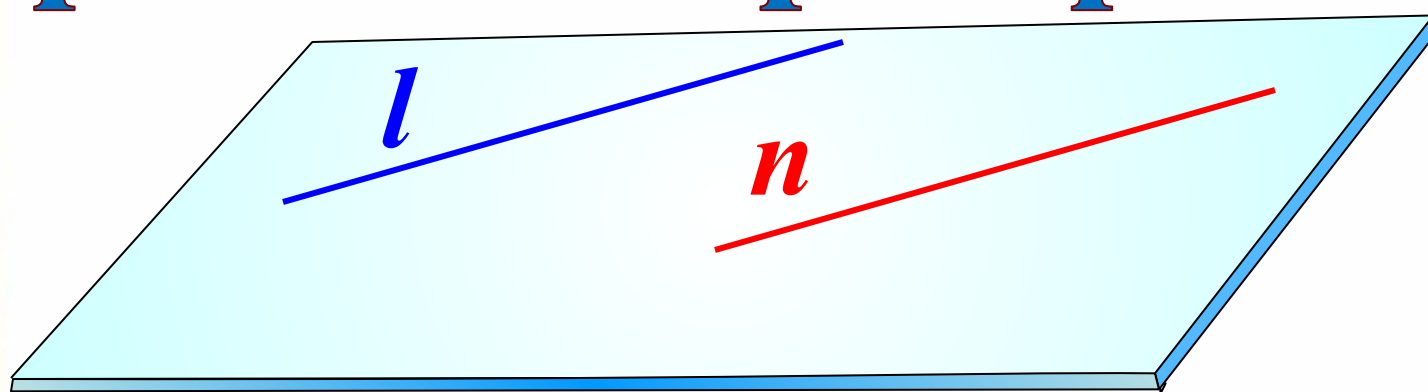
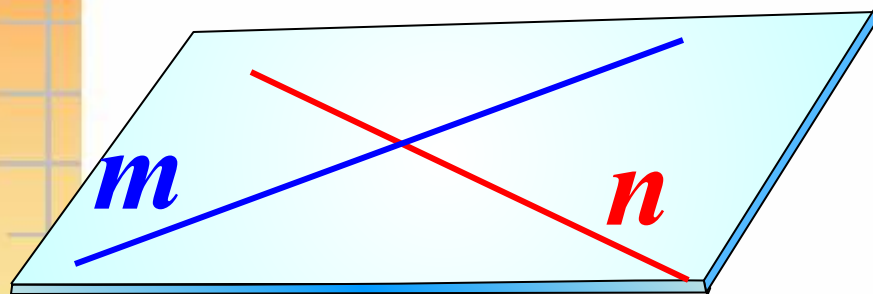


