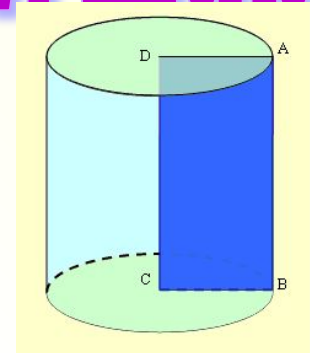
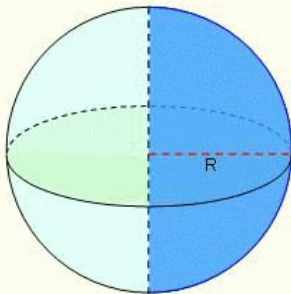


Тела вращения

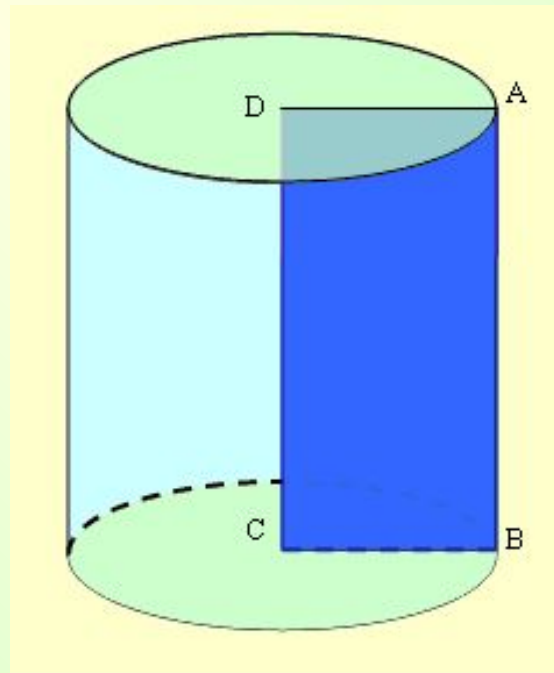
Цилиндр. Конус. Сфера и шар.

9 класс

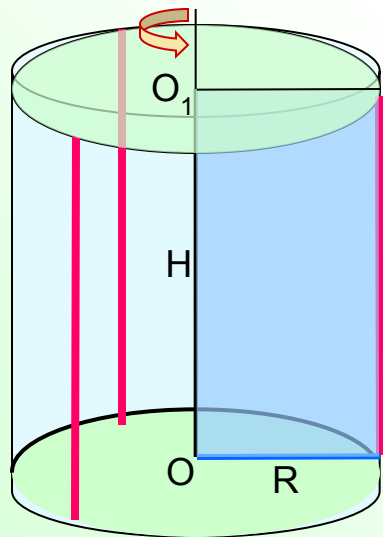


ЦИЛИНДР: от греческого «валик, каток»

Цилиндром называется тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, проходящей через одну из его сторон.



Основные определения



Основаниями цилиндра называются круги, полученные в результате вращения сторон прямоугольника, смежных со стороной принадлежащей оси вращения.

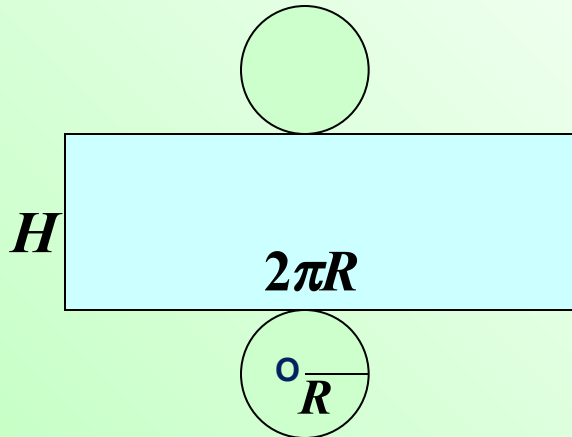
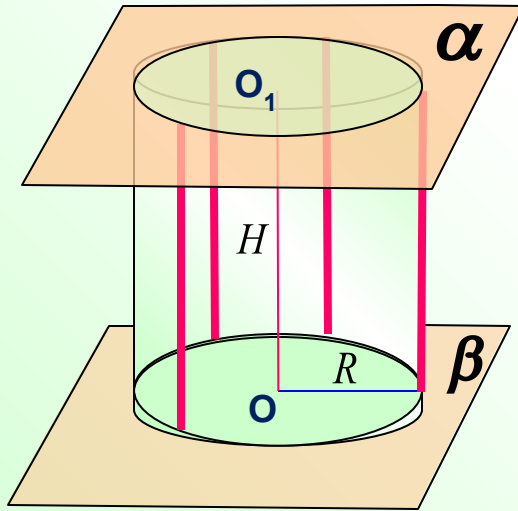
Образующими цилиндра называются отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов.

Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

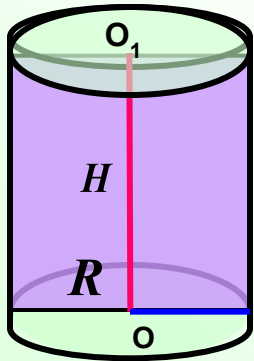
Осью цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований.

Цилиндр: основные свойства

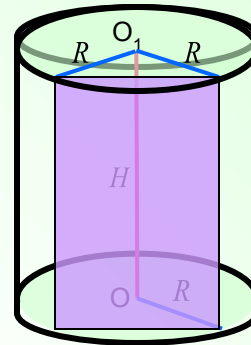


- **Основания** цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
- **Образующие** цилиндра параллельны и равны.
- **Боковая поверхность** цилиндра составлена из образующих.
- **Поверхность цилиндра** состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка цилиндра** представляет собой прямоугольник и два круга

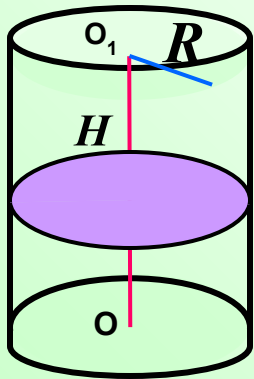
Сечения цилиндра



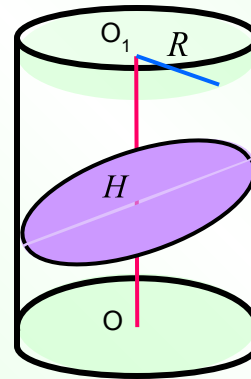
Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется **осевым сечением**.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, представляет собой **прямоугольник**.



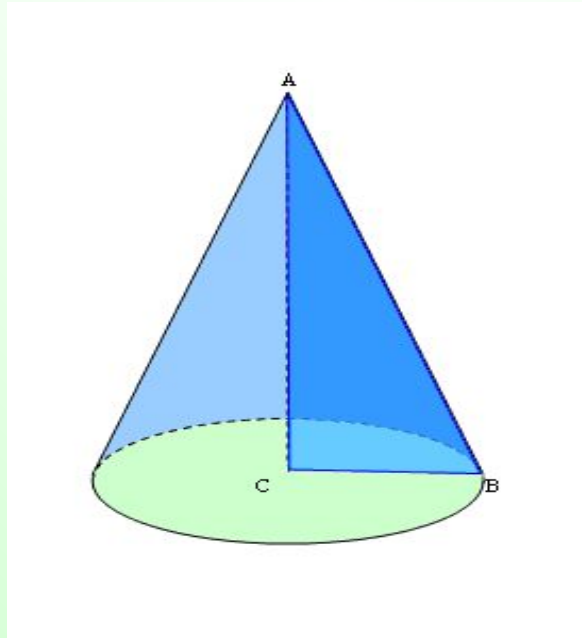
Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра, представляет собой **круг**, равный основанию.



Сечение цилиндра плоскостью, проходящей под углом к оси цилиндра, представляет собой **эллипс**.

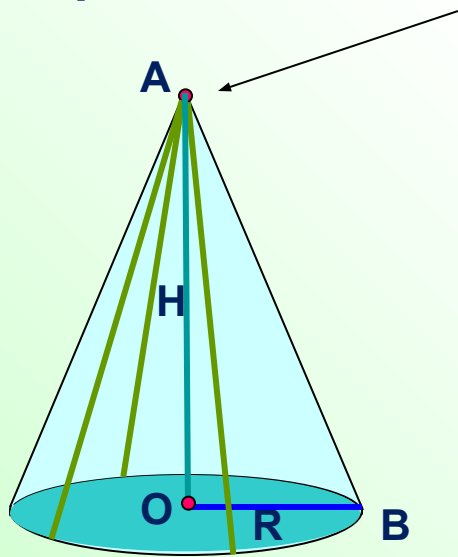
КОНУС *от греческого «сосновая шишка,
остроконечная верхушка шлема»*

Конусом называется тело, полученное при
вращении прямоугольного треугольника
вокруг оси, содержащей его катет.



