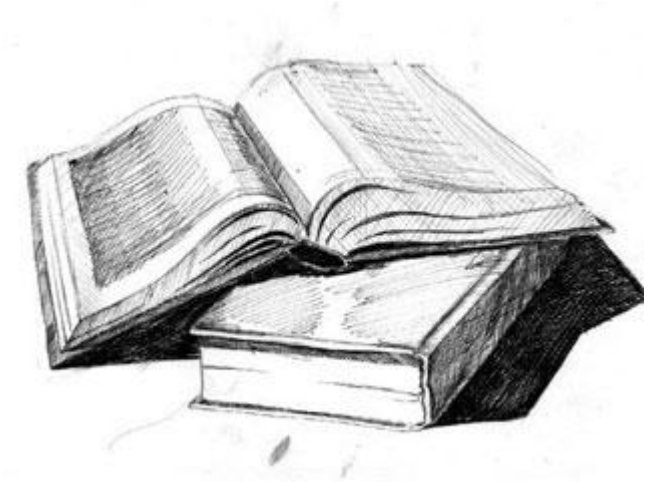
Министерство образования и науки Российской Федерации
Академия повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования

XXIII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Заключительный этап
г. Саранск, 21-27 марта 2016 г.

Теоретический тур

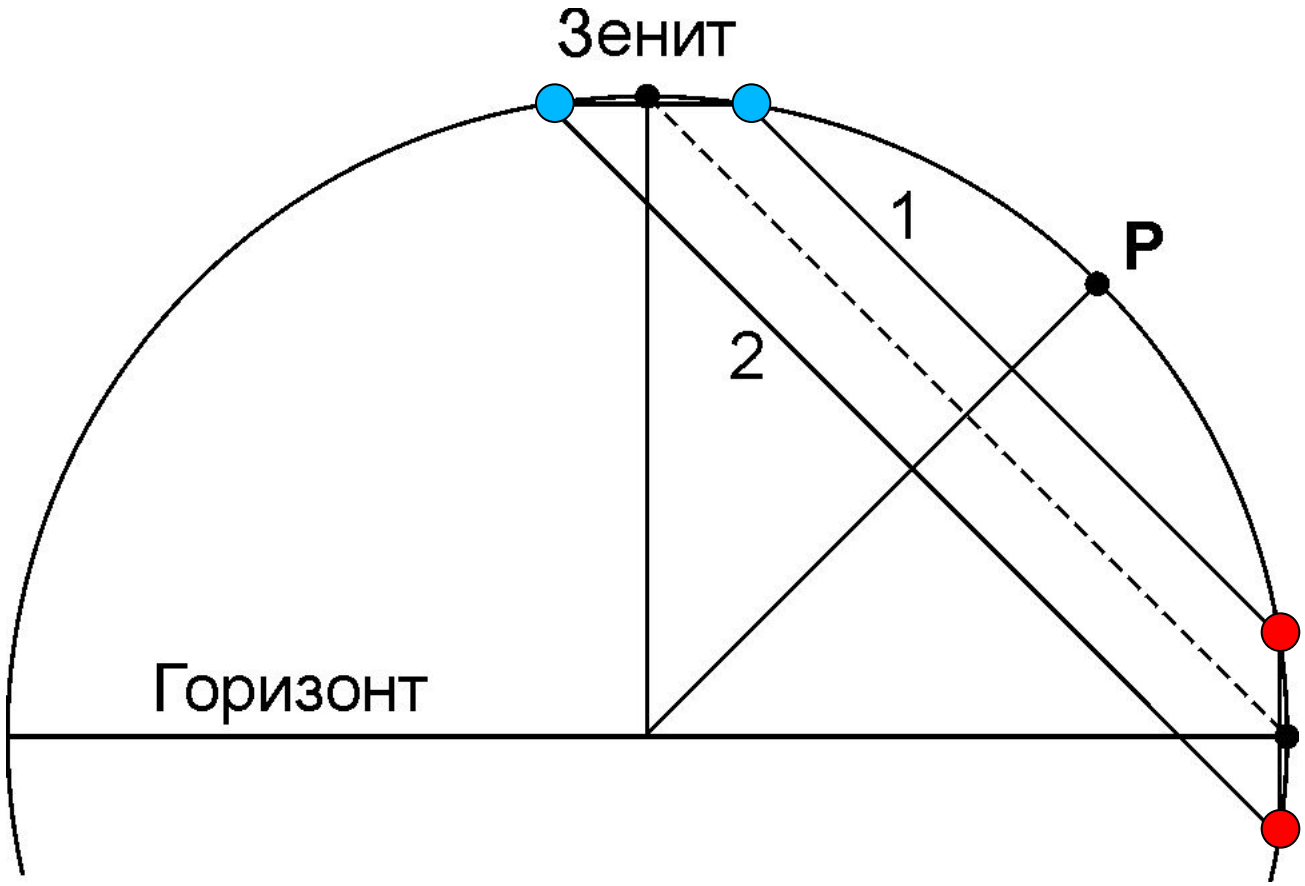


IX/X.1 СИНХРОННЫЕ КУЛЬМИНАЦИИ

Верхние кульминации двух далеких звезд происходят одновременно, при этом звезды располагаются симметрично относительно зенита. Во время нижней кульминации эти звезды располагаются симметрично относительно горизонта. Определите широту места наблюдения. Атмосферную рефракцию не учитывать.

IX/X.1 СИНХРОННЫЕ КУЛЬМИНАЦИИ

$\phi = \pm 45°$



IX/X.1 СИНХРОННЫЕ КУЛЬМИНАЦИИ

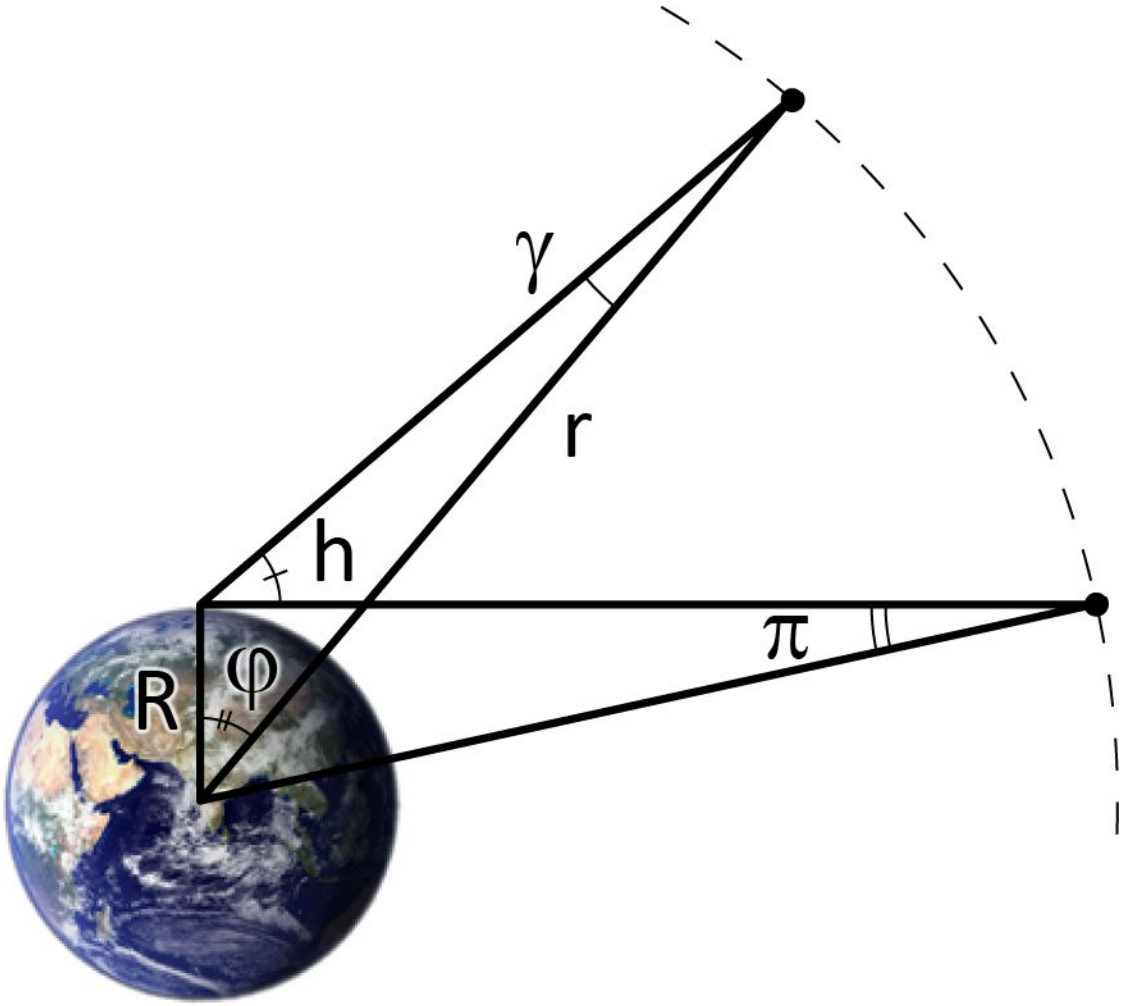
Система оценивания:

Построение суточного пути	8
Значение широты	4+4
ИТОГО	16

IX/X.2 ВСТРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Два спутника вращаются по круговым экваториальным орбитам вокруг Земли. Известно, что спутник 1 имеет радиус орбиты 18650 км (10 класс: горизонтальный параллакс 20º) и обратное движение (противоположно осевому вращению Земли), а спутник 2 – радиус орбиты 36700 км (10 класс: горизонтальный параллакс 10º) и прямое движение. Для наблюдателя на экваторе в некоторый момент времени спутники находятся в западной полусфере. Высота первого спутника 30°, высота второго спутника 60°. Какой из спутников раньше попадет в зенит и через какой промежуток времени? Атмосферной рефракцией пренебречь.