Параллельность

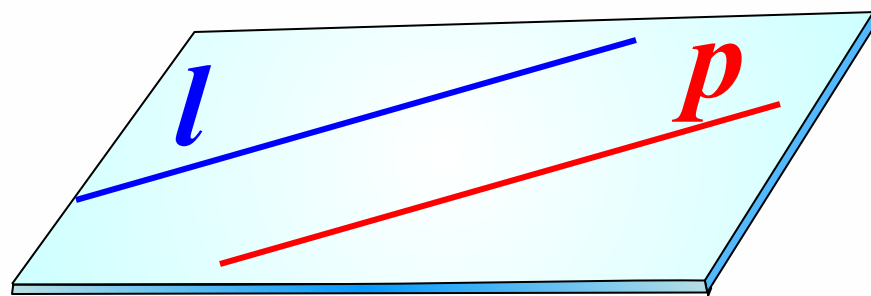
прямых в пространстве



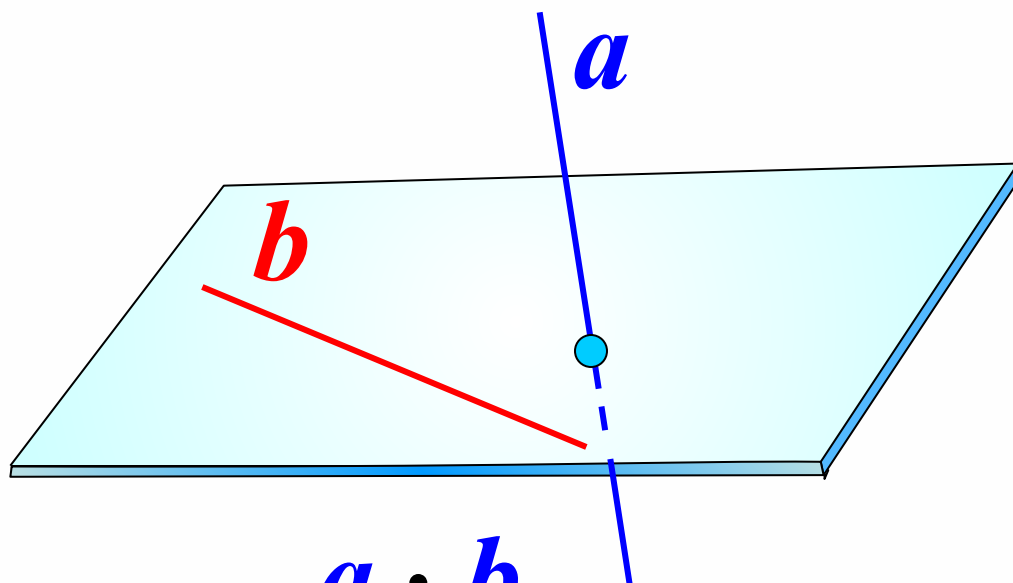
Три случая взаимного расположения прямых в пространстве



