрачными, поэтому возникает задача определения видимости на проекциях. Эта задача решается методом конкурирующих по видимости точек.

Точки, лежащие на одной проецирующей прямой, называются **конкурирующими по видимости**.

На одной из плоскостей проекций проекции точек совпадают, и возникает вопрос, какая из этих точек на данном изображении будет видимой. На рис. 67 точки 2 и 3 являются конкурирующими; требуется определить видимость на фронтальной плоскости проекций: какая проекция $2''$ -или $3''$ - будет видна? Этот вопрос решается на горизонтальной проекции: она показывает, что точка $2'$ расположена ближе к наблюдателю, чем точка $3'$, поэтому на фронтальной проекции точка $2''$ будет видимой, а так как точка 2 лежит на прямой NP , то и проекция $N''P''$ на фронтальной плоскости проекций будет видимой. Прямая на участке $3''K''$ будет невидимой – изображается штриховой линией.

Конкурирующие точки 4 и 5 определяют видимость на горизонтальной плоскости проекций (см. рис. 67). Точка 4 и прямая MN на плоскости H будут видны, а участок $5'K'$ прямой $A'B'$ будет невидимым.





Если с плоскостью общего положения пересекается прямая частного положения, то задача решается по данному алгоритму.

На рис. 68 горизонтально проецирующая прямая AB пересекается с плоскостью общего положения MNP .

Через AB проводится горизонтально проецирующая плоскость β .

Плоскость β пересекает плоскость MNP по прямой $P1$.

Прямая $P1$ пересекает прямую AB в точке K .

Видимость на фронтальной плоскости проекций определяется парой конкурирующих точек 2 и 3 .

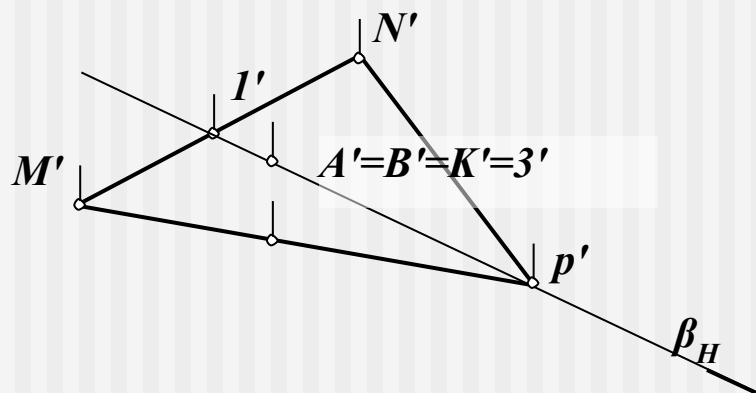


Рис. 68

Алгоритм решения задачи пересечения прямой с плоскостью позволяет нам на чертеже осуществлять анализ взаимного положения прямой и плоскости.

Иногда по чертежу бывает трудно определить истинное положение прямой и плоскости, в этом случае нужно попытаться найти общую точку прямой с данной плоскостью.



назад

к вопросам

далее

На рис. 69 прямая AB и плоскость α , причем $A'B' \perp \alpha_H$ и $A''B'' \perp \alpha_V$, требуется определить взаимное положение прямой AB и плоскости α .

1. Через прямую AB проведем вспомогательную фронтально проецирующую плоскость β .

2. $\alpha \cap \beta = v(v', v'')$: если у двух пересекающихся плоскостей пара одноименных следов параллельна, то эти плоскости пересекаются по линии уровня. Плоскость α пересекает плоскость β по фронтالي, проходящей через точку 1 .

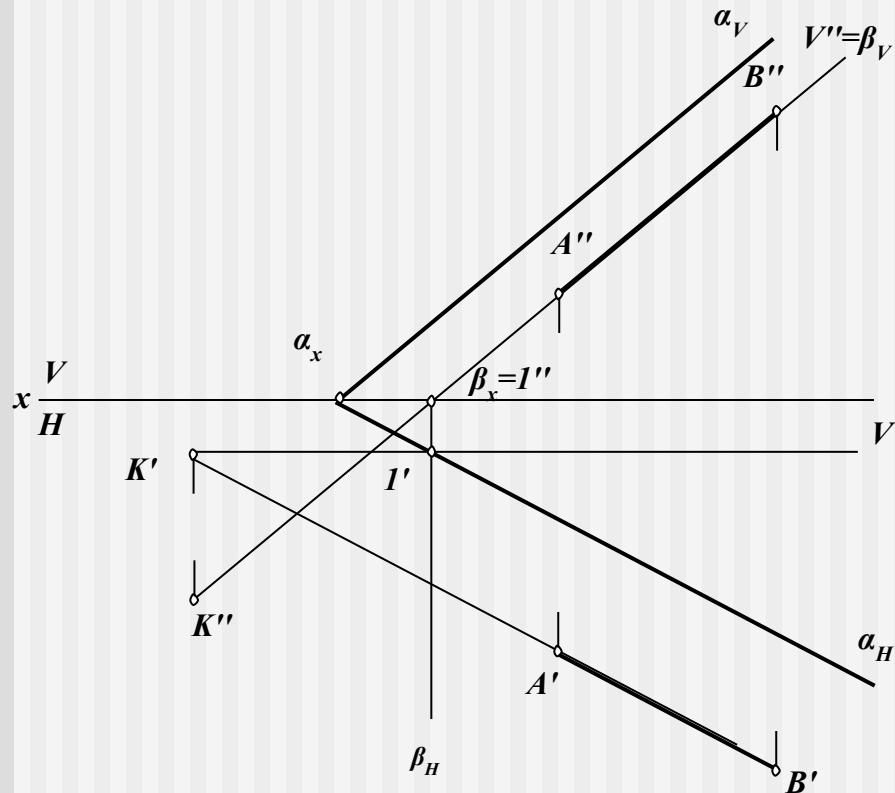


Рис. 69

3. Горизонтальная проекция фронтали пересекает горизонтальную проекцию $A'B'$ в точке K' – это горизонтальная проекция точки пересечения прямой AB с плоскостью α . Фронтальная проекция отмечается на фронтальной проекции $A''B''$.

Таким образом, анализ взаимного положения плоскости α с прямой AB показывает, что прямая AB пересекается с плоскостью α .



назад

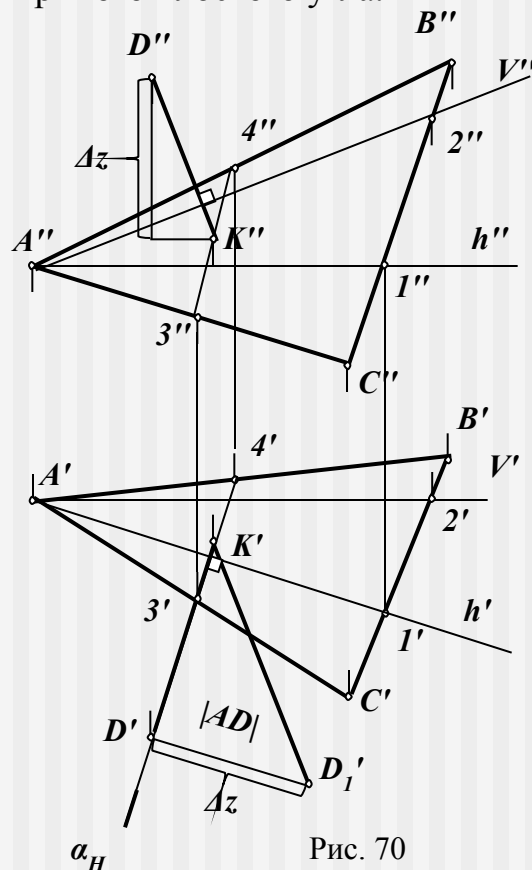
к вопросам

далее

5.3. Прямая, перпендикулярная плоскости

Умение строить перпендикуляр к заданной плоскости позволит нам определить расстояние от этой плоскости до других элементов.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости в начертательной геометрии: *прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся линиям уровня этой плоскости*. Линии уровня в плоскости выделяются потому, что к ним очень просто можно провести перпендикуляр в системе прямоугольных проекций, основываясь на свойствах проекций прямого плоского угла.



