



Известно несколько различных способов решения логических задач.

- Метод рассуждений
- Табличный
- С помощью графов
- Упрощение логических выражений
- Составление таблиц истинности
- Метод кругов Эйлера



## Рассмотрим четыре типа логических задач.

### Задачи 1-го типа

В условии приводится несколько двойных или одинарных утверждений и дается оценка их истинности, т.е. сообщается, сколько участников говорят только правду, сколько лгут и сколько говорят то правду, то ложь.

## Задача №1

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз **то ложь, то правду**. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но не знает, кто из них прав, а кто – нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что **никогда раньше** никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, – правда».

|      |            |                                                                                                                                      |
|------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Саша | <b>И</b>   | Утверждение <b>ИСТИННО</b> , т.к. астрономию никто не прогуливал                                                                     |
| Коля | <b>Л Л</b> | Первое утверждение <b>ЛОЖЬ</b> , т.к. астрономию никто не прогуливал, второе утверждение тоже <b>ЛОЖЬ</b> , т.к. Саша говорил правду |
| Миша | <b>Л</b>   | Утверждение, что Коля говорил правду <b>ЛОЖЬ</b>                                                                                     |

Ответ: Коля лжет всегда, Саша говорит правду, а Миша может сказать правду а может и солгать.

## Задача №2.

Три друга играли во дворе в футбол и разбили мячом окно. Ваня сказал: «Это я разбил окно, Коля окно не разбивал». Коля сказал «Это сделал не я и не Саша». Саша сказал: «Это сделал не я и не Ваня». А Бабушка сидела на лавочке и все видела. Она сказала, что только один мальчик оба раза сказал правду, но не назвала того, кто разбил окно. Кто же это?

| В | К | С | Слова В |     | Слова К |     | Слова С |     |
|---|---|---|---------|-----|---------|-----|---------|-----|
|   |   |   | В       | ¬ К | ¬ К     | ¬ С | ¬ С     | ¬ В |
| 0 | 0 | 1 | 0       | 1   | 1       | 0   | 0       | 1   |
| 0 | 1 | 0 | 0       | 1   | 0       | 1   | 1       | 1   |
| 1 | 0 | 0 | 1       | 1   | 1       | 1   | 1       | 0   |

Ответ: разбил Коля

## Задачи 2-го типа

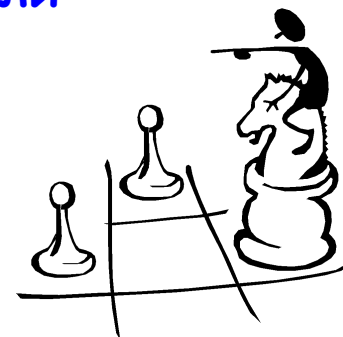
В условии приводится несколько двойных утверждений, в которых одно утверждение истинно, а другое ложно. Результат – расстановка участников по местам.

### **Пример:**

Перед началом турнира болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

- А. Макс победит, Билл – второй.
- Б. Билл – третий, Ник – первый.
- В. Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый болельщик был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Билл, Ник, Макс?