$$n \cap m$$



$$l \parallel p$$



$$a \perp b$$



Планиметрия

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

$a \parallel b$

Стереометрия

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

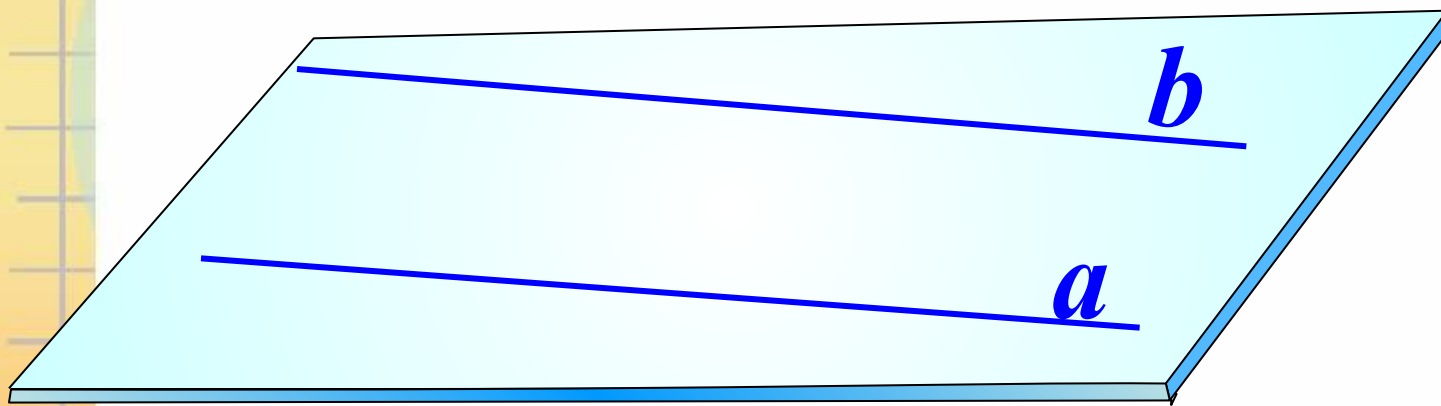
$a \parallel b$



Определение

Две прямые в пространстве называются параллельными, если

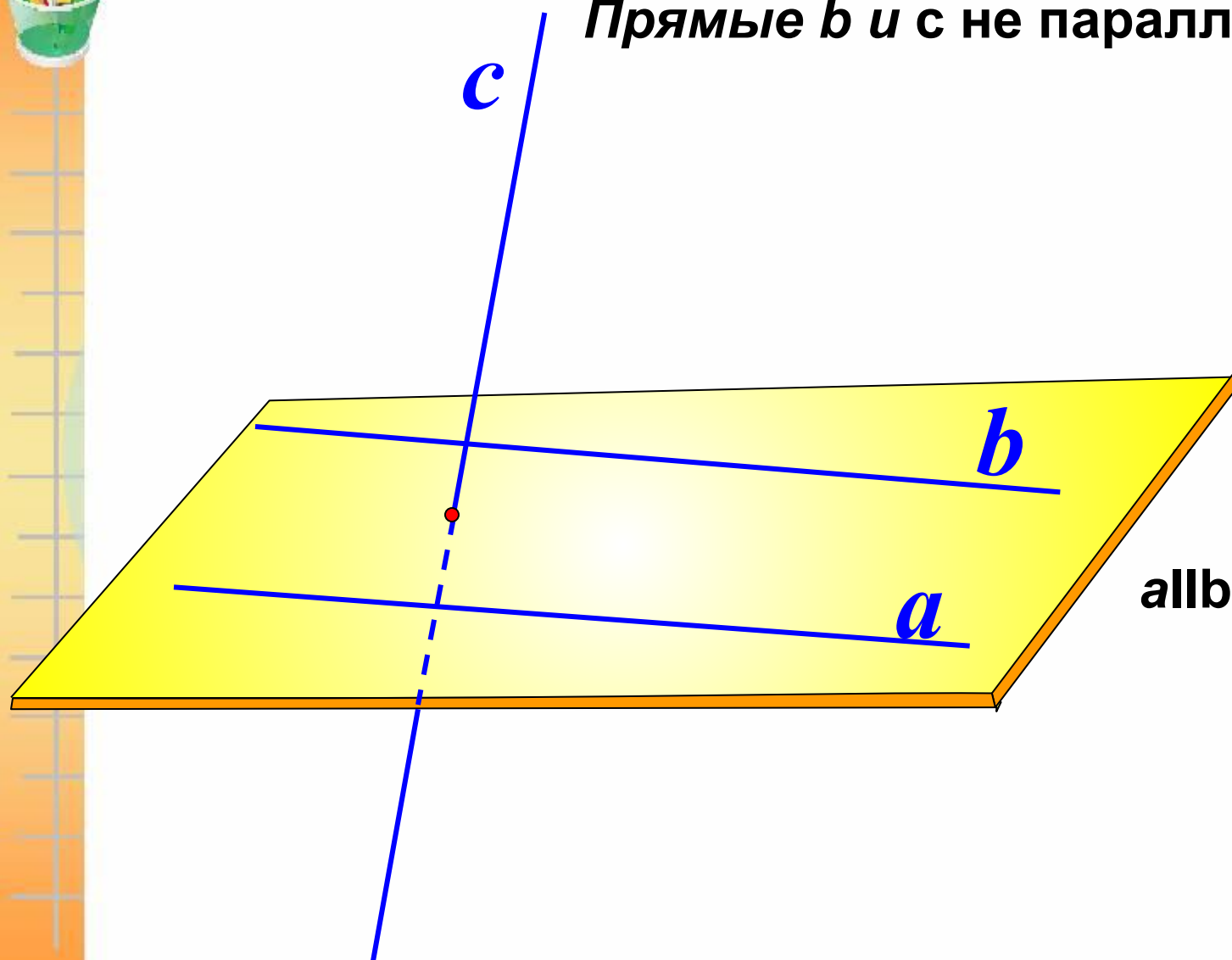
- 1) они лежат в одной плоскости и
- 2) не пересекаются