Поставим задачу: определить расстояние от точки до плоскости, заданной треугольником ABC (рис. 70).

Чтобы определить расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC , нужно опустить перпендикуляр из точки D на плоскость ABC , найти точку (K) встречи (пересечения) перпендикуляра с плоскостью треугольника ABC , определить натуральную величину отрезка AK .

Решение:

В плоскости ABC проводится горизонталь $A1$.

Горизонтальная проекция перпендикуляра $D'K'$ проводится под прямым углом к горизонтальной проекции горизонтали ($A'1'$).

В треугольнике ABC проводится фронталь $A2$, и фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости проводится под прямым углом к фронтальной проекции фронтали, на основании свойств проекций прямого плоского угла.

Определяется точка пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника (см. п. 5.2) – точка K .

Способом прямоугольного треугольника определяется натуральная величина отрезка DK .



назад

к вопросам

далее

Литература

1. *Гордон В. О.*, Семенцов-Огиевский *М. А.* Курс начертательной геометрии. М., 1962. С. 82.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости.
2. Изложите последовательность операций (алгоритм) решения задачи пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения.
3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Задачи и упражнения

Упражнение 1. Отрезок прямой линии DE параллелен плоскости ABC , построить горизонтальную проекцию отрезка DE (рис. 71).

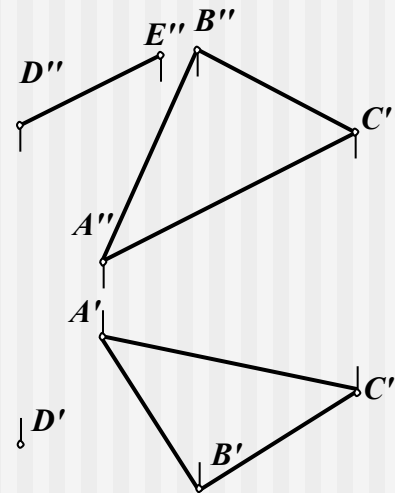


Рис. 71



назад

далее

Задача 2. Построить точку пересечения заданной прямой с плоскостью (рис. 72 а, б, рис. 73).

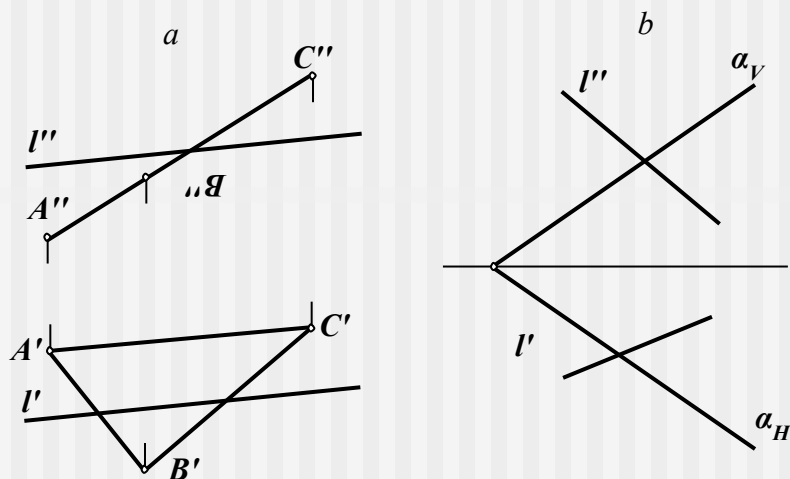


Рис. 72 (а, б)

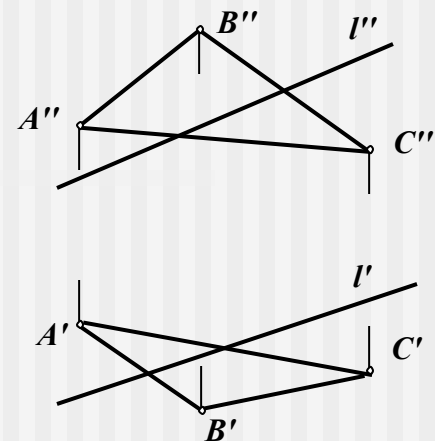


Рис. 73

Задача 3. Определить расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC (рис. 74).

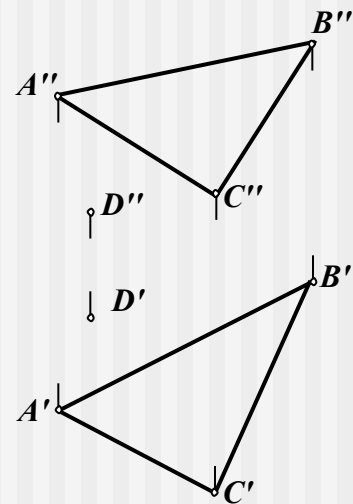


Рис. 74



назад

далее

6. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Плоскости в пространстве могут быть параллельны и могут пересекаться.

6.1. Параллельные плоскости

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым второй плоскости, то такие плоскости параллельны.

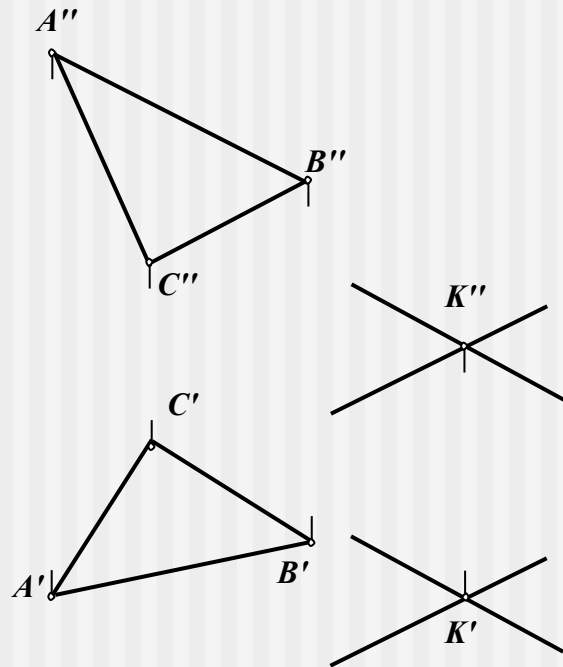


Рис. 75

Через точку K провести плоскость, параллельную заданной треугольником ABC (рис. 75).

В плоскости треугольника ABC выбирается пара пересекающихся прямых – $AB \cap BC$.

Через проекции точки K проводятся проекции пересекающихся прямых $m \cap n$, причем $m \parallel AB$, $n \parallel BC$.

Таким образом, плоскость $m \cap n$ параллельна плоскости треугольника ABC .



назад

к вопросам

далее

Если нужно построить плоскость, параллельную плоскости общего положения (рис. 76), заданной следами, то в плоскости α нужно выделить две пересекающиеся прямые

- а) α_V и α_H ;
- б) (1-2) и (3-4).

Через точку K провести прямые m и n , $m \perp \alpha_V$, $n \perp \alpha_H$. Таким образом, можно утверждать, что плоскость $m \cap n$ параллельна плоскости α ; поскольку α_V и α_H – это две пересекающиеся прямые плоскости α .

В плоскости α проводим пересекающиеся прямые (1-2) и (3-4). Через произвольную точку L проводятся пересекающиеся прямые p и q ($p \parallel 1-2$ и $q \parallel 3-4$).

Прямые p и q определяют плоскость, проходящую через точку L и параллельную плоскости α .