IX/X.2 ВСТРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ



$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

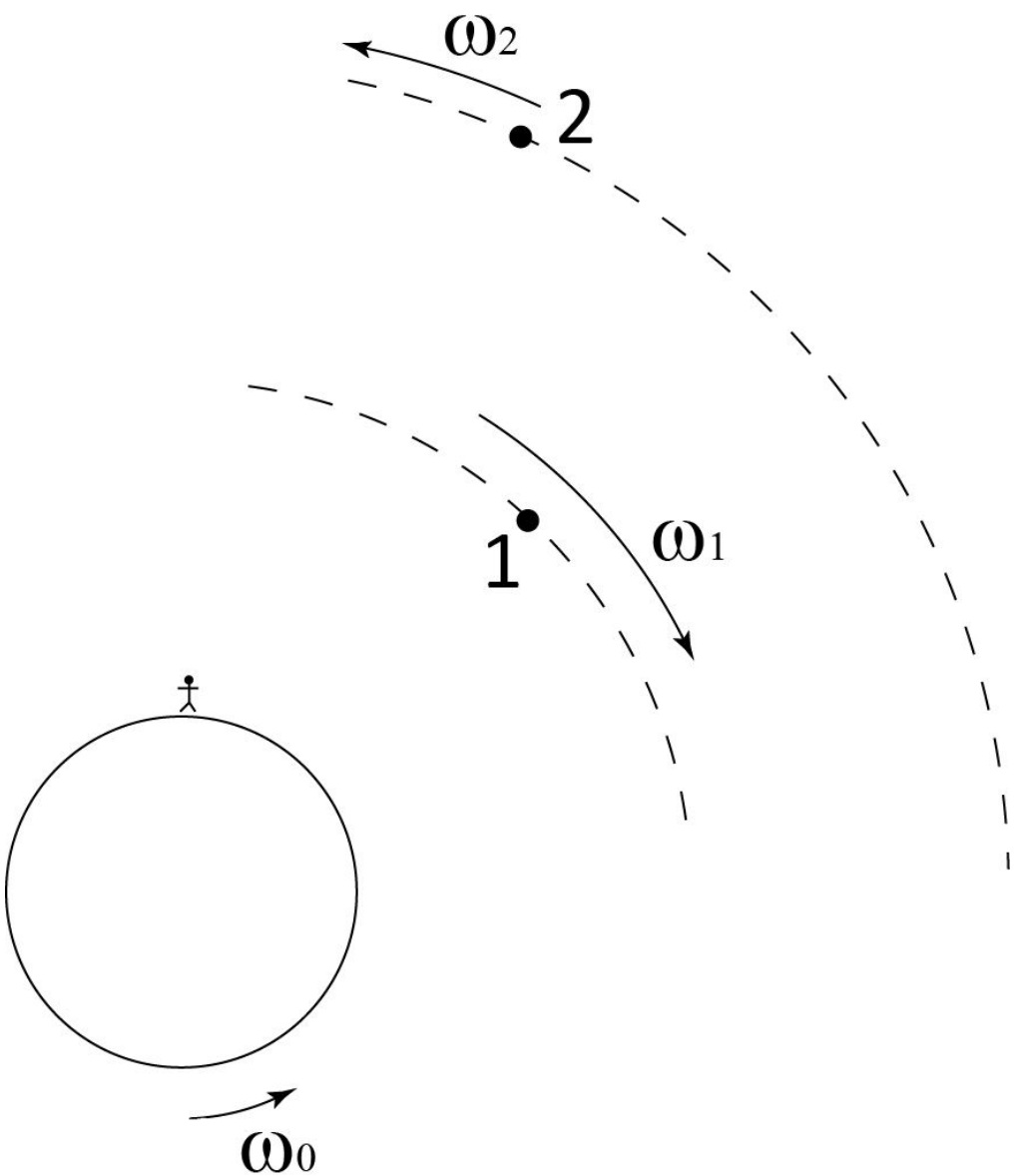
$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

h	φ
30°	43°
60°	25°

IX/X.2 ВСТРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ



$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

IX/X.2 ВСТРЕЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Система оценивания:

	9	10
Вычисление радиуса орбиты	-	2
Определение угла геоцентрического зен.расст.	6	4
Определение угловой скорости спутников	2	2
Учет угловой скорости Земли	4	4
Вычисление времени прихода в зенит	2	2
Вывод (если правильны все вычисления)	2	2
ИТОГО	16	

Годичный параллакс вместо суточного 0

IX.3 ОПЕРЕЖАЮЩИЙ ВОСХОД

В некотором пункте Земли центр диска Луны взошел на 20 минут раньше по местному (среднему солнечному) времени, чем в предыдущие сутки, находясь в созвездии Рыб. Определите возможные значения широты этого пункта. Атмосферной рефракцией, суточным параллаксом Луны и эксцентриситетом ее орбиты пренебречь.

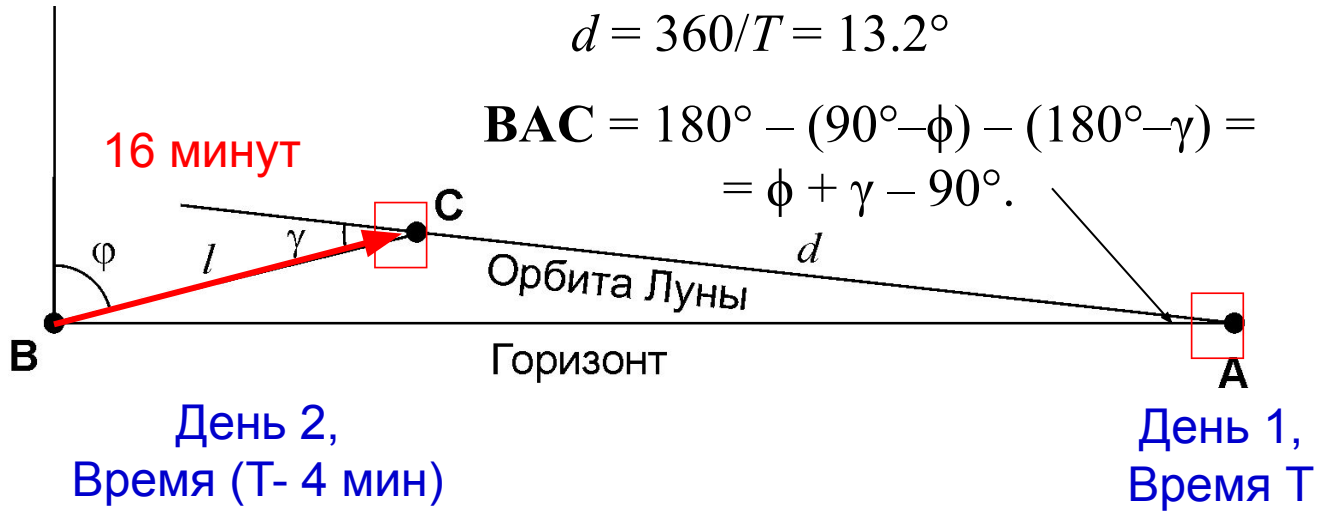
IX.3 ОПЕРЕЖАЮЩИЙ ВОСХОД

$l = 4°$

$\gamma \in [\varepsilon - i, \varepsilon + i]$
$=$
$=[18.3°, 28.6°]$

$d = 360/T = 13.2°$

$\mathbf{BAC} = 180° - (90° - \phi) - (180° - \gamma) =$
$= \phi + \gamma - 90°.$



Теорема синусов: $$\frac{d}{\sin(90^o - \varphi)} = \frac{l}{\sin(\varphi + \gamma - 90^o)};$$

$$\frac{d}{\cos\varphi} = \frac{l}{-\cos(\varphi + \gamma)} = \frac{l}{\sin\gamma\,\sin\varphi - \cos\gamma\,\cos\varphi}.$$

$$\sin\gamma\,\sin\varphi - (\cos\gamma + (l/d))\cos\varphi = 0.$$

$$\varphi = \arctan\frac{\cos\gamma + (l/d)}{\sin\gamma} \in [+68°, +76°].$$

IX.3 ОПЕРЕЖАЮЩИЙ ВОСХОД

Система оценивания:

Полярные широты, северное полушарие	4
Связь углов γ и ϕ	8
Учет наклона орбиты к эклиптике i	4
ИТОГО	16

IX.4 МАРС НА ДИСКЕ ЮПИТЕРА

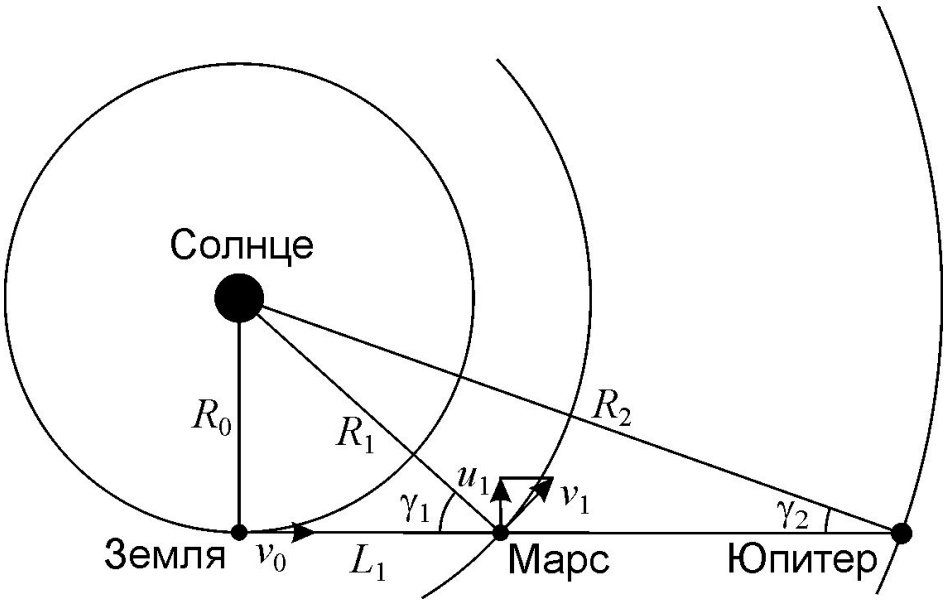
Предположим, Вы стали свидетелем редчайшего явления для Земли: Марс, находясь в точке западной квадратуры, прошел по диаметру диска Юпитера. Сколько времени будет длиться это явление (вместе с частными фазами) в одном пункте нашей планеты? Эксцентриситетом и наклоном орбит планет к плоскости эклиптики, движением наблюдателя за счет осевого вращения Земли пренебречь.