Прямые a и c не параллельны

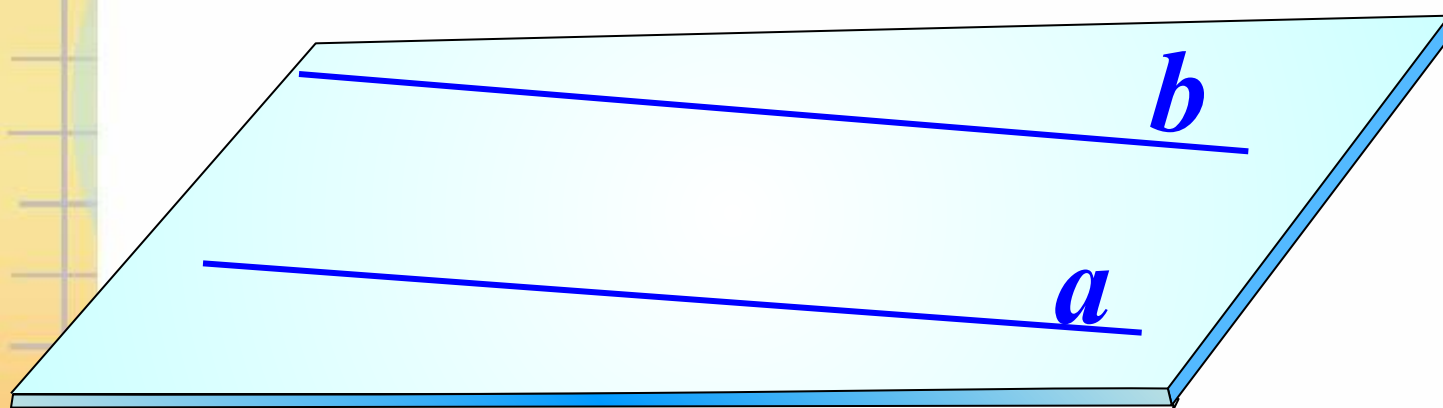
Прямые b и c не параллельны



$a \parallel b$



Две параллельные прямые определяют плоскость.
(определение параллельных прямых)



Показать (1)