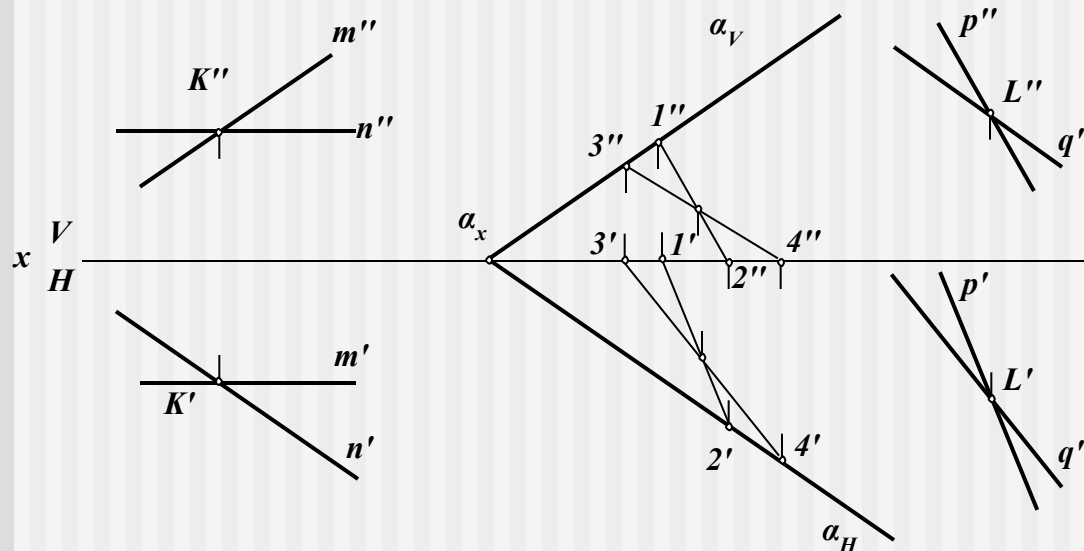


Рис. 76

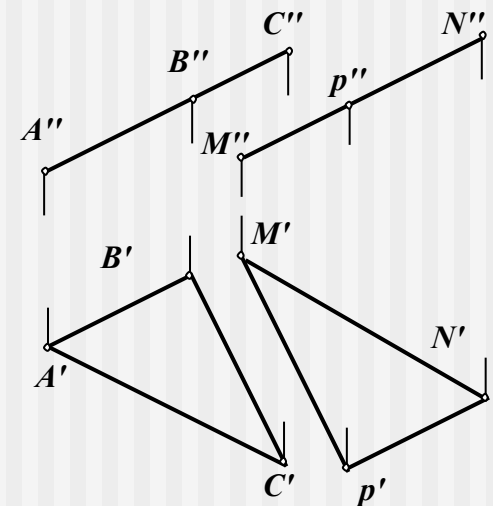


Рис. 77

Чтобы провести плоскость, параллельную плоскости частного положения, необходимо соблюдать единственное условие – вырожденные проекции плоскостей должны быть параллельны. На рис. 77 плоскости ABC и MNP параллельны, поскольку вырожденные проекции плоскостей $A''B''C''$ и $M''N''P''$ параллельны.



назад

к вопросам

далее

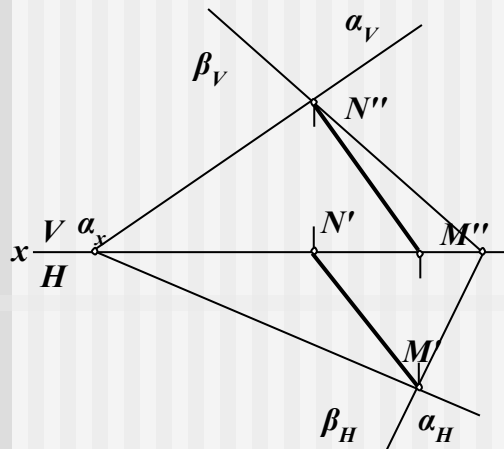


Рис. 78

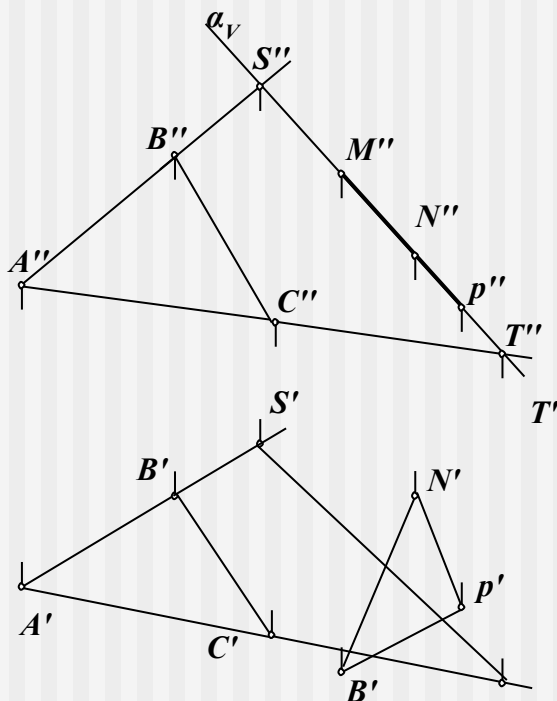


Рис. 79

6.2. Пересекающиеся плоскости

Две плоскости пересекаются по прямой линии; чтобы провести прямую линию, нужно иметь две ее точки.

Таким образом, задача построения линии пересечения двух плоскостей сводится к определению двух общих точек этих плоскостей.

На рис. 78 пересекаются две плоскости α и β , заданные следами. Определяются две общие точки – точки пересечения одноименных следов. Фронтальные следы α_V и β_V пересекаются в точке N , горизонтальные следы α_H и β_H – в точке M . Соединив одноименные проекции точек M и N , получаем проекции линии пересечения плоскостей $M''N''$ и $M'N'$.

Если пересекаются две плоскости – плоскость общего и частного положения, то линия пересечения этих плоскостей однозначно определяется вырожденной проекцией плоскости частного положения.

На рис. 79 плоскость общего положения ABC пересекается с фронтально проецирующей плоскостью MNP . Вырожденная фронтальная проекция плоскости MNP (след – проекция α_V) пересекает сторону AB плоскости ABC в точке S , а сторону AC в точке T .

Это две общие точки данных плоскостей. Соединив одноименные проекции точек, получаем проекции линий пересечения плоскостей $(ABC)(MNP)=ST$.



назад

к вопросам

далее

В случае, если в пределах чертежа элементы, задающие плоскости, не дают общих точек, применяются вспомогательные плоскости – «посредники» (рис. 80).

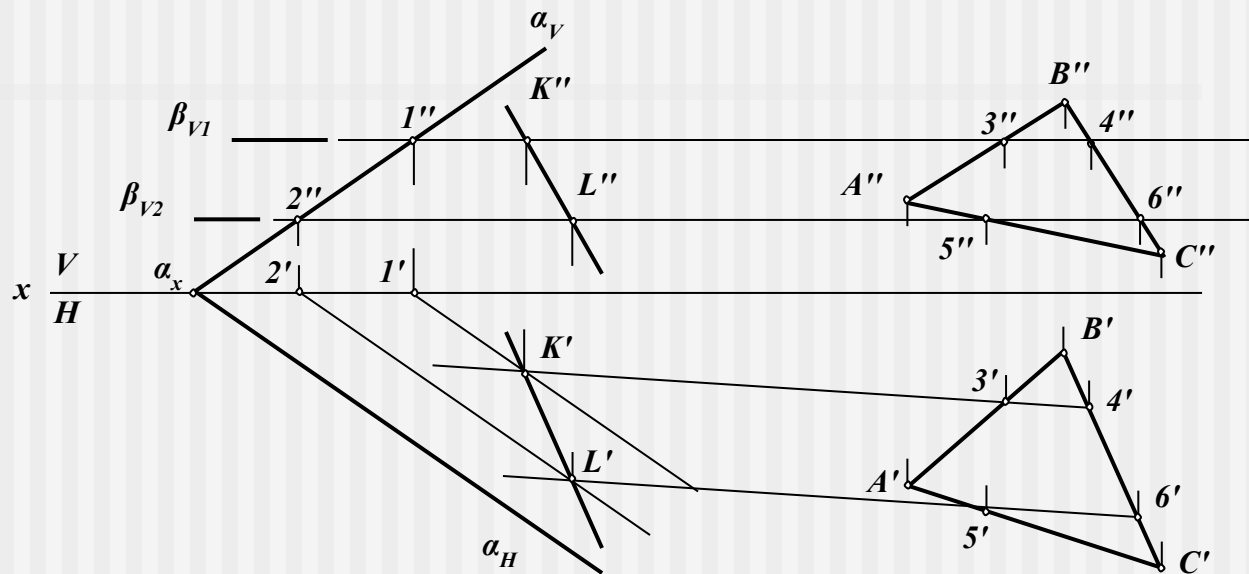


Рис. 80

Вспомогательная горизонтальная плоскость–посредник β_1 на рис. 80 задана следом β_{V1} , пересекает плоскость α по горизонтали, проходящей через точку 1 , а плоскость треугольника ABC по горизонтали $3-4$. Горизонтальные проекции этих горизонталей пересекаются в точке K , фронтальная проекция K'' отмечается на следе β_{V1} . Точка K – одна общая точка двух плоскостей. Вторая общая точка L определяется таким же способом (посредством плоскости β_2). Прямая KL является искомой прямой линией, по которой пересекаются плоскости α и ABC .