IX.4 МАРС НА ДИСКЕ ЮПИТЕРА

Обе планеты – в западной квадратуре

Угловая скорость Марса в небе Земли:

$$\omega_1 = \frac{u_1}{L_1} = \frac{v_1 \cos\gamma_1}{R_1 \cos\gamma_1} = \frac{v_1}{R_1}.$$



В небе Марса Земля –
в наибольшей восточной элонгации:

Земля

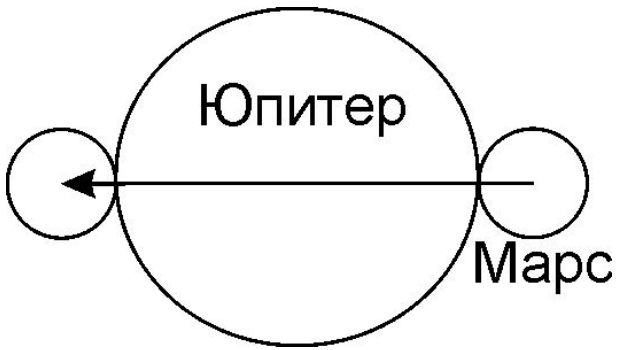
Солнце

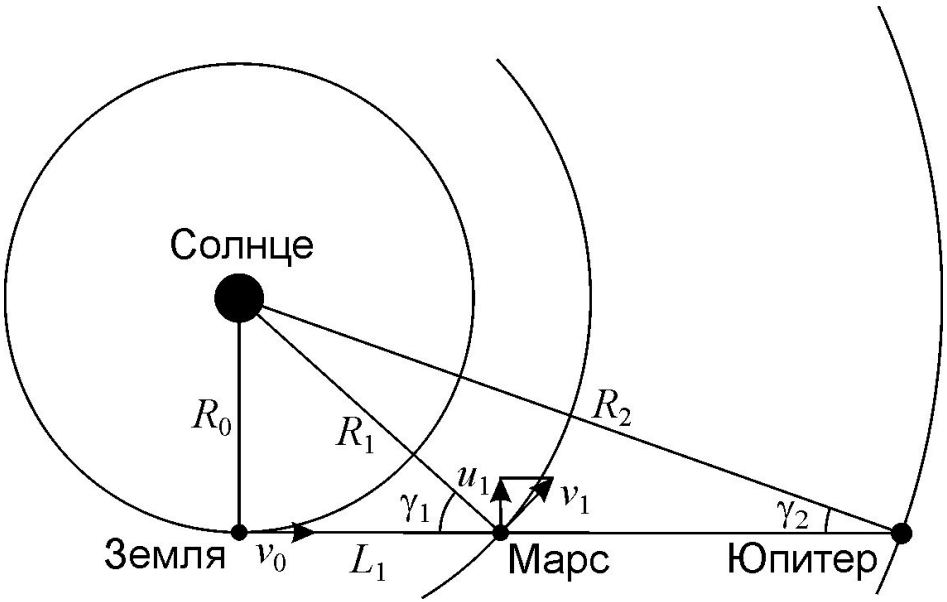
Угловые скорости равны

IX.4 МАРС НА ДИСКЕ ЮПИТЕРА

Угловые скорости в небе Земли:

$$\omega_{1,2} = \frac{v_{1,2}}{R_{1,2}} = \omega_0 \left(\frac{R_0}{R_{1,2}} \right)^{3/2} .$$





$$T = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\dfrac{d_1}{\sqrt{R_1^2 - R_0^2}} + \dfrac{d_2}{\sqrt{R_2^2 - R_0^2}}}{\omega_0 \left(\left(\dfrac{R_0}{R_1} \right)^{3/2} - \left(\dfrac{R_0}{R_2} \right)^{3/2} \right)} = \frac{(d_1 / R_0)(a_1^2 - 1)^{-1/2} + (d_2 / R_0)(a_2^2 - 1)^{-1/2}}{\omega_0 (a_1^{-3/2} - a_2^{-3/2})} .$$

T = 41 мин.

IX.4 МАРС НА ДИСКЕ ЮПИТЕРА

Система оценивания:

Относительная угловая скорость планет	8
Неверная конфигурация	0
Угловое перемещение во время явления	4
Продолжительность явления	4
ИТОГО	16

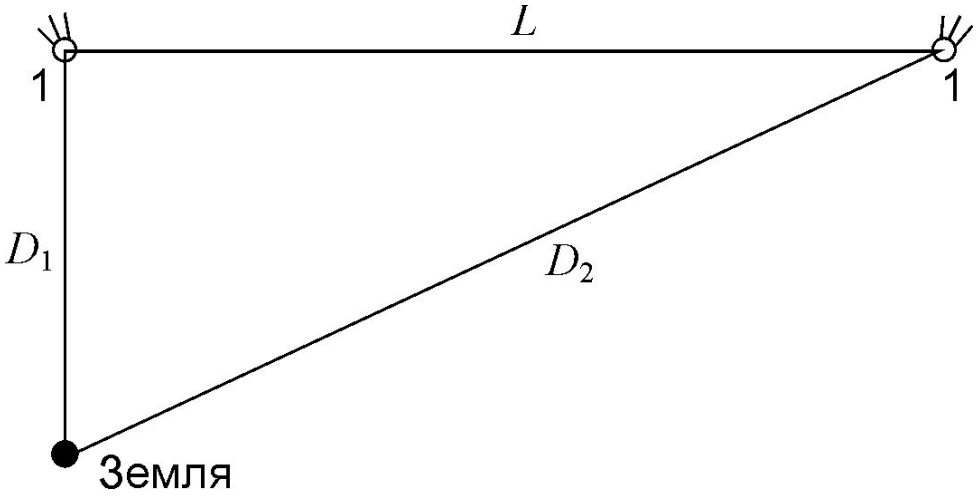
IX.5 ВИЗИТ КОМЕТЫ

17 января 2016 года комета C/2013 US10 (Каталина) приблизилась к Земле на минимальное расстояние. При этом ее горизонтальный параллакс составил 12.0″. 18 марта того же года параллакс кометы был равен 4.0″. С какой средней пространственной скоростью относительно Земли двигалась комета за этот период?

IX.5 ВИЗИТ КОМЕТЫ

Расстояние до кометы: $D_{1,2} = R / \sin p_{1,2}$

17 января: 0.73 а.е.
18 марта: 2.20 а.е.



$$v = \frac{L}{T} = \frac{\sqrt{D_2^2 - D_1^2}}{T} = 59\ \text{км/с}.$$

IX.5 ВИЗИТ КОМЕТЫ

Система оценивания:

Расстояния до кометы	6	
Интервал времени	2	
Перпендикулярная траектория, путь		6
Средняя скорость	2	
ИТОГО	16	

IX.6 ЗВЕЗДНЫЕ ВОЙНЫ

Желая внушить страх сторонникам Сопротивления, Новый Орден, преемник Галактической Империи, с помощью базы «Старкиллер» уничтожил планетную систему Хосниан, в которой располагалась столица Новой Республики Хосниан-Прайм. Получившаяся вспышка была настолько яркой, что была видна на планетах других систем даже днем. Например, на Токадане взрыв самой маленькой из планет выглядел как вспышка с блеском -8^m. Найдите суммарную видимую звездную величину вспышки на Токадане, если известно, что в системе Хосниан было четыре планеты с одинаковыми плотностями, а их радиусы соотносились как 1:2:3:4. Считать, что мощность взрыва пропорциональна массе планеты, а его длительность на всех планетах одинакова.

IX.6 ЗВЕЗДНЫЕ ВОЙНЫ

Расстояния до всех планет одинаковы

1 + 8 + 27 + 64 = 100

$m = -8^m - 5^m = -13^m$.

IX.6 ЗВЕЗДНЫЕ ВОЙНЫ

Система оценивания:

Расстояния до планет одинаковы	2
Суммарная мощность взрыва	6
Разница звездных величин	4
Окончательный ответ	4
ИТОГО	16

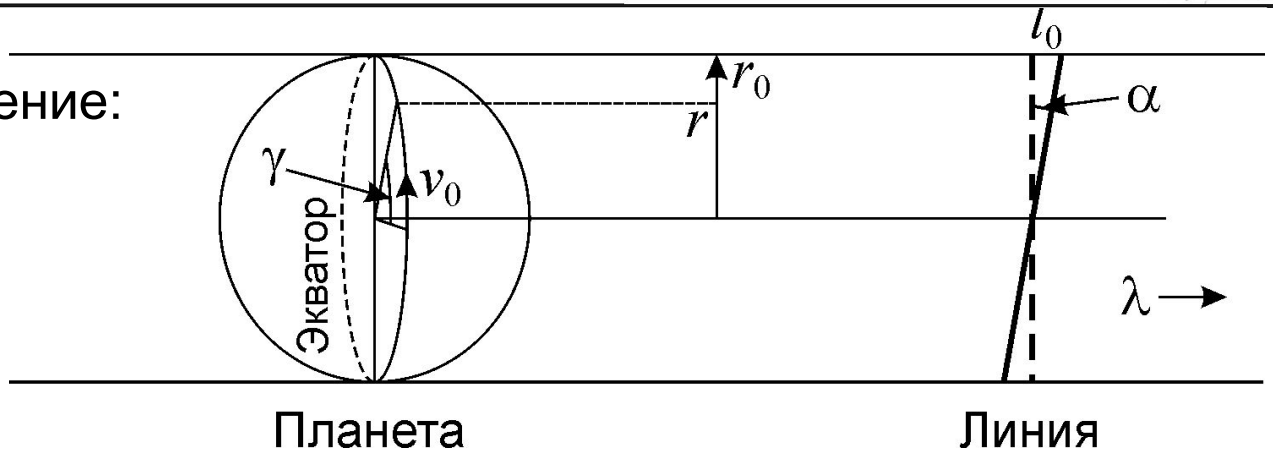
X/XI.3 НАКЛОННАЯ ЛИНИЯ

С помощью системы из телескопа и спектрографа с фокусным расстоянием 5 м и разрешением (масштабом) 10 Å/мм получен спектр некоторой планеты. Наблюдатель находится в плоскости экватора планеты, щель спектрографа ориентирована вдоль этой же плоскости. Атмосферные линии в спектре планеты оказались наклоненными на угол 5° по отношению к линиям лабораторного источника света. Найдите расстояние до планеты, если ее период обращения вокруг своей оси равен 10 часам. Наблюдения проводятся в спектральной области около длины волны 5500 Å.