Основные определения

Основанием конуса называется круг, полученный в результате вращения катета, перпендикулярного стороне, принадлежащей оси вращения.



Вершиной конуса называется точка, не лежащая в плоскости этого круга.

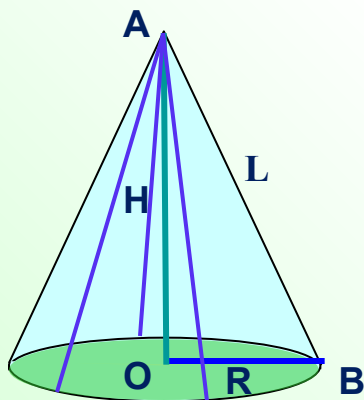
Радиусом конуса называется радиус его основания.

Образующими конуса называются отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

Осью прямого конуса называется прямая, содержащая его высоту.

Конус: основные свойства

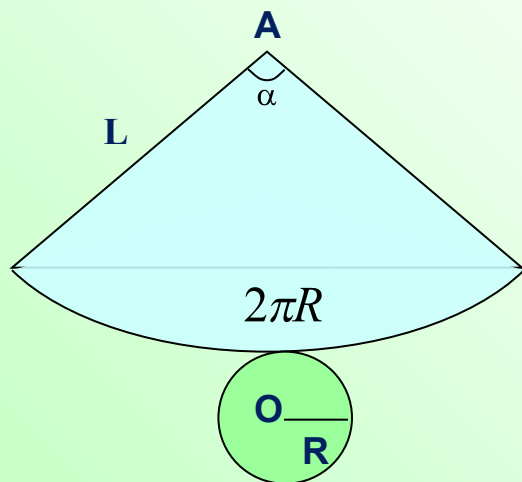


- Конус называется **прямым**, если прямая соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

- *Образующие* прямого конуса равны.

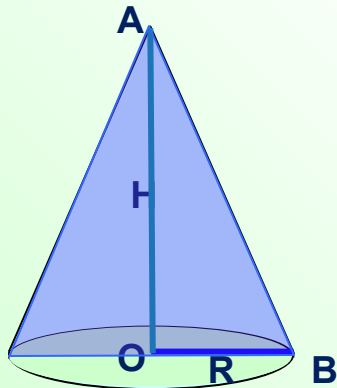
- *Боковая поверхность* составлена из образующих.

- *Полная поверхность* конуса состоит из основания и боковой поверхности.

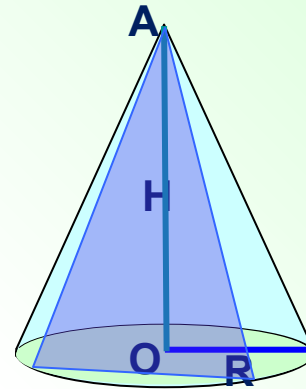


Развертка конуса представляет собой круговой сектор, радиусом которого является образующая, и круг.

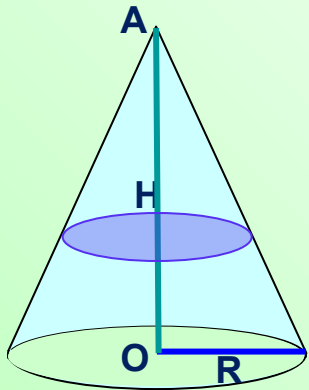
Сечения конуса



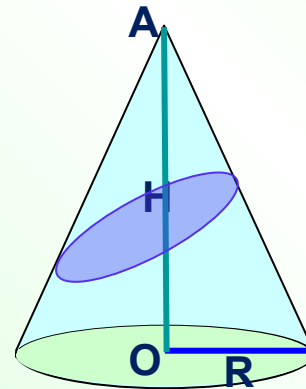
•Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.
Осевое сечение прямого конуса является равнобедренным треугольником



•Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, но не через его ось представляет собой **равнобедренный в треугольник**.