назад

к вопросам

далее

6.3. Взаимно перпендикулярные плоскости

Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости будут взаимно перпендикулярны.

Исходя из этого определения можно выделить алгоритм построения взаимно перпендикулярных плоскостей:

- 1) к данной плоскости проводится перпендикуляр в любой точке плоскости;
- 2) через полученный перпендикуляр проводится плоскость с учетом условия задачи;
- 3) если есть необходимость, определяется линия пересечения этих плоскостей.

Предположим, что нужно построить плоскость, перпендикулярную заданной плоскости ABC (рис. 81). Строится прямая, перпендикулярная плоскости ABC в точке A , горизонтальная проекция её проводится под прямым углом к горизонтальной проекции горизонтали ($A'1'$), фронтальная проекция перпендикуляра фронтальной проекции фронтали ($A''2''$).

Перпендикуляр проведен через точку A ; в общем случае он может быть проведен в любом произвольном месте с сохранением условия перпендикулярности проекций соответствующим линиям уровня плоскости. На перпендикуляре отмечается произвольная точка D , и через нее также произвольно проводится прямая DE , если в условии задачи не определяется конкретное положение их в пространстве.

Плоскость, заданная пересекающимися прямыми $DADE$, перпендикулярна заданной плоскости ABC .

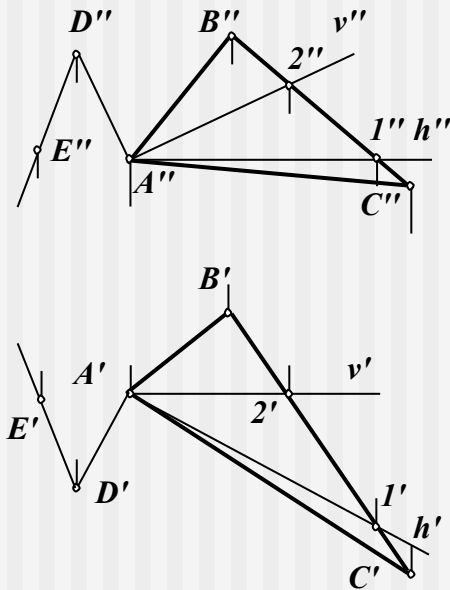


Рис. 81



назад

к вопросам

далее

Литература

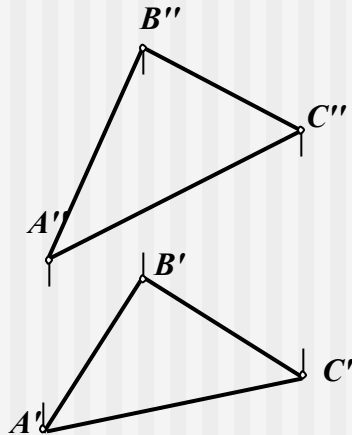
1. *Гордон О. В., Семенцов-Огиевский М. А.* Курс начертательной геометрии. М., 1962. С. 100 – 108.

Вопросы для самопроверки

1. Каким образом могут быть расположены в пространстве две плоскости относительно друг друга?
2. Сформулируйте алгоритм решения задачи пересечения двух плоскостей.
3. Сформулируйте признак параллельности двух плоскостей.
4. Сформулируйте признак перпендикулярности двух плоскостей.

Задачи и упражнения

Задача 1. На расстоянии 30 мм от плоскости ABC построить плоскость, параллельную плоскости ABC (рис. 82).



назад

далее

Задача 2. Построить линию пересечения двух плоскостей (рис. 83 а, б, в).

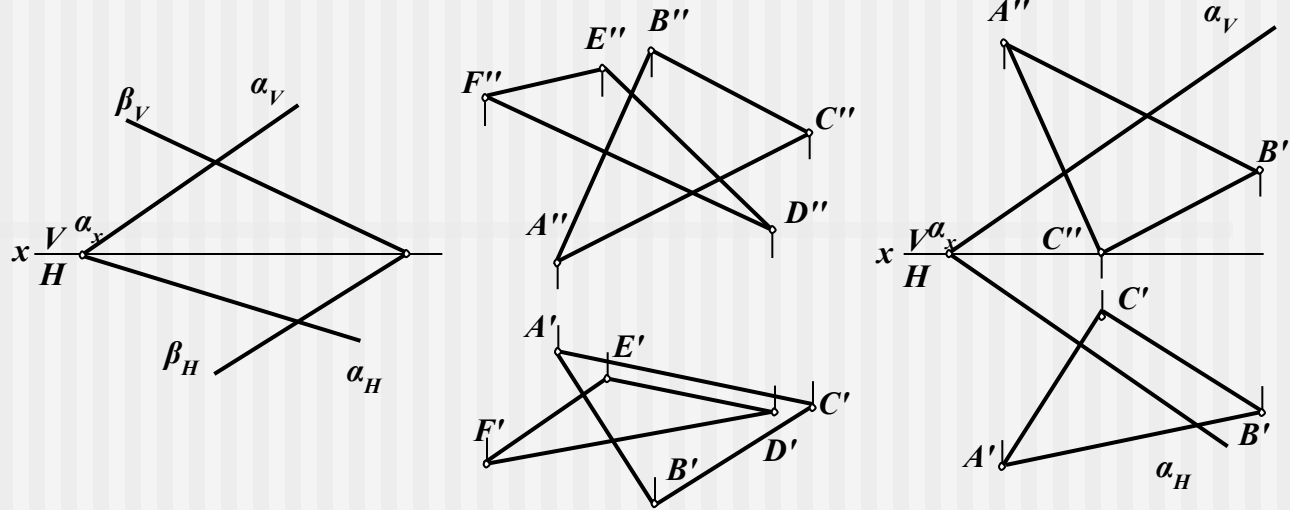


Рис.83 (а, б, в)

Задача 3. Построить точку В, симметричную точке А относительно плоскости общего положения α (рис. 84).

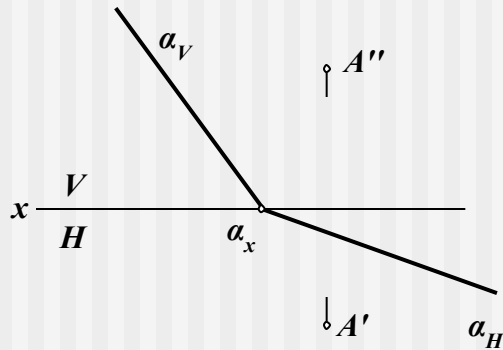


Рис. 84

Задача 4. На прямой АВ построить точку С одинаково удаленную от концов отрезка CD прямой общего положения (рис. 85).

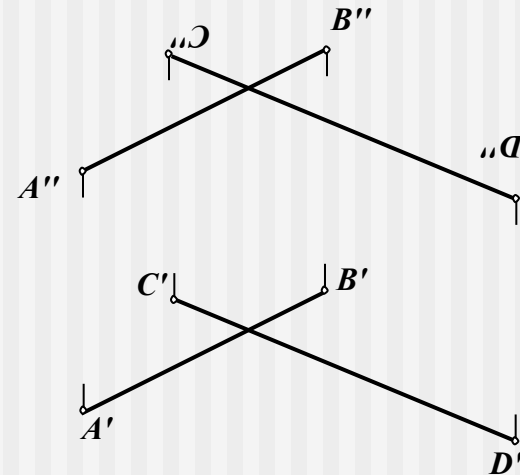


Рис. 85



назад

далее

Комментарии к задачам и упражнениям разделов 2 - 6

Тема: «ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ»

Задача 1.