X/XI.3 НАКЛОННАЯ ЛИНИЯ

Спектральное разрешение:

$$\rho = \frac{\Delta\lambda}{\Delta l} = 10^{-6}.$$



Положение и угловая скорость:

$$r = r_0 \sin\gamma, \qquad v = v_0 \sin\gamma = v_0 \frac{r}{r_0}.$$

Смещение участка линии:

$$\Delta l = \frac{\Delta\lambda}{\rho} = \frac{v\lambda}{c\rho} = \frac{v_0\lambda}{c\rho}\cdot\frac{r}{r_0} = \alpha\cdot r.$$

Линейная скорость: $v_0 = \dfrac{c\rho r_0\alpha}{\lambda} = \dfrac{2\pi R}{T}.$

Видимый радиус: $b = r_0/F.$

Расстояние до планеты: $D = \dfrac{R}{b} = \dfrac{R}{r_0/F} = \dfrac{RF}{r_0} = \dfrac{v_0 T}{2\pi}\cdot F\cdot\dfrac{c\rho\alpha}{v_0\lambda} = \dfrac{FTc\rho\alpha}{2\pi\lambda}.$

D = 1.35 млрд км = 9 а.е.

X/XI.3 НАКЛОННАЯ ЛИНИЯ

Система оценивания:

Связь скорости, длины и угла наклона линии	8
Связь длины линии и расстояния до планеты	4
Вычисление расстояния	4
ИТОГО	16

X/XI.4 ЦЕПОЧКА НА ОРБИТЕ

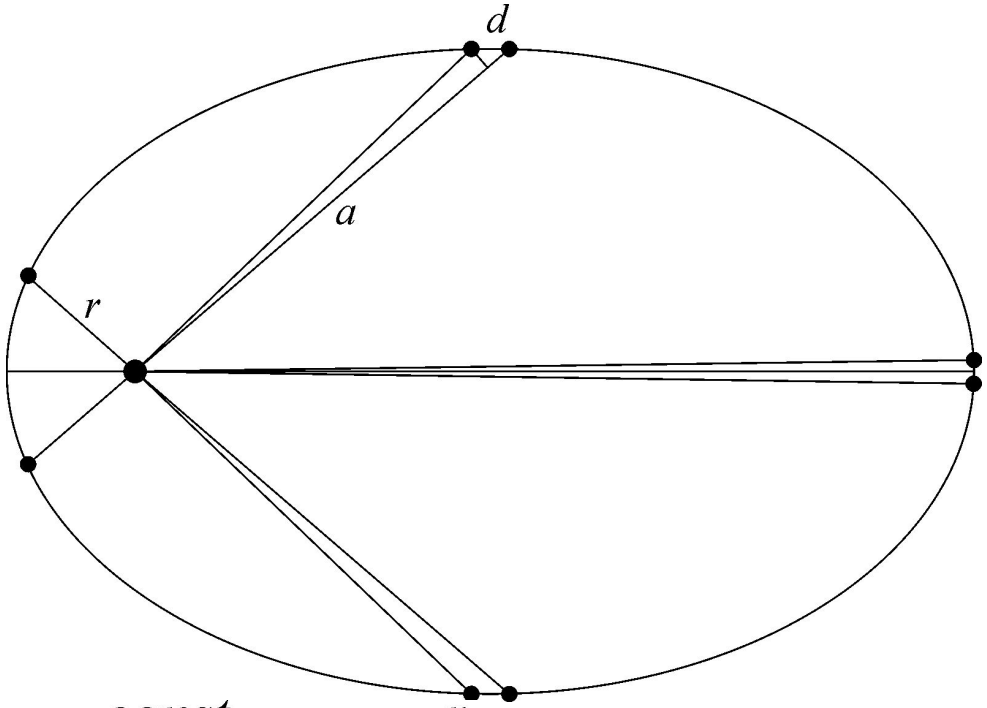
На одну и ту же околосолнечную орбиту с небольшим эксцентриситетом *e* было запущено 10000 одинаковых спутников – больших гладких металлических шаров, с интервалом 1/10000 орбитального периода *T*. С одного спутника ведутся измерения видимой звездной величины соседнего спутника. С каким периодом и какой амплитудой (разницей максимума и минимума) будет меняться эта звездная величина? Гравитационное взаимодействие шаров друг с другом и с планетами не учитывать.

X/XI.4 ЦЕПОЧКА НА ОРБИТЕ

Расстояние от Солнца: r

Расстояние между шарами: $d = vt$.

Скорость: $v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$.



Видимая яркость:

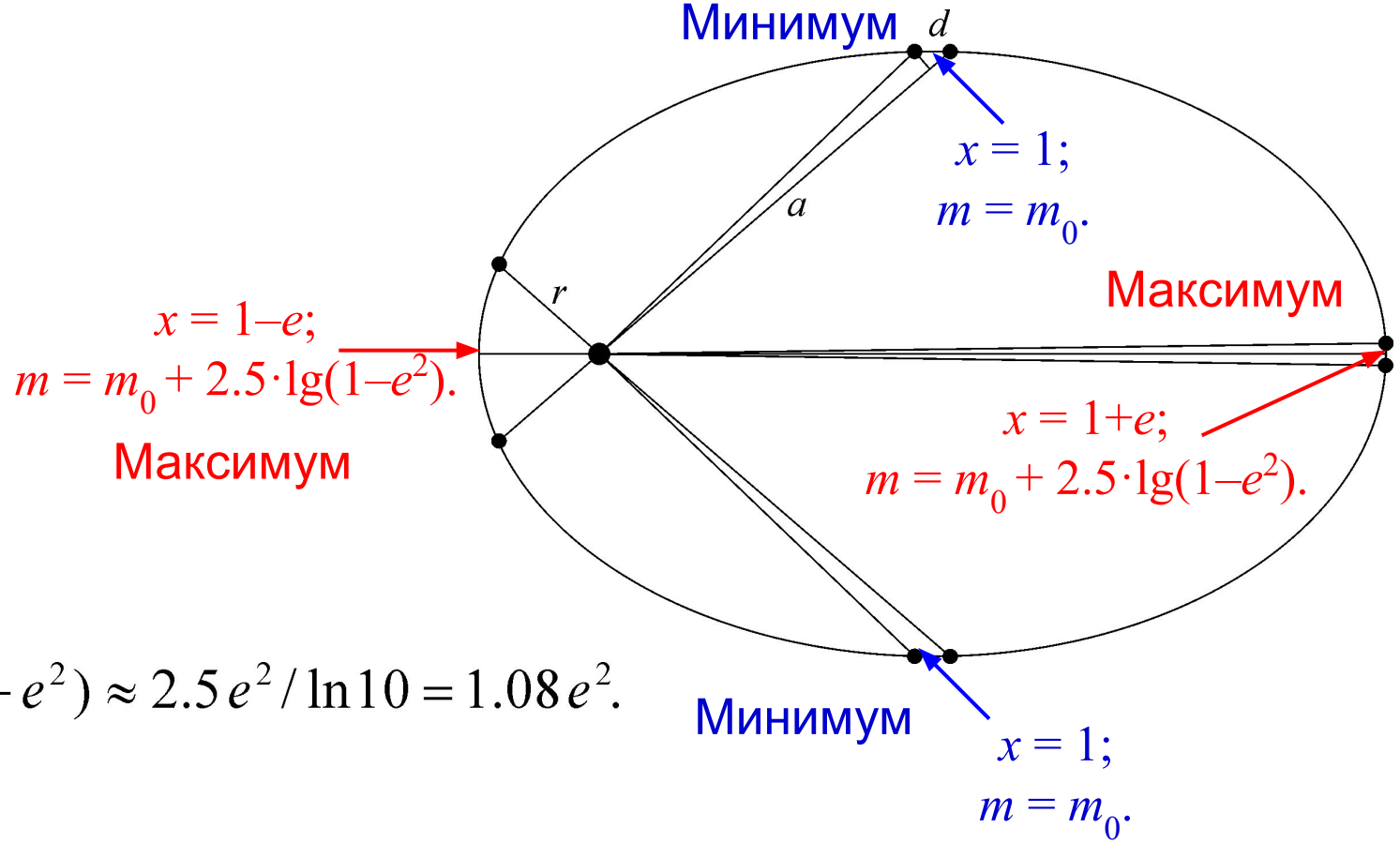
$$J = \frac{const}{d^2 r^2} = \frac{const}{v^2 r^2} = \frac{const}{GMr^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)} = \frac{const}{2x - x^2}; \quad x = \frac{r}{a}.$$

Видимая звездная величина:

$$m = const - 2.5\lg J = m_0 + 2.5\lg(2x - x^2) = m_0 + 2.5\lg(1 - (x-1)^2).$$

X/XI.4 ЦЕПОЧКА НА ОРБИТЕ

$x = r/a$



Период: T/2

Амплитуда:

$$\Delta m = 2.5\lg(1-e^2) \approx 2.5\,e^2/\ln 10 = 1.08\,e^2.$$

Видимая звездная величина:

$$m = const - 2.5\lg J = m_0 + 2.5\lg(2x - x^2) = m_0 + 2.5\lg(1-(x-1)^2).$$

X/XI.4 ЦЕПОЧКА НА ОРБИТЕ

Система оценивания:

Зависимость J(r) или m(r)	8
Период	4
Амплитуда	4
ИТОГО	16

Учтено только изменение:

- расстояния от Солнца	≤ 6
- расстояния между шарами	≤ 6

Звездная величина постоянна ≤ 6

X.5 ПОХОЖИЕ, НО РАЗНЫЕ ЗВЕЗДЫ

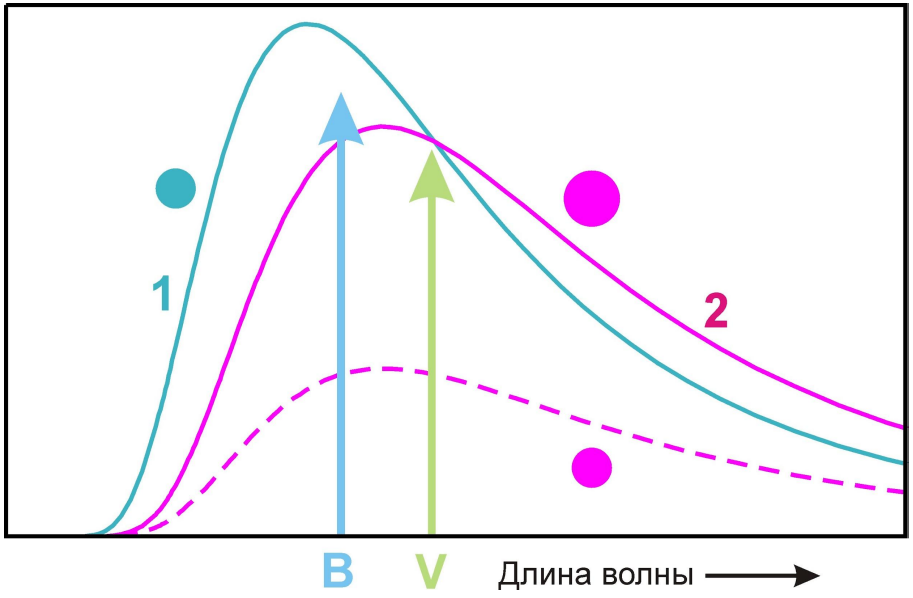
Две звезды имеют в небе Земли одинаковую звездную величину в полосе V, а в полосе B первая звезда ярче второй. У какой из этих двух звезд больше угловой диаметр? Межзвездным поглощением света пренебречь.

X.5 ПОХОЖИЕ, НО РАЗНЫЕ ЗВЕЗДЫ

Температуры: $T_1 > T_2$

Видимая яркость: $J \sim R^2 f(T) / D^2$

V: $(R_2/D_2) > (R_1/D_1)$



Видимые размеры больше у звезды 2

X.5 ПОХОЖИЕ, НО РАЗНЫЕ ЗВЕЗДЫ

Система оценивания:

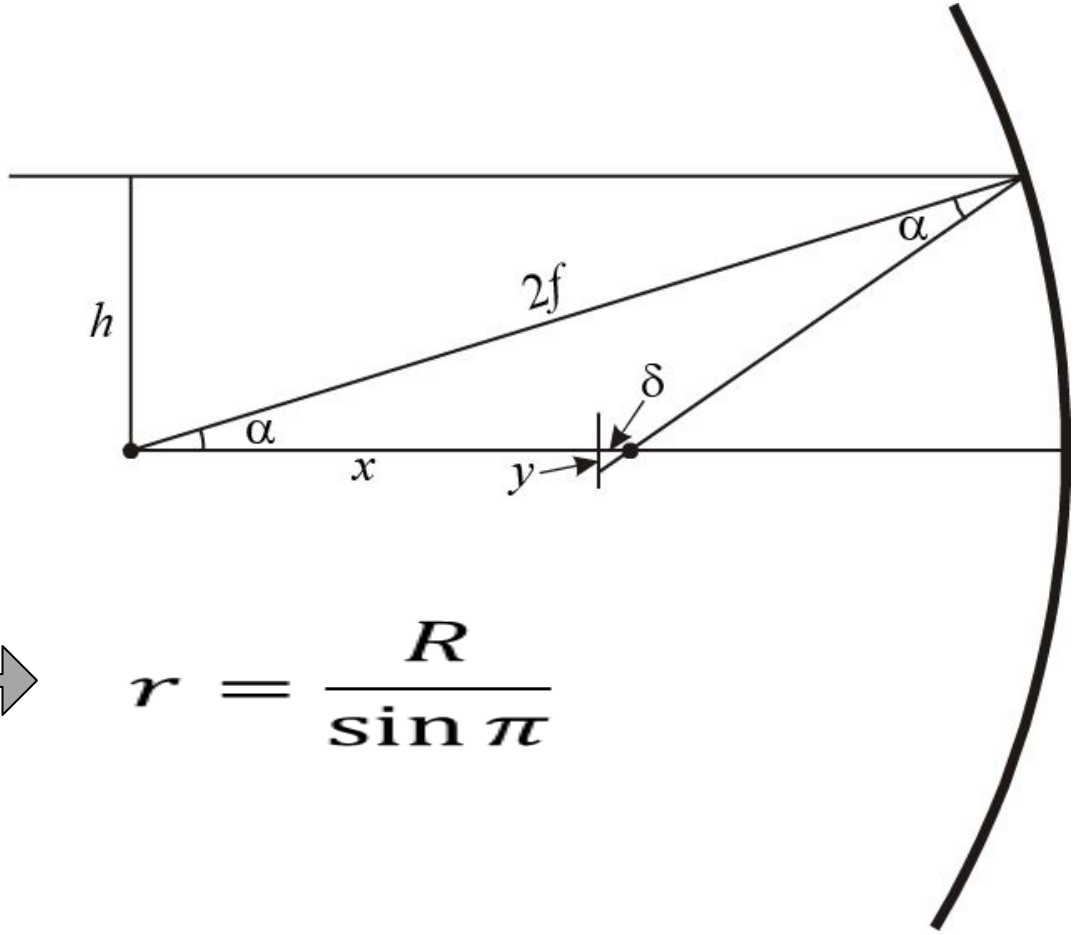
Соотношение температур	8
Соотношение видимых размеров	8
ИТОГО	16

X.6 СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ

Определите радиус кружка сферической аберрации в фокусе сферического зеркала с диаметром *d* и фокусным расстоянием *f*, если далекий точечный источник света расположен на оптической оси зеркала. Фокус зеркального объектива находится посередине между центром кривизны и поверхностью зеркала. Если фокусное расстояние равно 1 м, то какого диаметра может быть зеркало, чтобы кружок сферической аберрации был меньше, чем дифракционный кружок на длине волны 550 нм?

X.6 СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$



Теорема синусов

$$r = \frac{R}{\sin\pi} \longrightarrow r = \frac{R}{\sin\pi}$$

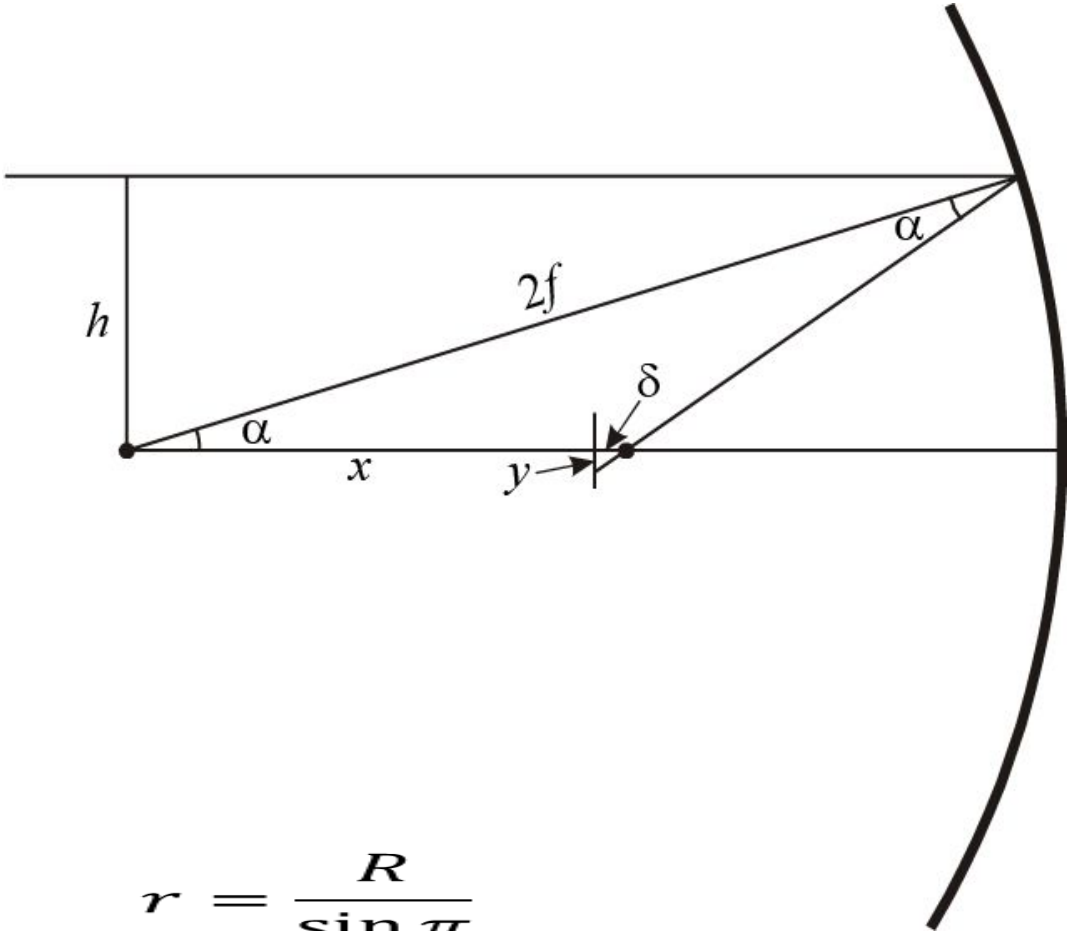
Продольная аберрация

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

X.6 СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ

Поперечная аберрация

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$



Размер кружка Эри

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi} \longrightarrow r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$d < 8$ см