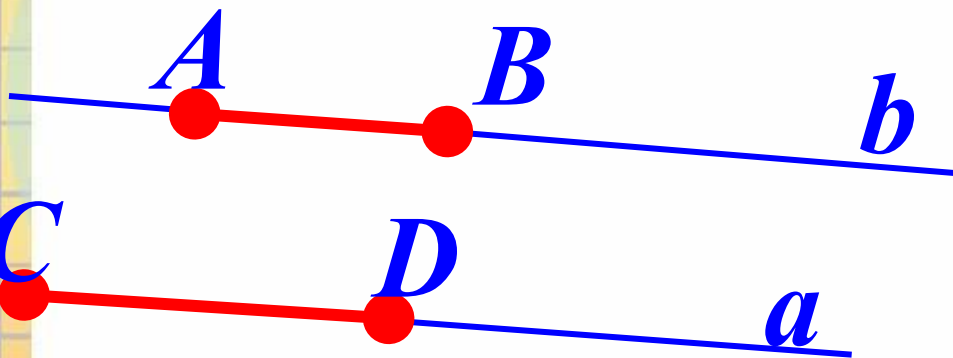




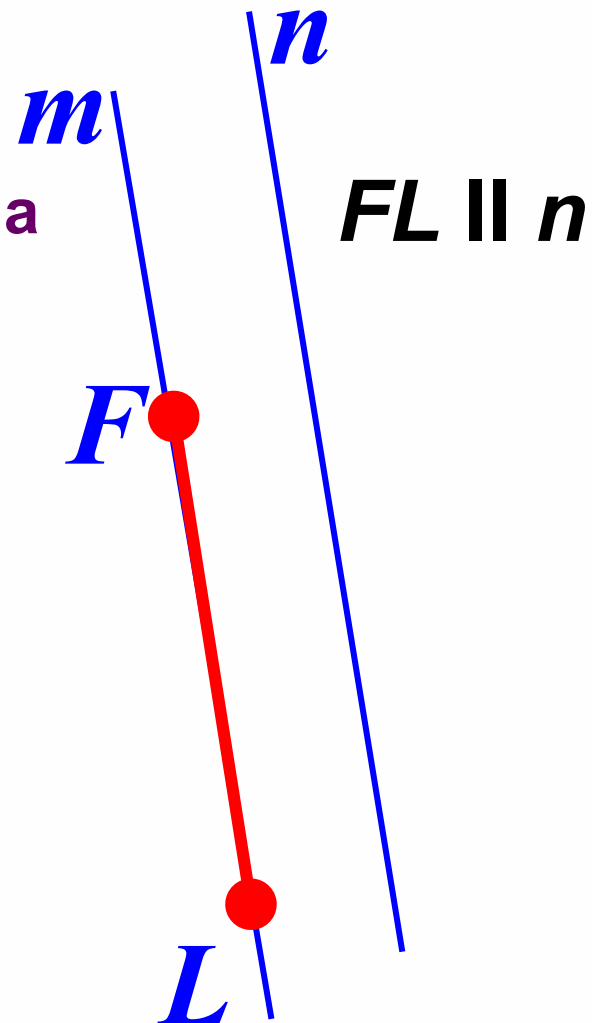
Определение

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

$AB \parallel CD$



Отрезки **AB и CD**
параллельны

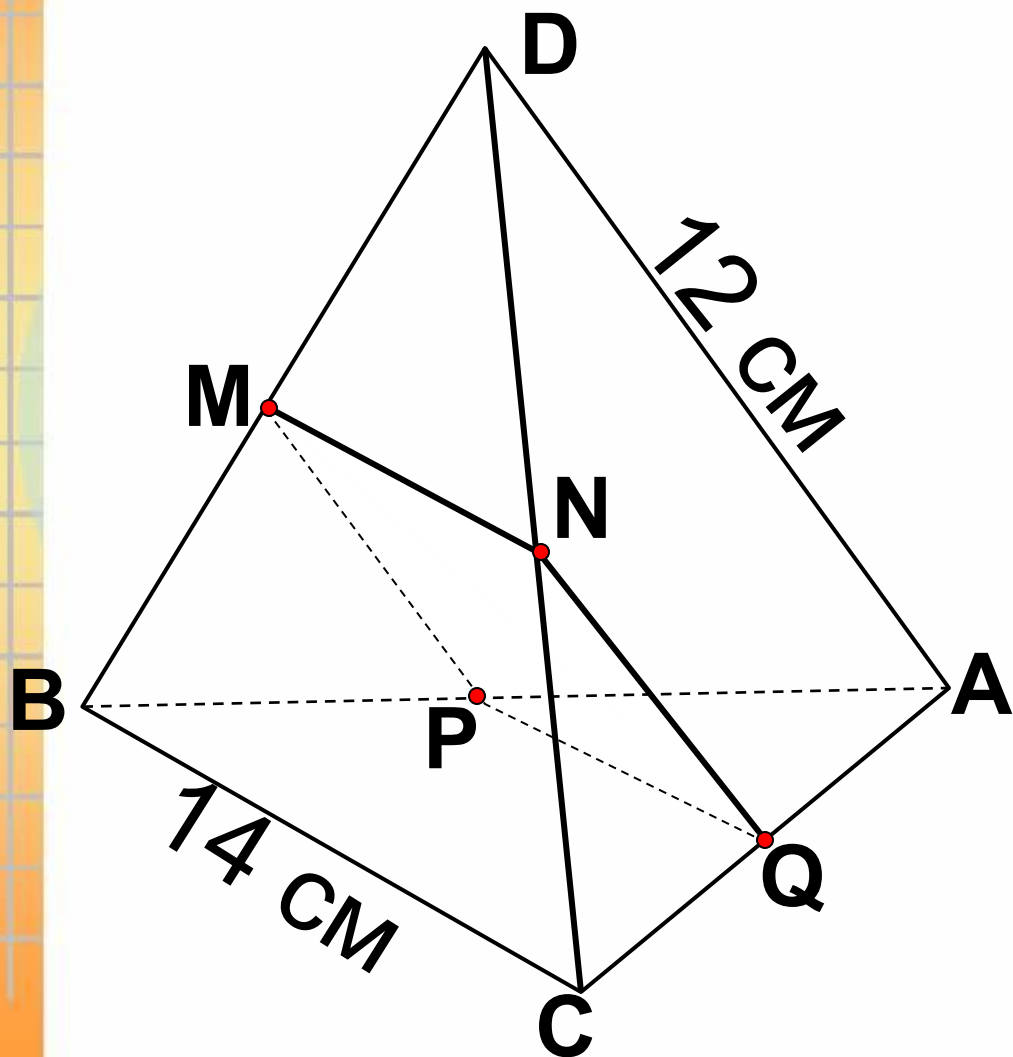