Решение на основании свойства прямой параллельной плоскости.

Задача 2, 3, 4.

Это упражнение на усвоение алгоритма решения задачи пересечения прямой линии с плоскостью. Очень важно проработать на чертеже все этапы алгоритма.

Задача 5.

В задаче реализуется свойство прямой, перпендикулярной плоскости, определение длины отрезка (расстояние) способом прямоугольного треугольника.

Задача 6.

1. См. задачу 2 в теме «Взаимное положение прямых линий».
2. Из каждой вершины квадрата нужно восстановить перпендикуляр к плоскости основания. Способом прямоугольного треугольника определить величины проекций боковых ребер куба.

Задача 7. Задача – расстояние от точки до прямой общего положения.



назад

далее

Тема: «ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ»

Задача 1.

Из любой вершины треугольника ABC восстановить перпендикуляр длиной 30 мм, он определит точку D , через которую несложно провести плоскость, параллельную ABC .

Задача 2, 3, 4.

Построение линии пересечения двух плоскостей сводится к определению двух общих точек этих плоскостей и, как правило, к решению задачи пересечения прямой с плоскостью.

Задача 5.

Имеется в виду зеркальная симметрия относительно плоскости CDE , то есть из точки A нужно опустить перпендикуляр на плоскость CDE найти точку его пересечения с плоскостью O , отрезки AO и OB должны быть одинаковы.

Задача 6.

1. Нужно определить множество точек пространства, одинаково удаленных от концов отрезка DE , очевидно, что это плоскость, проходящая через середину DE и перпендикулярная ему.
3. Определить точку пересечения прямой AB с этой плоскостью, искомая точка может лежать на продолжении отрезка.



назад

далее

7. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИОННОГО ЧЕРТЕЖА

Под преобразованием проекционного чертежа подразумевается ряд графических операций, в результате которых геометрический объект занимает относительно плоскостей проекций необходимое частное положение.

Преобразование геометрических объектов из общего положения в частное производится с целью решения задач метрических, позиционных или упрощения решения.

Все методы преобразования подразделяются на две группы: первая группа – методы вращения; вторая – методы перемены плоскостей проекций. На практике можно применять и комбинации этих методов.

7.1. Методы вращения

Сущность методов вращения заключается в том, что геометрический объект перемещается (вращается) в пространстве относительно неподвижных плоскостей проекций, занимает необходимое частное положение и фиксируется в этом положении.

Начертательная геометрия оперирует только проекциями объектов, поэтому перемещение объектов в пространстве рассматривается как преобразование его проекций на плоскости чертежа.

7. 1. 1. Метод вращения вокруг проецирующих прямых

Одним из простейших методов вращения является метод вращения вокруг проецирующих прямых или вращение вокруг осей, перпендикулярных плоскостям проекций.



назад

к вопросам

далее

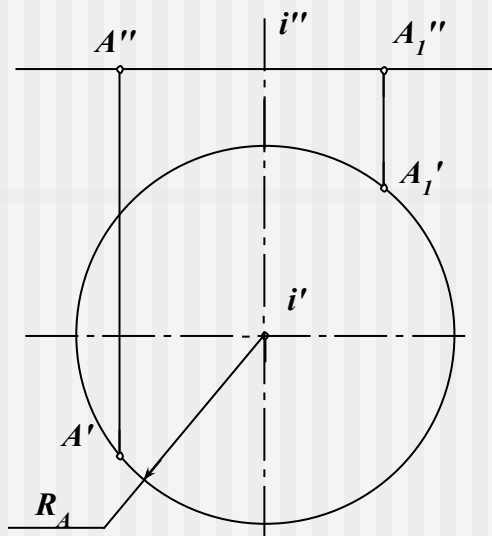


Рис. 88

На рис. 88 точка A вращается вокруг горизонтально проецирующей прямой i . При вращении точка A описывает окружность, плоскость которой перпендикулярна оси вращения i и параллельна горизонтальной плоскости проекций.

Радиус вращения R_A проецируется на горизонтальную плоскость в натуральную величину и при вращении точки ее горизонтальная проекция перемещается по дуге окружности радиуса R_A' , направление вращения для начертательной геометрии не имеет значения.

Проекция A' может быть преобразована в A_1' вращением по и против часовой стрелки.

Фронтальная проекция точки при вращении вокруг оси i перемещается по горизонтальной прямой, которая совпадает со следом – проекцией плоскости вращения точки A , на ней с помощью линии проекционной связи отмечается фронтальная проекция A_1'' – результат преобразования чертежа точки A .

Метод вращения вокруг проецирующих прямых имеет довольно широкое применение для определения натуральных величин отрезков прямых линий, плоских фигур и т. д.



назад

к вопросам

далее

На рис. 89 определена натуральная величина отрезка AB прямой общего положения вращением вокруг фронтально проецирующей прямой, проходящей через точку B .

Ось вращения на чертеже допускается не показывать, поскольку траектории перемещения проекций однозначно определяют её.

На практике возможно применение последовательного вращения объекта вокруг нескольких проецирующих прямых.

На рис. 90 прямая общего положения AB вращением вокруг фронтально проецирующей оси i и горизонтально проецирующей оси l преобразована во фронтально проецирующую прямую A_1B_1 .

Последовательным вращением можно преобразовать плоскую фигуру общего положения в проецирующую плоскость, а затем в плоскость уровня, одна из проекций которой определяет натуральную величину плоской фигуры.

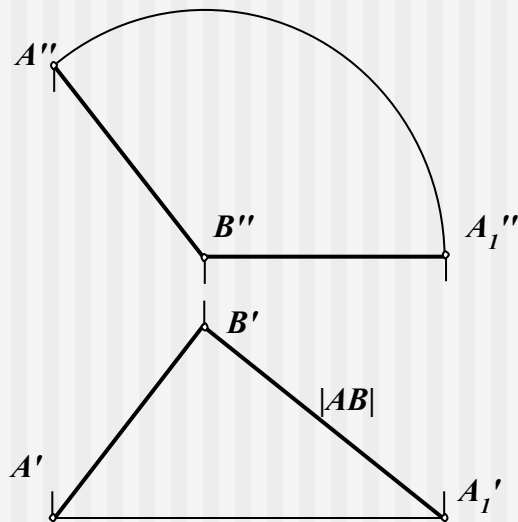


Рис. 89

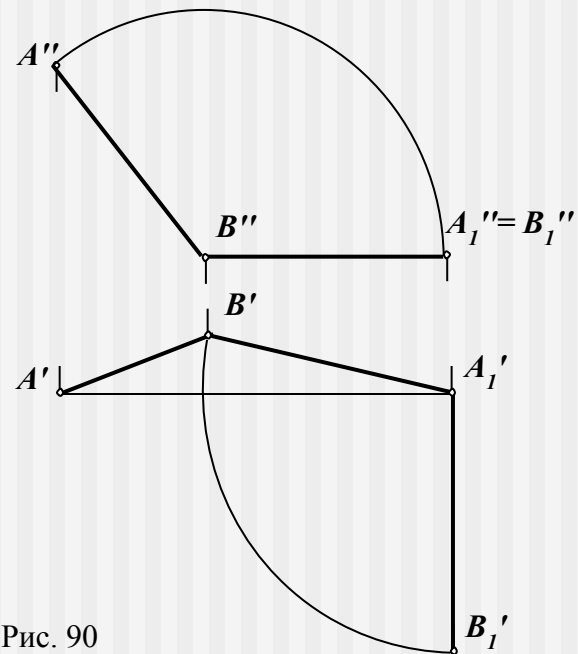


Рис. 90



назад

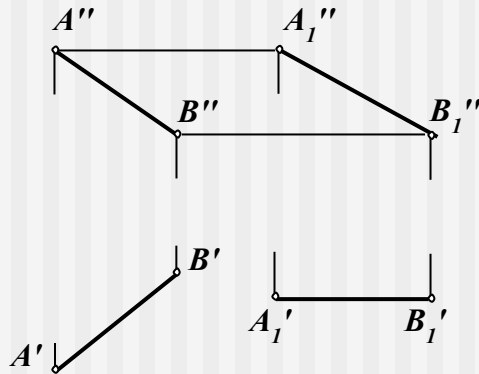
к вопросам

далее

7.1.2. Метод вращения без указания осей или плоскопараллельное перемещение

В основе этого метода лежит теорема Шаля: *«Любое перемещение в пространстве, в конечном счете, можно заменить вращением вокруг некоторого мгновенного центра».*

Сущность этого метода заключается в следующем: геометрический объект перемещается в пространстве параллельно одной из плоскостей проекций и фиксируется в необходимом определенном положении относительно неподвижных плоскостей проекций.



|Рис. 91

На рис. 91 отрезок AB прямой общего положения перемещается параллельно горизонтальной плоскости проекций, поэтому горизонтальная проекция отрезка в любом положении не изменит своей величины.