X.6 СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ

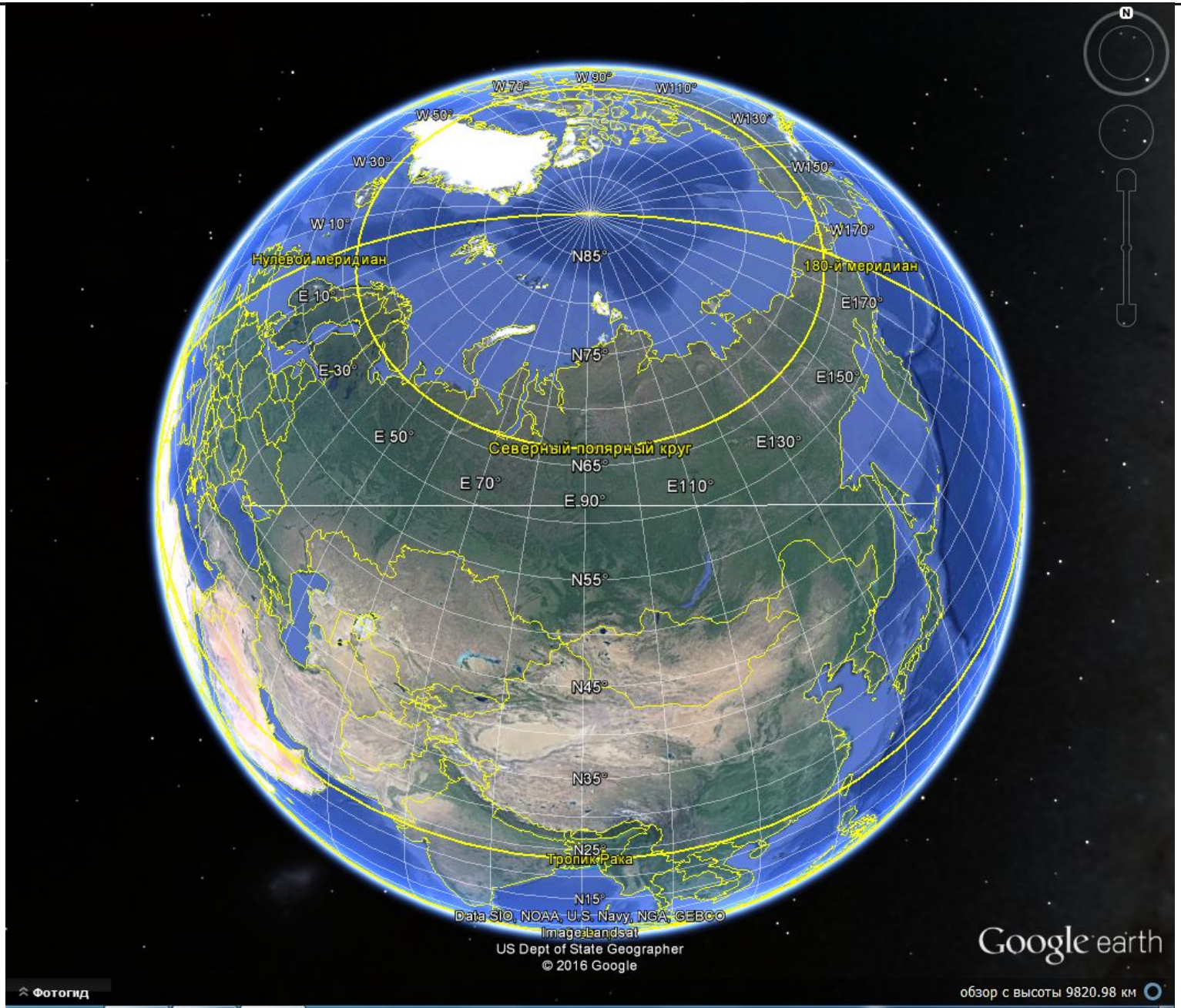
Система оценивания:

Размер аберрационного кружка					12
Лучи не сходятся в фокусе, $f \neq x$			2		
Зависимость $x(h)$	6				
продольная аберрация (δ)		2			
поперечная аберрация (y)		2			
Дифракционный кружок (r_d)				2	
Ответ	2				
ИТОГО	16				

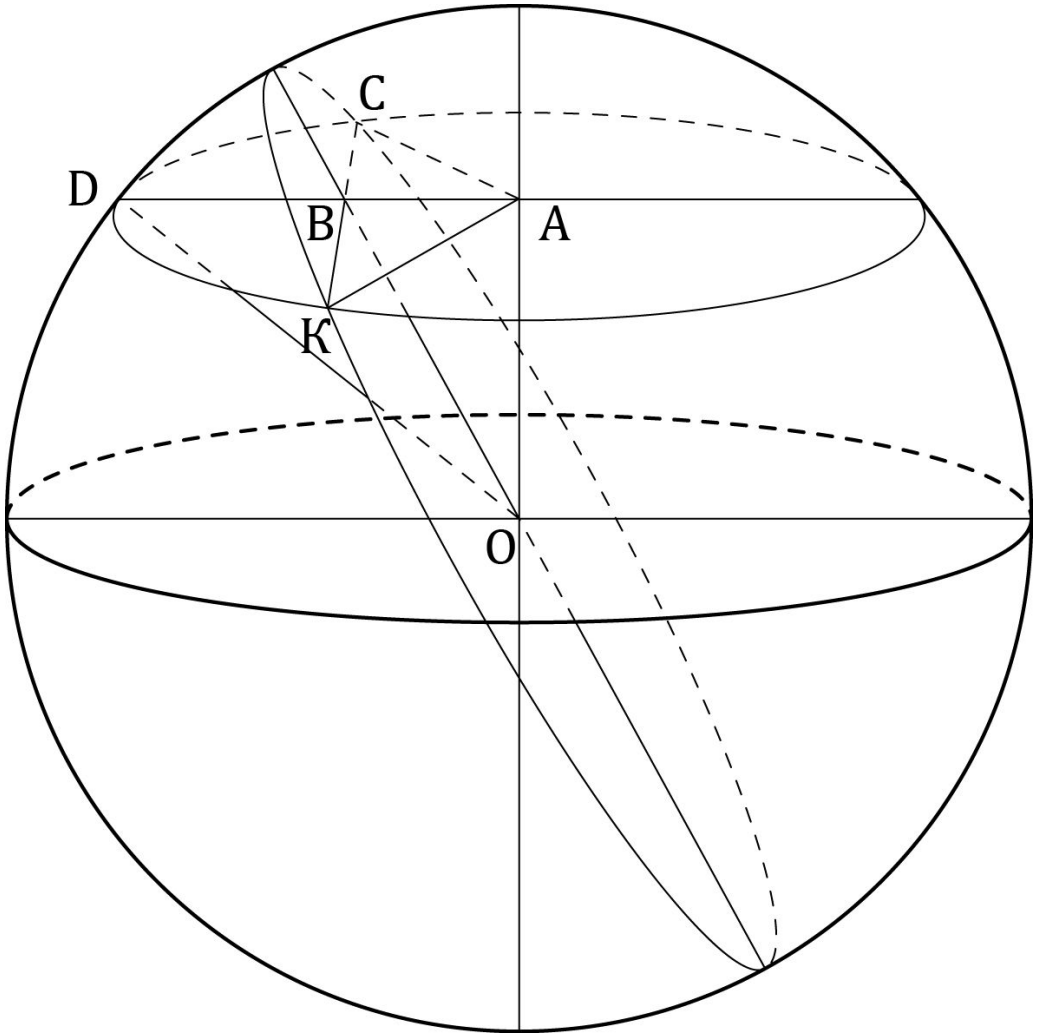
XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

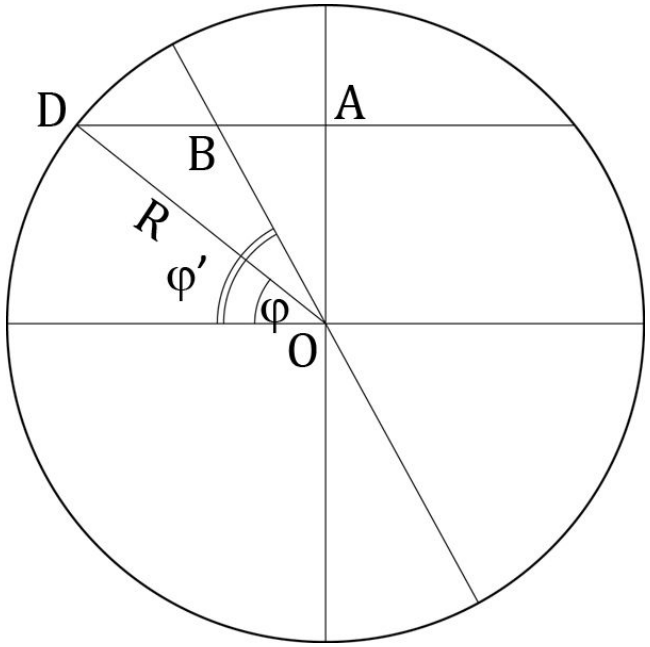
Самолет вылетел из Симферополя в 03ч45м местного (среднего солнечного) времени в день летнего солнцестояния и направился с постоянной скоростью кратчайшим путем в Курильск, куда прибыл в 20ч15м местного времени того же дня. На какой высоте над горизонтом пассажиры могли видеть Солнце в середине полета, если он происходил на высоте 10 км? Широта и долгота Симферополя равны 45º с.ш., 34º в.д.; Курильска – 45º с.ш., 148º в. д. Атмосферной рефракцией и уравнением времени пренебречь. Считать Землю шаром.

XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ



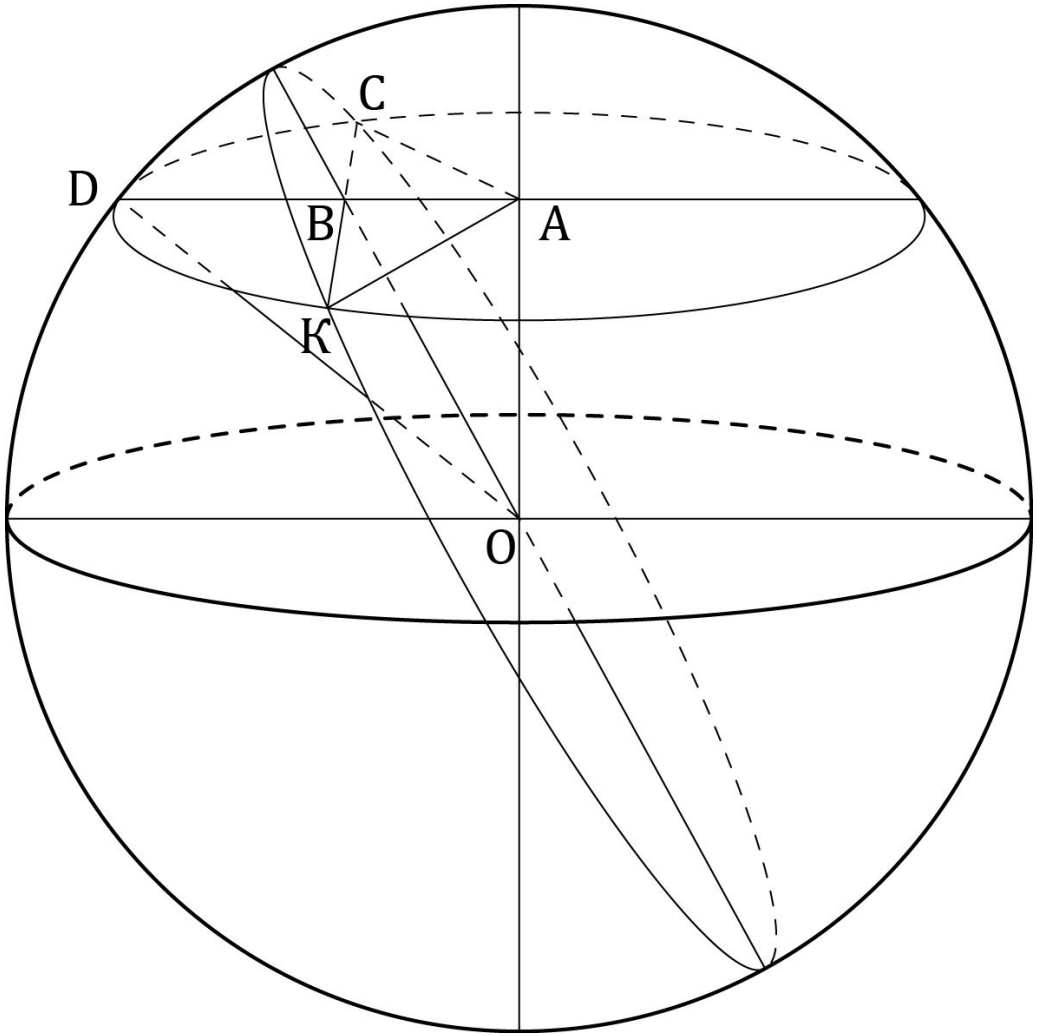
XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

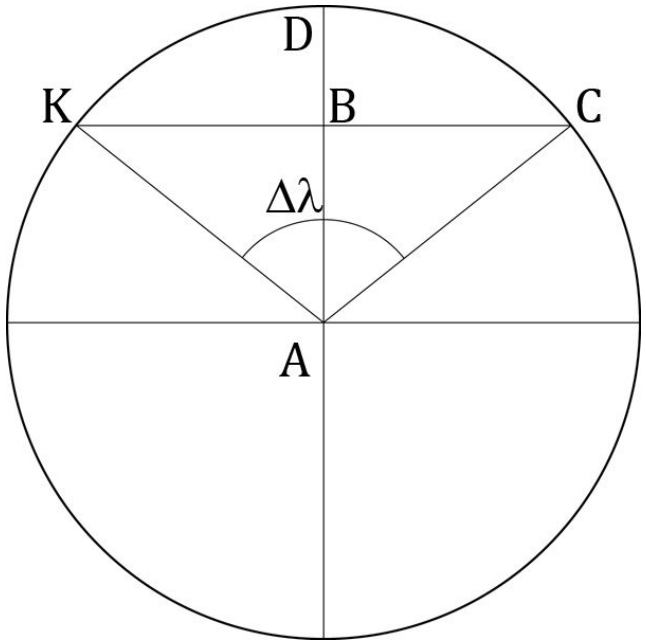




$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ





$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

Вылет: $UT_с = 3^ч45^м - \lambda_с = 3^ч45^м - 2^ч16^м = 1^ч29^м$

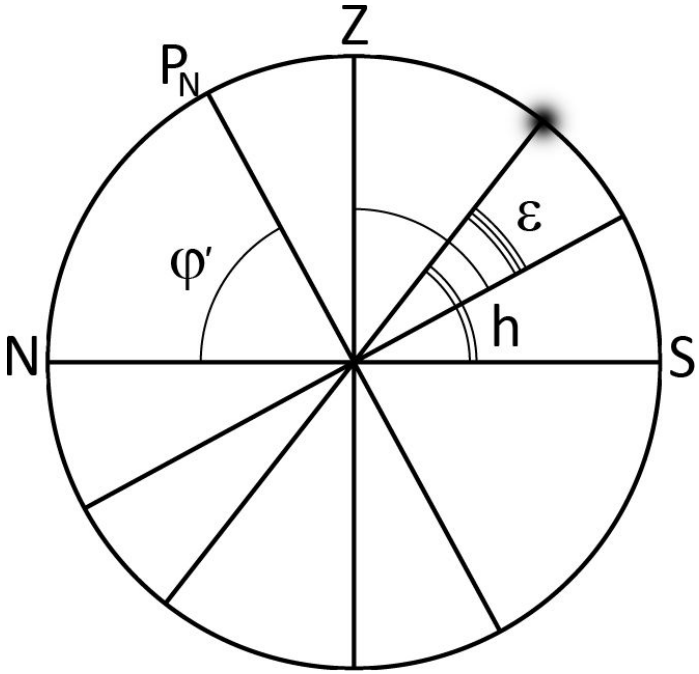
Прилёт: $UT_к = 20^ч15^м - \lambda_к = 20^ч15^м - 9^ч52^м = 10^ч23^м$

$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

В середине полёта:

Время?

$$r = \frac{R}{\sin \pi} \qquad r = \frac{R}{\sin \pi}$$

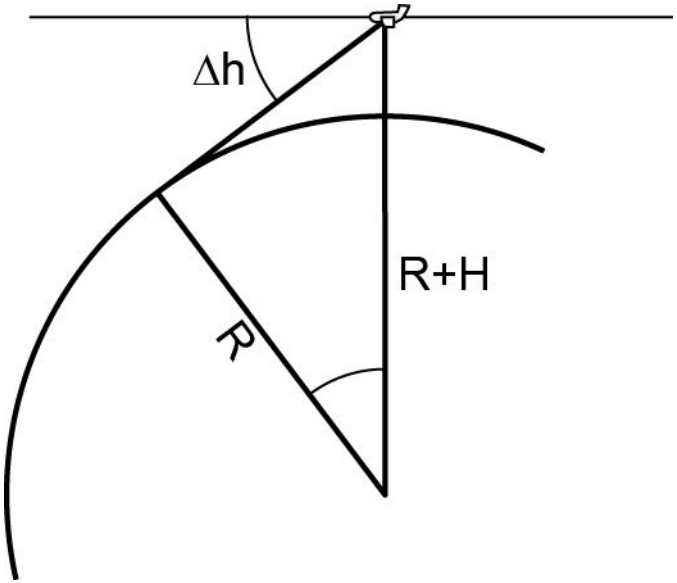


$h = 90° - \varphi + \varepsilon = 52°$

Понижение горизонта:

$$r = \frac{R}{\sin \pi}$$

Ответ: $h' = 55°$



XI.1 ТРАНСРОССИЙСКИЙ ПЕРЕЛЕТ

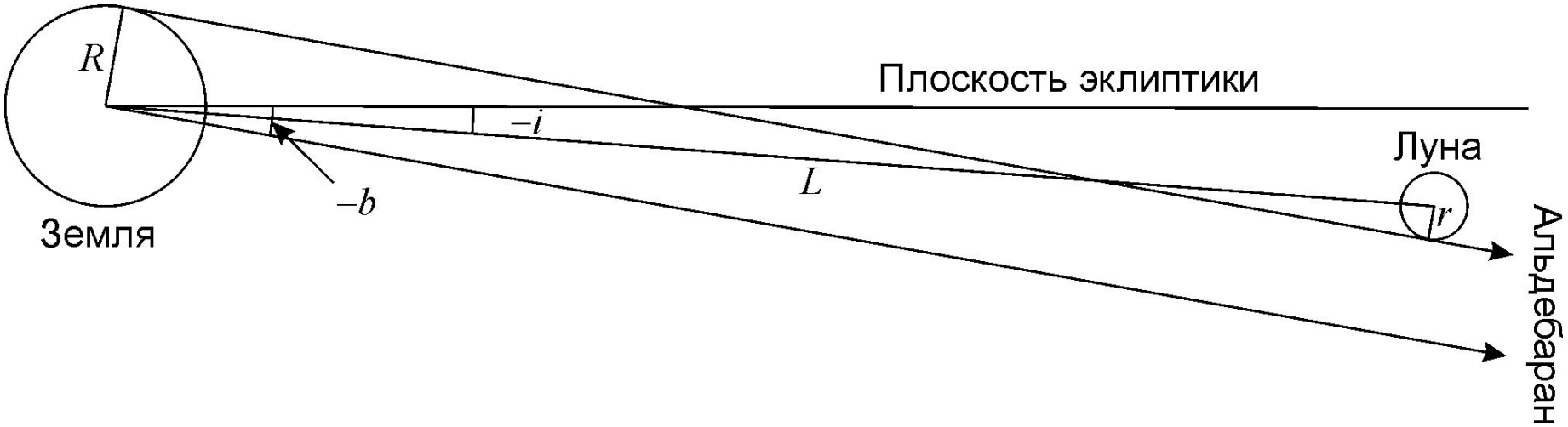
Система оценивания:

Определение широты в середине полета	6
Наблюдение ведется в полдень	6
Определение долготы	2
Вычисление времени	4
Высота над мат. горизонтом	2
Понижение горизонта	2
ИТОГО	16

XI.2 ЭРА АЛЬДЕБАРАНА

В феврале 2015 года на Земле началась серия ежемесячных покрытий звезды Альдебаран (α Тельца) Луной. Каждое покрытие видно из разных областей Земли. Эклиптическая широта Альдебарана составляет –5.47°. Определите, до какого времени будет продолжаться эта серия. Орбиту Луны считать круговой.