**Пример:**

Перед началом турнира болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

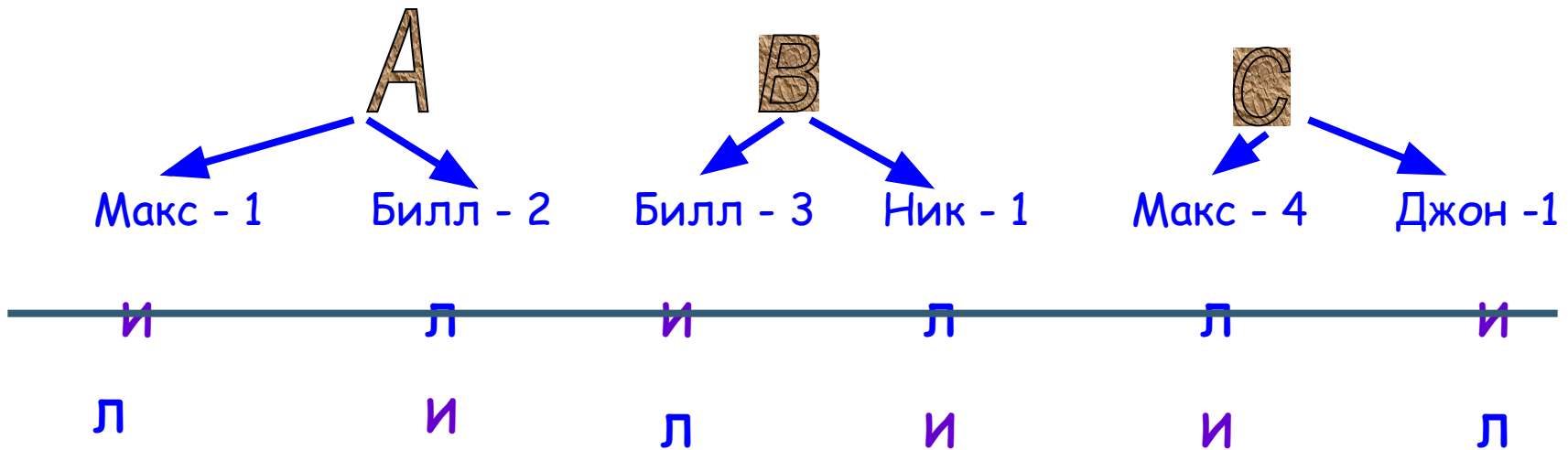
А. Макс победит, Билл - второй.

Б. Билл - третий, Ник - первый.

В. Макс - последний, а первый - Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый болельщик был прав только в одном из своих прогнозов.

Какое место на турнире заняли Джон, Билл, Ник, Макс?



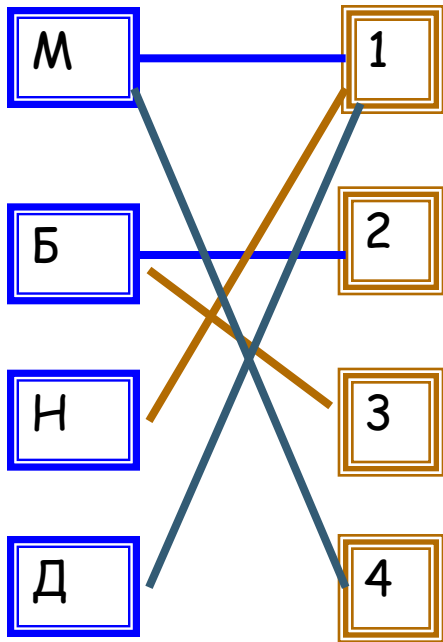
Противоречие!!!

Ответ:

Ник - 1, Билл 2, Джон 3, Макс - 4

Два первых места

# Решение с применением графа



1-ый эксперт:

Предположим, что

Макс – победит,  
следовательно **М4** –  
**ложно**

Противоречие- в  
вершину 1 приходит **Д1**

Значит **М1** –убрать, а **М4**  
–оставить

Убираем **Д1**

Убираем **Б3**

**Ответ:**

**Ник** – первый

**Билл** – второй

**Джон** – третий

**Макс** – четвертый

Вершины графа – имена участников и места,  
которые они могут занять.

Для каждого эксперта используются линии разных  
цветов.

В результате решения на графе должна остаться  
только одна линия определенного цвета , и из  
каждой вершины должна выходить одна линия.

### Задачи 3-го типа

В условии приводятся несколько (обычно три) двойных утверждений, в которых одно утверждение истинно, а другое ложно.