На чертеже выбирается место для новой горизонтальной проекции отрезка, которая располагается горизонтально.

Такую горизонтальную проекцию имеет фронтальная прямая, а ее фронтальная проекция определяет натуральную величину. $B_1'A_1'$ конгруэнтна $A'B'$ и на чертеже располагается произвольно ,

Фронтальная проекция $A_1''B_1''$ определяется на чертеже линиями проекционной связи от горизонтальной проекции и проекциями траекторий перемещения точек A'' и B'' , которые проводятся в виде горизонтальных линий, поскольку отрезок перемещается параллельно горизонтальной плоскости проекций.

С помощью последовательного плоскопараллельного перемещения можно определить натуральную величину плоской фигуры.

В том смысле, что $A_1'B_1'$ может располагаться выше или ниже, левее или правее, но всегда горизонтально



назад

к вопросам

далее

На рис. 92 треугольник ABC , определяющий плоскость общего положения, последовательно перемещается относительно плоскостей проекций.

Первое перемещение переводит треугольник ABC из общего положения во фронтально проецирующую плоскость.

При этом перемещении горизонтальная проекция $A_1'B_1'C_1'$ конгруэнтна исходной горизонтальной проекции $A'B'C'$ и расположена на чертеже так, что горизонтальная проекция горизонтали $A'I'$ вертикальна.

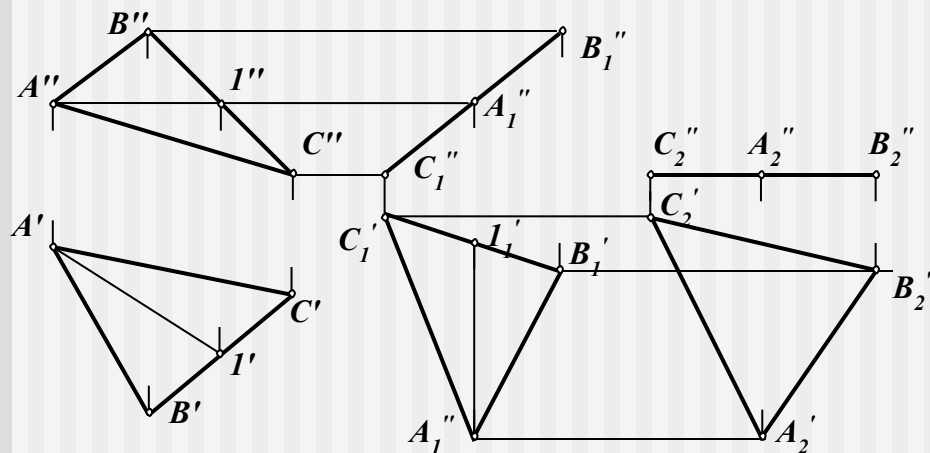


Рис. 92

В этом случае плоскость треугольника должна стать фронтально проецирующей, потому что горизонталь во фронтально проецирующей плоскости является фронтально проецирующей прямой.

Фронтальная проекция $A_1''B_1''C_1''$ строится с помощью линий проекционной связи, проведенных от горизонтальной проекции $A_1'B_1'C_1'$, которые пересекаются с проекциями траекторий перемещения точек A'' , B'' и C'' на фронтальной плоскости проекций (горизонтальные линии $A''A_1''$ и т. д. на рис. 92). Построенная проекция $A_1''B_1''C_1''$ вырождается в прямую линию.

Второе перемещение треугольника проводится параллельно фронтальной плоскости проекций. Вырожденная фронтальная проекция $A_1''B_1''C_1''$ располагается в удобном на чертеже месте в горизонтальном положении и обозначается $A_2''B_2''C_2''$, горизонтальная проекция треугольника $A_2'B_2'C_2'$ определяет натуральную величину треугольника ABC .

К достоинствам этого метода следует отнести простоту построений, возможность построения натуральных величин любых плоских фигур, определенную свободу компоновки чертежа. Основными недостатками метода являются большие габариты чертежа и большое количество графических операций.



назад

к вопросам

далее

7.1.3. Вращение вокруг линий уровня

Метод применяется для определения натуральной величины плоских фигур.

Сущность метода заключается в том, что плоская фигура общего положения вращается вокруг линии уровня до момента, когда она станет параллельной плоскости проекций и отобразится на нее в натуральную величину.

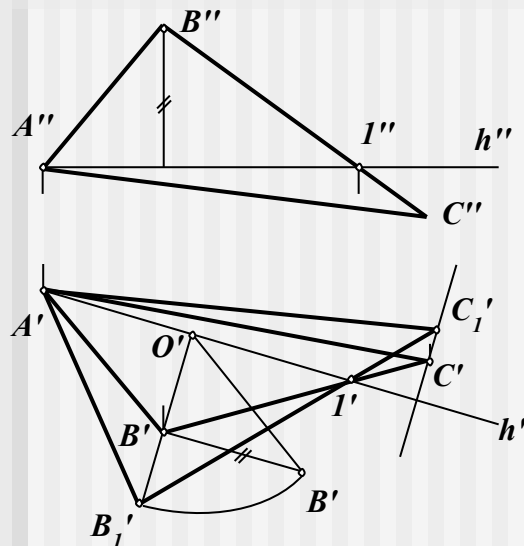


Рис. 93

На рис. 93 вращением вокруг горизонтали определяется натуральная величина треугольника ABC . За ось вращения берется горизонталь AI . Точки B и C вращаются вокруг этой оси в горизонтально проецирующих плоскостях, их следы на плоскости H определяют траектории перемещения проекций B' и C' при вращении. Плоскость треугольника отобразится в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций в том случае, когда радиус вращения точки B займет горизонтальное положение. На рис. 93 горизонталь AI является осью вращения, точка O – центр вращения точки B . $O'B'$ – траектория перемещения горизонтальной проекции точки B при вращении вокруг горизонтали.

Способом прямоугольного треугольника определяется натуральная величина $|OB|$ радиуса вращения точки B , которая откладывается на траектории $O'B'$, получается точка B_1' . Точку B_1' можно соединить с точкой A' .

Поскольку точка A лежит на оси вращения, то она не меняет своего положения в пространстве. $A'B_1'$ – натуральная величина стороны AB треугольника ABC . Сторона BC проходит через точку I , лежащую на горизонтали (оси вращения).

Проводится сторона $B_1'C_1'$ из точки B_1' через I' до пересечения с траекторией вращения точки C . Получается точка C_1' , которая соединяется прямой линией с точкой A' . Полученный треугольник $A'B_1'C_1'$ определяет натуральную величину треугольника ABC .



назад

к вопросам

далее

7.1.4. Вращение вокруг следа плоскости

Метод вращения вокруг следа плоскости является частным случаем метода вращения вокруг линий уровня, поскольку следы плоскости фактически являются линиями уровня этой плоскости.

Этот метод преобразования применяется для построения натуральной величины фигуры сечения какого-либо геометрического тела плоскостью и для решения различных задач с геометрическими элементами, лежащими в этой плоскости.

Сущность метода заключается во вращении плоскости вокруг горизонтального или фронтального следов до совмещения ее с соответствующей плоскостью проекций, тогда все геометрические элементы, лежащие в плоскости, отображаются на плоскость проекций в натуральную величину.