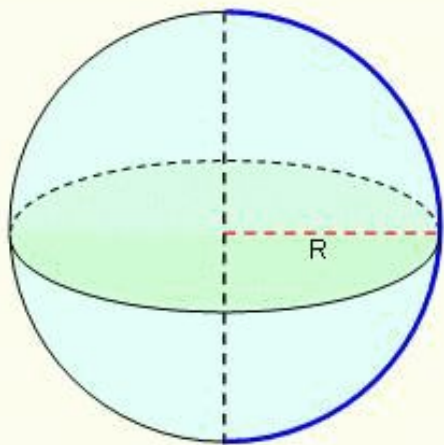
•Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



•Сечение конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

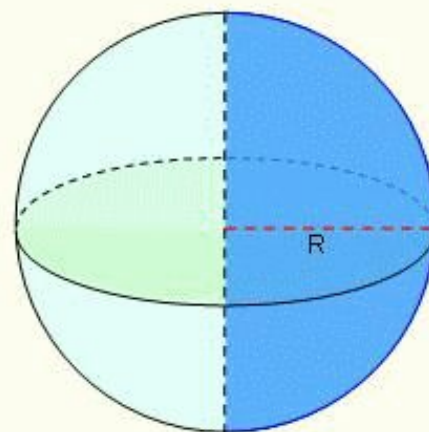
Сфера и шар

сфера



Сферой называется поверхность, полученная при вращении полуокружности вокруг её диаметра.

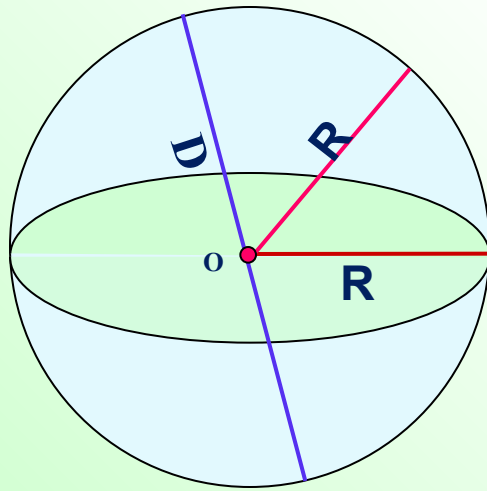
Шаром называется тело, полученное при вращении полукруга вокруг его диаметра.



шар

Основные определения

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки.



- Эта точка называется **центром** шара, а данное расстояние называется **радиусом** шара.

- Граница шара называется шаровой поверхностью или **сферой**.

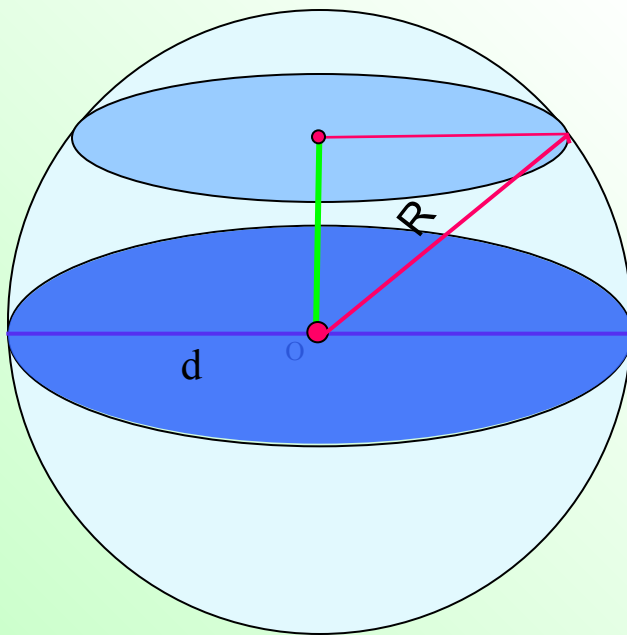
- Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, называется **радиусом**.

- Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром**.

Сечения сферы и шара

- *Всякое сечение шара плоскостью есть круг.*

Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра на секущую плоскость.



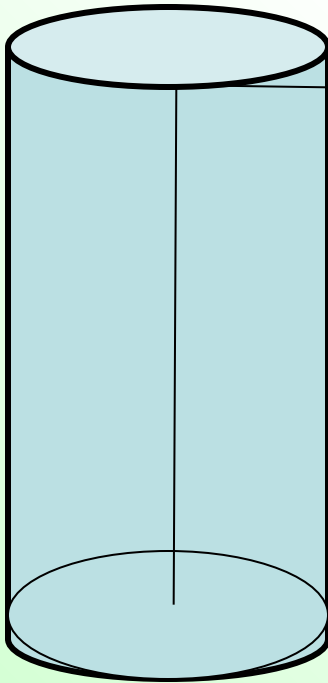
- Плоскость, проходящая через центр шара, называется **диаметральной плоскостью**.

Сечение шара диаметральной плоскостью называется **большим кругом**, а сечение сферы - **большой окружностью**.