Отрезок **FL** параллелен
прямой **n**



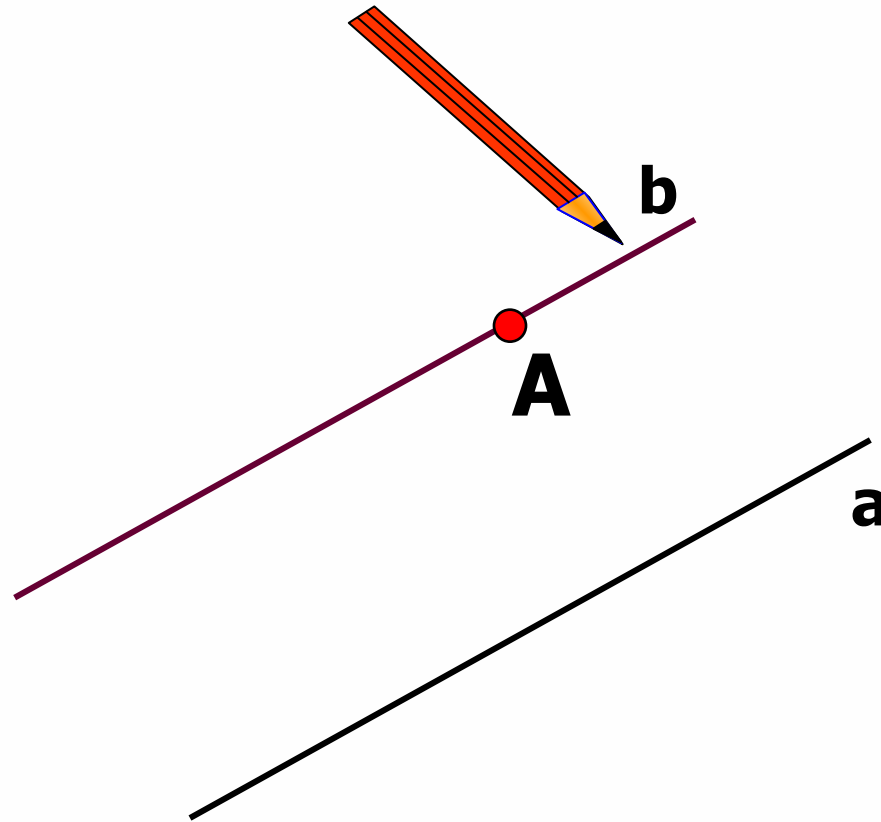
Точки M, N, P и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.

$P_{MNQP} = ?$



Повторим. ПЛАНИМЕТРИЯ. Аксиома параллельности.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