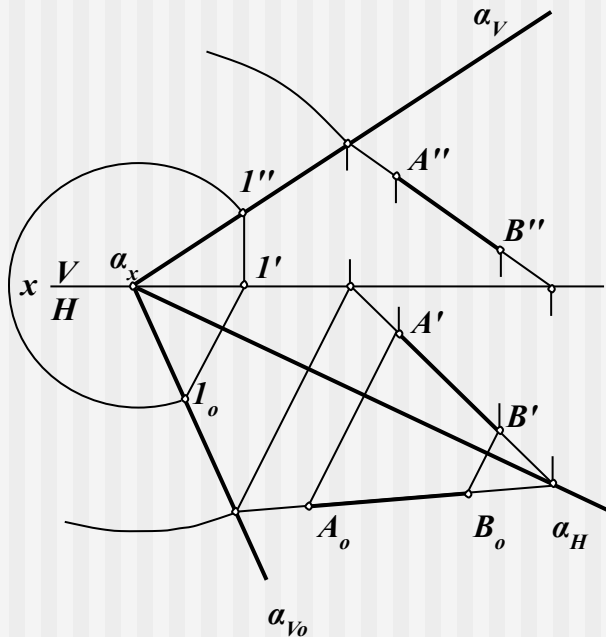


Рис. 94

На рис. 94 плоскость α , вращаясь вокруг горизонтального следа, совмещается с горизонтальной плоскостью проекций.

Чтобы совместить плоскость α с плоскостью H , нужно на горизонтальной плоскости проекций построить совмещенное положение фронтального следа α_{v0} .

На фронтальном следе плоскости произвольно выбирается точка I и вращается вокруг горизонтального следа плоскости, как вокруг горизонтали этой плоскости, до совмещения с плоскостью H – положение I_0 .

Совмещенное положение фронтального следа проводится через две точки – α_x и I_0 .

Если в плоскости лежит прямая линия AB , то, используя признак принадлежности, легко построить эту прямую в совмещенном положении – A_0B_0 . A_0B_0 определяет натуральную величину отрезка AB .



назад

к вопросам

далее

7.2. Метод перемены плоскостей проекций

Сущность метода: объект в пространстве не меняет своего положения, а плоскости проекций заменяются, образуя новые системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций, в которых данный геометрический объект занимает определенное частное положение.

Этот метод имеет очень широкое использование на практике для решения различных метрических и позиционных задач.

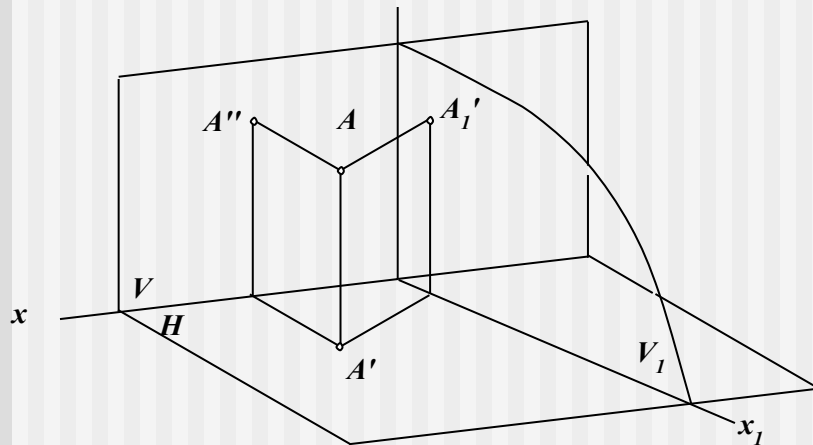


Рис. 95

На рис. 95 в аксонометрической проекции показан процесс перемены фронтальных плоскостей проекций.

Точка A не меняет своего положения в пространстве, фронтальная плоскость проекций V заменена на новую V_1 . Строятся проекции точки A в новой системе плоскостей проекций HV_1 . Этот переход от системы VH к системе HV_1 и является преобразованием.

Инвариантом преобразования или неизменной частью этого преобразования является удаление точки A от горизонтальной плоскости проекций или координата z точки A .

Преобразование проекций методом перемены плоскостей на примере точки A показано на рис. 96. Новая ось x_1 выбирается произвольно или в соответствии с требованиями условия задачи.

Линия проекционной связи $A'A_1''$ проводится перпендикулярно оси x_1 , проекция A_1'' строится с использованием инварианта преобразования – координаты z точки A , которая для обеих систем плоскостей проекций одинакова, то есть координата z точки A откладывается по линии связи от оси x_1 и определяет положение A_1'' .



назад

к вопросам

далее

Таким же образом можно заменить горизонтальную плоскость проекций. Ось x_1 располагается в поле фронтальной плоскости проекций определенным образом относительно фронтальной проекции объекта. Проводятся линии проекционной связи в новой системе VH_1 , по которым откладываются координаты y точек объекта, являющиеся инвариантом данного преобразования.

Описанным способом преобразован отрезок AB прямой общего положения (рис. 97) системы VH в отрезок горизонтальной прямой в системе VH_1 . Ось x_1 проводится параллельно проекции $A''B''$, для того, чтобы в системе VH_1 получить линию уровня. Через фронтальные проекции A'' и B'' проводятся линии проекционной связи перпендикулярно оси x_1 .

Координаты y точек A и B откладываются по линиям проекционной связи от оси x_1 , строятся проекции точек A и B на плоскости H_1 . $A_1'B_1'$ - новая горизонтальная проекция отрезка AB – определяет натуральную величину $|AB|$ и β - угол наклона отрезка к плоскости V .

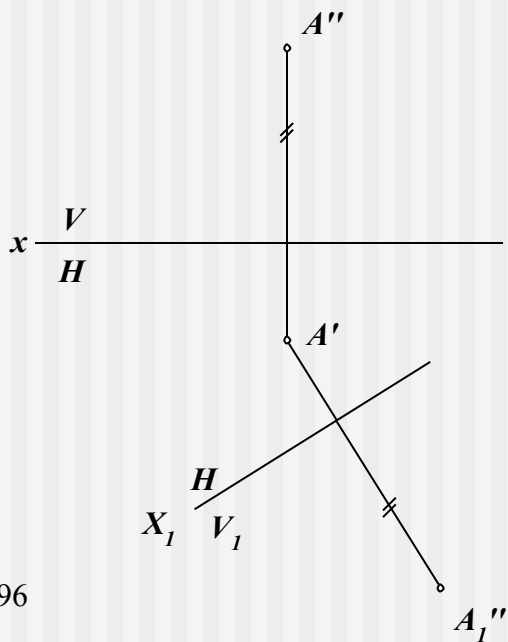


Рис. 96

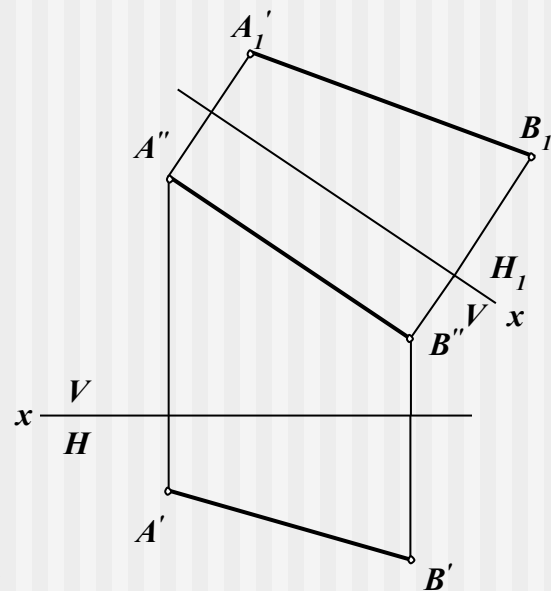


Рис. 97



назад

к вопросам

далее

7.2.2. Последовательная замена плоскостей проекций

Довольно часто для решения задачи бывает недостаточно замены одной из плоскостей проекций, в этом случае можно использовать последовательную замену плоскостей проекций. При последовательной замене плоскостей проекций следует внимательно следить за инвариантами каждого последующего преобразования, что обеспечит правильность построения проекций и соответственно конечный результат.