#### **Пример:**

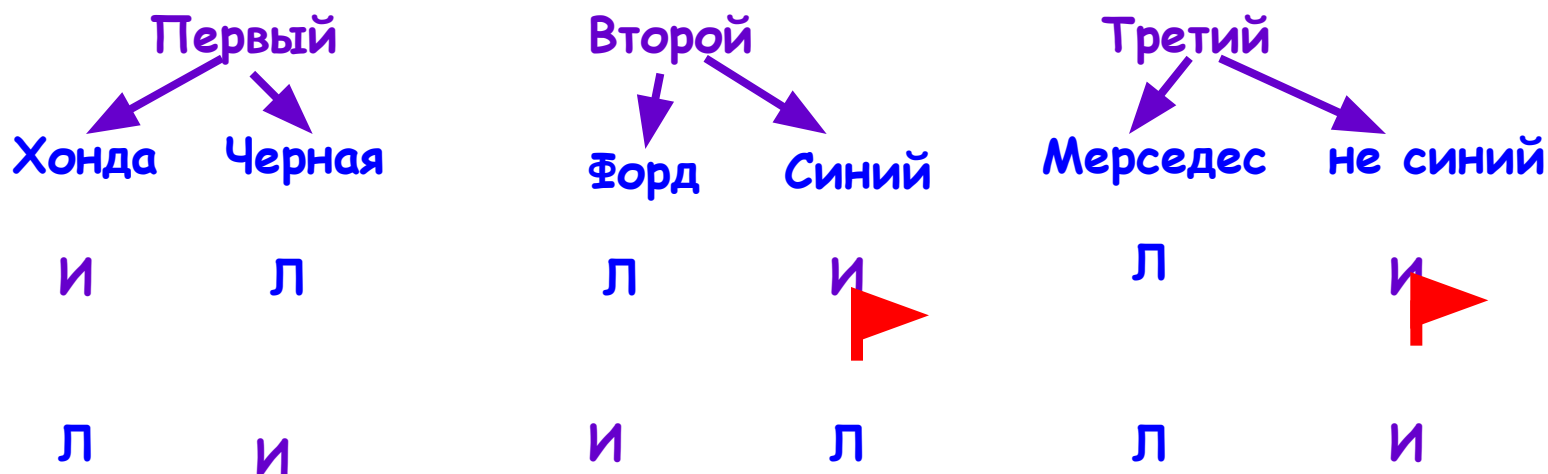
Трое свидетелей рассказали о машине, которую они видели:

Это была Хонда черного цвета.

Это был Форд синего цвета.

Это был Мерседес, но не синий.

Каждый из них был прав только в одном из своих утверждений. Какая это была машина?



**Ответ:** Форд, черный

## Задачи 4- типа.

Даны несколько логических высказываний, являющихся истинными.

### Задача 1.

На вопрос, кто из десятиклассников, присутствующих на олимпиаде по физике решит самую трудную задачу, учитель ответил: «Если задачу может решить Виктор, то ее может решить и Степан, но неверно, что если задачу может решить Антон, то может решить ее и Степан» и оказался прав, когда результаты стали известны. Кто из трех десятиклассников решил самую трудную задачу?

Обозначения;

$A$  = «Задачу решил Антон»

$B$  = «Задачу решил Виктор»

$C$  = «Задачу решил Степан»

$$(B \rightarrow C) \wedge (\neg(A \rightarrow C)) = 1$$

Составим таблицу истинности логического выражения

| A | B | C | $B \rightarrow C$ | $A \rightarrow C$ | $\neg(A \rightarrow C)$ | $(B \rightarrow C) \wedge (\neg(A \rightarrow C))$ |
|---|---|---|-------------------|-------------------|-------------------------|----------------------------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |
| 0 | 0 | 1 | 1                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |
| 0 | 1 | 0 | 0                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |
| 0 | 1 | 1 | 1                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |
| 1 | 0 | 0 | 1                 | 0                 | 1                       | 1                                                  |
| 1 | 0 | 1 | 1                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |
| 1 | 1 | 0 | 0                 | 0                 | 1                       | 0                                                  |
| 1 | 1 | 1 | 1                 | 1                 | 0                       | 0                                                  |