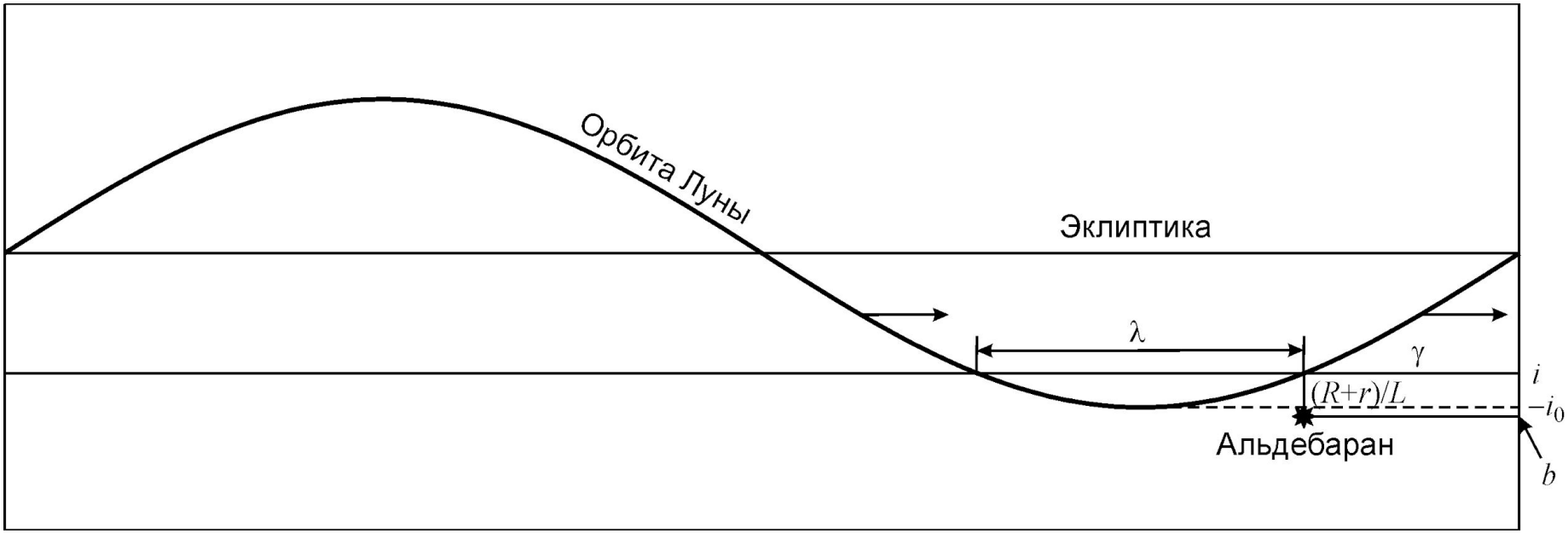
XI.2 ЭРА АЛЬДЕБАРАНА



Минимальная геоцентрическая эклиптическая широта Луны, при которой возможно покрытие:

$$i = b + \arcsin\frac{R+r}{L} = -4.26^{\circ}.$$

XI.2 ЭРА АЛЬДЕБАРАНА



Дуга орбиты Луны с эклиптической широтой, меньшей

$$\lambda = 2\cdot(90^{\circ} - \gamma) = 2\cdot(90^{\circ} - \arcsin\left|\frac{i}{i_0}\right|) = 2\arccos\left|\frac{i}{i_0}\right| = 68^{\circ}.$$

Продолжительность серии (T=18.6 лет):

$$t = T\frac{\lambda}{360^{\circ}} = 3.5 \text{ года}.$$

Окончание: август 2018
(реально – 3 сентября 2018)

Система оценивания:

Условия видимости покрытия		8
- не учтен параллакс Луны	2	
- не учтены размеры Луны	4	
Продолжительность серии		8
ИТОГО		16

XI.5 СВЕРХНОВАЯ ЗВЕЗДА

В далекой галактике с красным смещением 0.1 вспыхнула сверхновая звезда. Телескоп с каким диаметром объектива понадобится для ее визуальных наблюдений? Межзвездным поглощением света, атмосферными помехами и аберрациями оптики пренебречь.

XI.5 СВЕРХНОВАЯ ЗВЕЗДА

Лучевая скорость галактики: $v = c \cdot z = H \cdot r$.

Расстояние до галактики: $r = \dfrac{c \cdot z}{H} = 4.4 \cdot 10^8$ пк.

Абсолютная звездная величина Сверхновой: -18^m (от -16^m до -21^m).

Видимая звездная величина Сверхновой: $m = M - 5 + 5 \lg r = +20$.

Диаметр зрачка глаза d = 6 мм (от 5 мм до 10 мм),
Предельная звездная величина m_0 = 6 (от 5 до 7).

Диаметр объектива телескопа: $D = d \cdot 10^{0.2(m - m_0)} \approx 4$ м.

XI.5 СВЕРХНОВАЯ ЗВЕЗДА

Система оценивания:

Расстояние до галактики	4
Видимая звездная величина	6
Диаметр объектива телескопа	6
ИТОГО	16

XI.6 КОСМИЧЕСКИЙ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТР

Наземный радиотелескоп, расположенный на экваторе, и орбитальный радиотелескоп, размещенный на спутнике Земли, проводят совместный радиоинтерферометрический сеанс наблюдения за далеким источником, также находящимся в экваториальной плоскости. В начале наблюдений для наземного телескопа источник находился в зените, а спутник – в 30° к западу от зенита. Орбита спутника лежит в плоскости экватора, ее радиус 16000 км, направление движения совпадает с направлением осевого вращения Земли. Определите:

1. максимальную продолжительность сеанса, начиная с текущего момента;

2. величину минимальной проекции базы интерферометра (линии, соединяющей телескопы) на плоскость, перпендикулярную направлению на источник.

Учесть, что видимость спутника из точки расположения наземного телескопа не является обязательной для проведения сеанса.

XI.6 КОСМИЧЕСКИЙ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТР

Время видимости источника на Земле ≈ 0.25 сут = 6 ч

Период спутника: $$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

Время видимости источника на спутнике

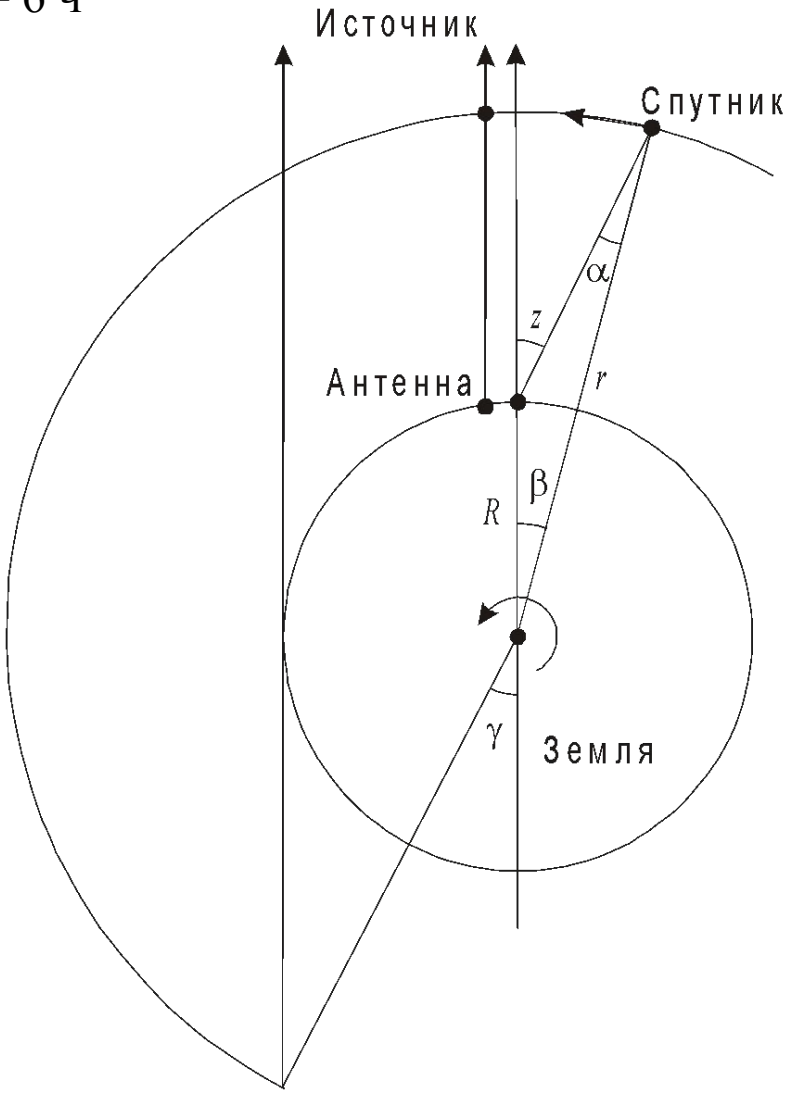
$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$

$$r = \frac{R}{\sin\pi}$$



Система оценивания:

Время видимости на Земле	2
Время видимости на спутнике	12
Геоцентрическое зенитное расстояние (β)	4
Угол положения в конце сеанса (γ)	4
Орбитальный период спутника (T)	2
Время видимости источника на спутнике (t	2
Минимальная база	2
ИТОГО	16