На рис. 98 путем последовательной замены плоскостей проекций плоскость треугольника ABC общего положения преобразована, в конечном счете, в плоскость уровня и определена натуральная величина треугольника ABC .

Первая замена плоскостей проекций преобразует плоскость ABC из общего положения в проецирующее. Для этого ось x_1 проводится перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали (используется свойство горизонтали во фронтальной проецирующей плоскости).

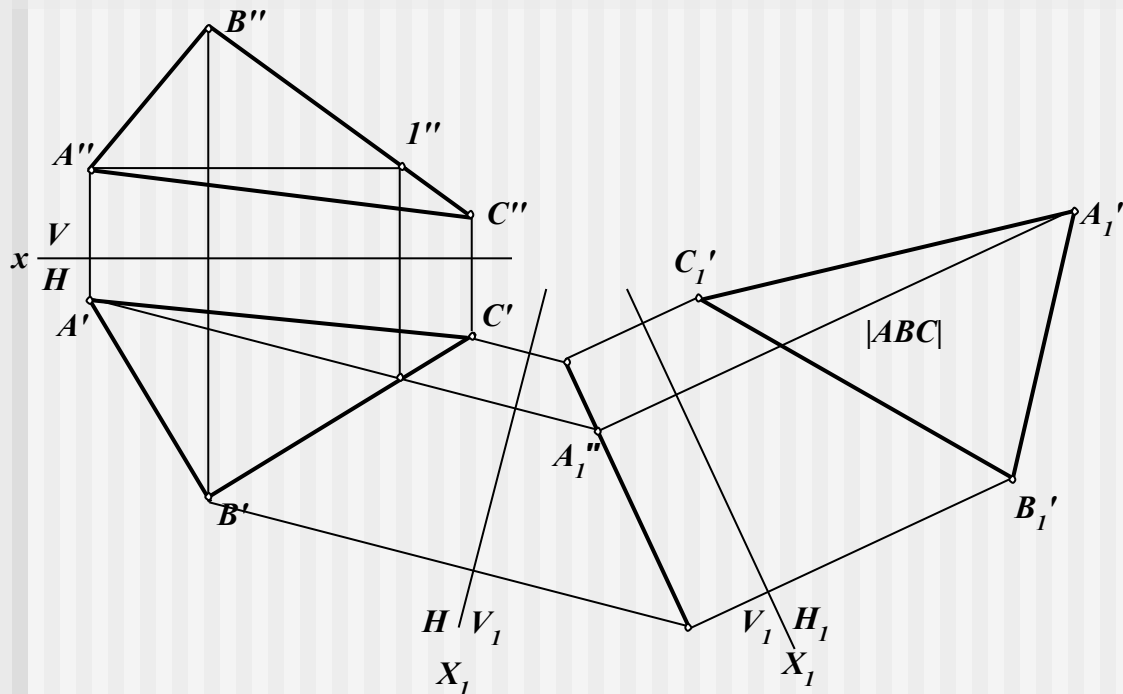


Рис. 98

Инвариантом преобразования являются координаты z точек A , B , C , которые откладываются от оси x_1 по линиям связи. Новая (фронтальная) проекция треугольника вырождается в прямую линию $A_1''B_1''C_1''$.



назад

к вопросам

далее

Ось x_2 проводится параллельно $A_1''B_1''C_1''$, на произвольном от нее расстоянии проводятся линии проекционной связи.

Система HV_1 преобразуется в систему V_1H_1 , инвариантом преобразования является удаление точек от плоскости V_1 (координаты y_1). Координаты y_1 точек откладываются по линиям связи от оси x , получается новая горизонтальная проекция $A_1'B_1'C_1'$.

В системе V_1H_1 плоскость треугольника ABC расположена параллельно плоскости H_1 , поэтому проекция $A_1'B_1'C_1'$ является натуральной величиной треугольника ABC .

Литература

1. *Гордон О. В., Семенцов–Огиевский М. А.* Курс начертательной геометрии. М., 1962. С. 139 – 180.
2. *Фролов С. А.* Начертательная геометрия. – М.: Машиностроение, 1978. С. 83 – 115.

Вопросы для самопроверки

1. Изложите сущность методов вращения.
2. Как определить натуральную величину отрезка прямой линии вращением вокруг проецирующей прямой?
3. Изложите последовательность операций при определении натуральной величины плоской фигуры вращением без указания осей.
4. Изложите сущность метода вращения вокруг линии уровня.
5. Изложите сущность метода перемены плоскостей проекций.
6. Перечислите операции при определении величины плоской фигуры методом перемены плоскостей проекций.



назад

далее

Задачи и упражнения

Задача 1. Вращением вокруг проецирующей прямой точку A совместить с плоскостью: а) частного положения, б) общего положения (рис. 99, 100).

Упражнение 2. Определить натуральную величину прямой общего положения всеми известными методами преобразования (чертеж построить самостоятельно).

Задача 3. Методом плоскопараллельного перемещения определить натуральную величину четырехугольника $ABCD$. (Плоскость $ABCD$ общего положения, чертеж задать самостоятельно).

Задача 4. Определить расстояние от точки A до прямой общего положения, заданной отрезком BC (использовать метод вращения и метод перемены плоскостей проекций).

Задача 5. Определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми.

Задача 6. Определить величину двугранного угла методом перемены плоскостей проекций (рис. 101).

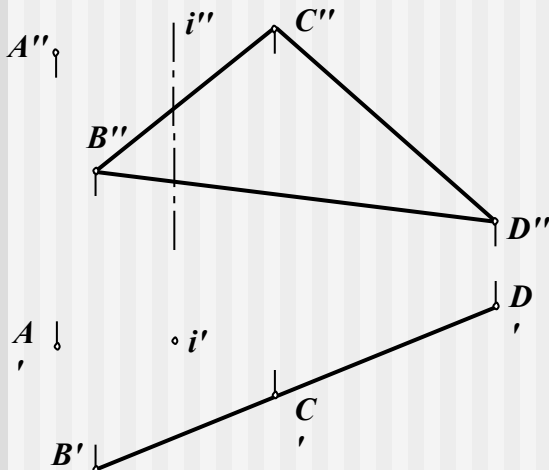


Рис. 99

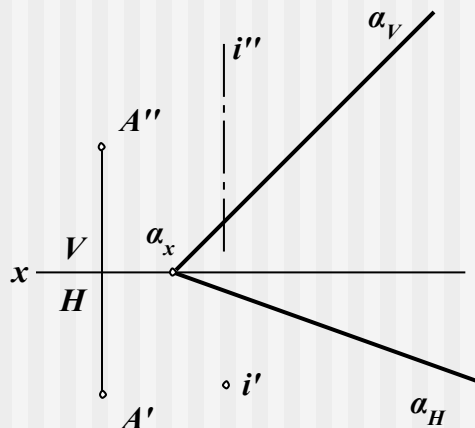


Рис. 100

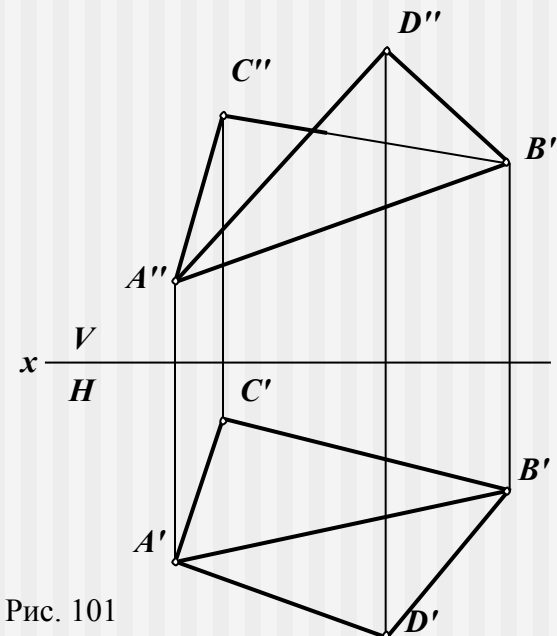


Рис. 101



назад