Ответ: задачу решил Антон

## Решение логических задач методом преобразования логических выражений.

**Задача №1.** В одном королевстве король всякому узнику, приговоренному к смерти, давал последний шанс спастись. Ему предлагалось угадать, в какой из двух комнат находится тигр, а в какой - принцесса. Хотя вполне могло быть, что король в обеих комнатах разместил принцесс или, что хуже, в обеих - тигров. Выбор надо сделать на основании табличек на дверях комнат. Причем узнику известно, что утверждения на табличках одновременно либо истины, либо ложны. Надписи были таковы. Первая комната: «По крайней мере, в одной из этих комнат находится принцесса». Вторая комната: «В другой комнате - тигр». Какую дверь должен выбрать узник?



$P_1$  = В первой комнате принцесса.

$P_2$  = Во второй комнате принцесса.



$\bar{P}_1$  = В первой комнате тигр.

$\bar{P}_2$  = Во второй комнате тигр.





$$A \& B \vee \overline{A} \& \overline{B} = 1$$

$$A = P_1 \vee P_2$$

$$B = \bar{P}_1$$

$$A \& B \vee \bar{A} \& \bar{B} = 1$$

$$(P_1 \vee P_2) \& \bar{P}_1 \vee \overline{(P_1 \vee P_2) \& \bar{P}_1} =$$

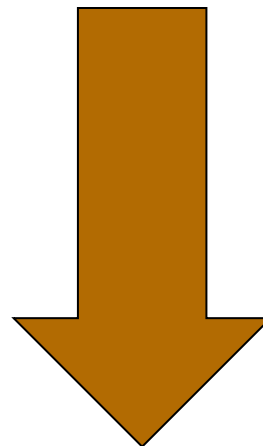
Дистрибутивнос  
тъ

Закон де Моргана

$$\begin{aligned} & (P_1 \& \bar{P}_1 \vee P_2 \& \bar{P}_1) \vee (\bar{P}_1 \& \bar{P}_2) \& \bar{\bar{P}_1} = \\ & = 0 \vee P_2 \& \bar{P}_1 \vee (\bar{P}_1 \& \bar{P}_2 \& P_1) = \underline{\underline{P_2 \& \bar{P}_1}} = 1 \end{aligned}$$

Ответ:

Ответ:



$P_1$  = В первой комнате принцесса.

~~$P_2$  = Во второй комнате принцесса.~~

$\bar{P}_1$  = В первой комнате тигр.

$\bar{P}_2$  = Во второй комнате тигр.

$P_2 \text{ \& } \bar{P}_1 = 1$



**Задача №4 (на однозначное соответствие)**

В бюро переводов приняли на работу троих сотрудников: Диму, Сашу и Юра. Каждый из них знает ровно два иностранных языка из следующего набора: немецкий, японский, шведский, японский, китайский, французский и греческий. Известно, что

- (1) Ни Дима, ни Юра не знают японского
- (2) Переводчик со шведского старше переводчика с немецкого
- (3) Переводчик с китайского, переводчик с французского и Саша родом из одного города
- (4) Переводчик с греческого, переводчик с немецкого и Юра учились втроем в одном институте
- (5) Дима – самый молодой из всех троих, и он не знает греческого
- (6) Юра знает два европейских языка

В ответе запишите первую букву имени переводчика со шведского языка и, через запятую, первую букву имени переводчика с китайского языка.

## Рассуждение с использованием таблицы

|      | Немецкий | Шведский | Японский | Китайский | Французский | Греческий |
|------|----------|----------|----------|-----------|-------------|-----------|
| Дима | +        | -        | -        | +         | -           | -         |
| Юра  | -        | +        | -        | -         | +           | -         |
| Саша | -        | -        | +        | -         | -           | +         |

Дима - Немецкий и китайский

Юра - шведский и французский

Саша - японский и греческий

При решении подобных задач  
нужно выбрать наиболее  
рациональный метод.