Формулы площади поверхности и объема тел вращения

Название тела	Формула площади бок. поверхности	Формула площади полной поверхности	Формула объема
Цилиндр	$S_{бок} = 2\pi RH$	$S = 2\pi R(H + R)$	$V = \pi R^2 H$
Конус	$S_{бок} = \pi RL$	$S = \pi R(L + R)$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$
Шар		$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

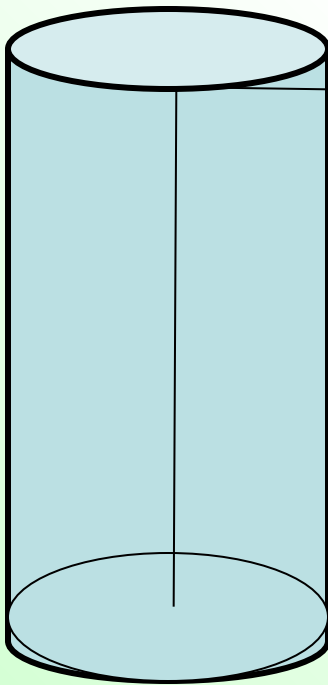
Задачи с практическим содержанием



Задача 1. Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около 140 см^3 . Как это сделать?

[Показать решение](#)

Задача 1. Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около 140 см³. Как это сделать?



Дано: цилиндр,

$$V=140 \text{ см}^3, h=5 \text{ см}$$

Найти: R

Решение

$$1) \quad V = \pi R^2 h \Rightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

$$\Rightarrow R \approx \sqrt{\frac{140}{3,14 \cdot 5}} \approx 3 \text{ см}$$

Решите задачи:

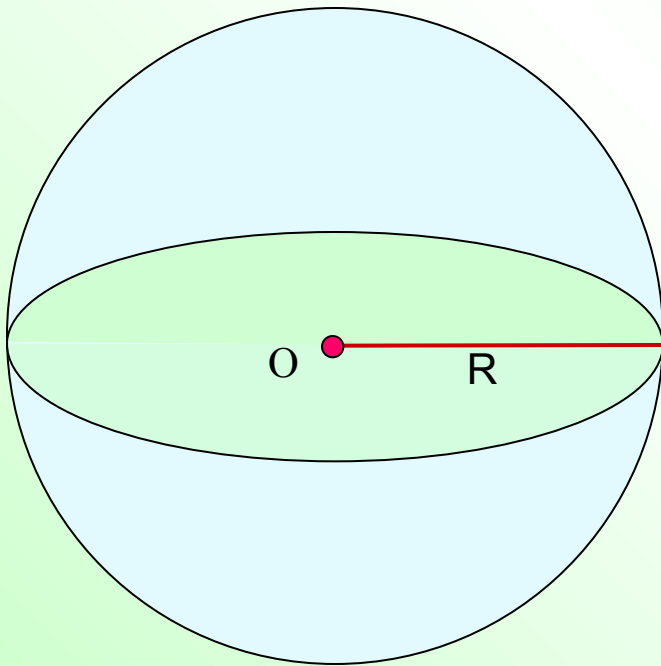
№ 1229

№ 1217

№ 1228



Задача № 1229. Сколько кожи пойдет на покрытие футбольного мяча радиуса 10см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча)?



$$S = 4\pi R^2$$

$$S = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi$$

$$0,08S = 0,08 \cdot 400\pi = 32\pi$$

$$S + 0,08S = 400\pi + 32\pi = 432\pi$$

$$S + 0,08S \approx 1357(\text{см}^2)$$

Задача № 1217. Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4 м и диаметром 20 см, если на швы необходимо добавить 2,5% от площади её боковой поверхности?

$$S_{бок} = 2\pi RH$$

$$0,025S_{бок} = 0,025 \cdot 2\pi RH = 0,05\pi RH$$

$$S_{бок} + 0,025S_{бок} = 2\pi RH + 0,05\pi RH = 2,05\pi RH$$

$$S_{бок} + 0,025S_{бок} = 2,05\pi RH = 2,05\pi \cdot 0,1 \cdot 4 = 0,82\pi$$

$$\text{Ответ : } 0,82\pi \approx 2,58(\text{м}^2)$$



Задача № 1228. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

Ответ: нет



Повторим ещё раз формулы

- Цилиндр
- Конус
- Шар и сфера



Цилиндр

R - радиус основания; H - высота

Площадь полной поверхности:

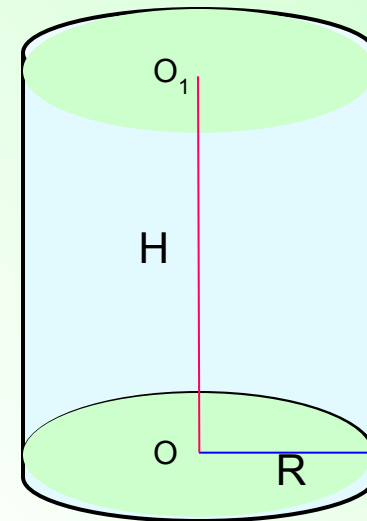
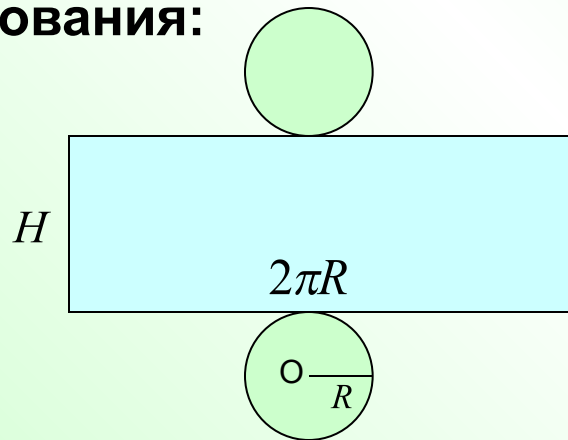
$$S = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi R(H + R)$$

Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R H$$

Площадь основания:

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

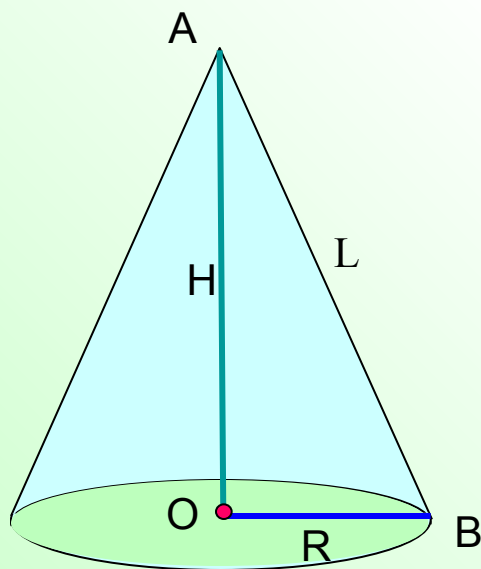


Объем цилиндра:

$$V = \pi R^2 H$$

КОНУС

R - радиус основания; H – высота; L - образующая



Площадь полной поверхности:

$$S = S_{бок} + S_{осн} = \pi R(L + R)$$

Площадь боковой поверхности:

$$S_{бок} = \pi R L$$

Площадь основания:

$$S_{осн} = \pi R^2$$

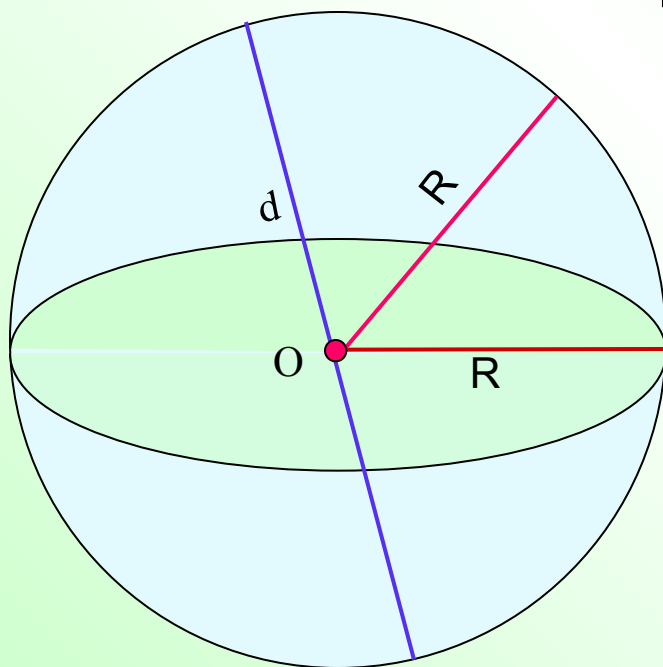
Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



СФЕРА И ШАР

R - сферы; d - диаметр



Площадь поверхности сферы:

$$S = 4\pi R^2 \quad S = \pi d^2$$

Объем шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad V = \frac{1}{6}\pi d^3$$



*Спасибо за
внимание!*