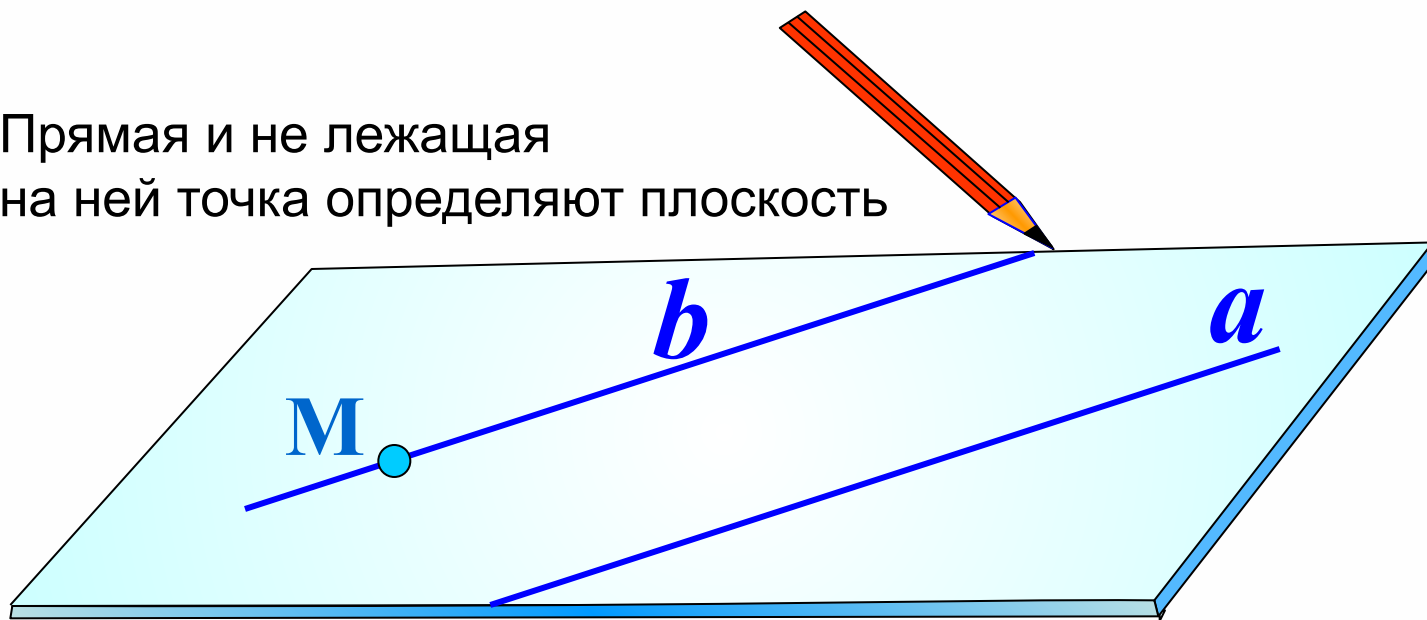


Аксиома параллельности поможет доказать теорему о параллельных прямых

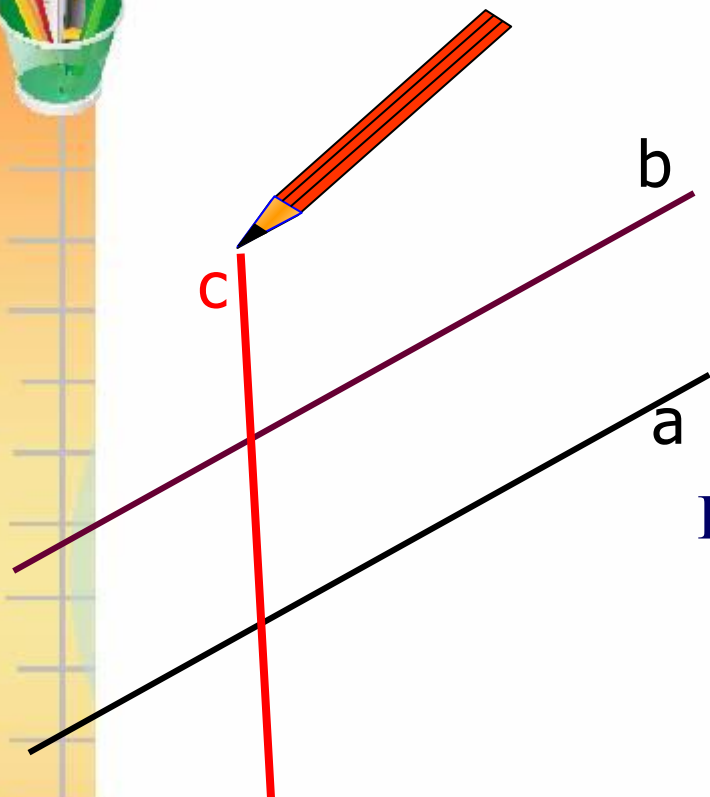
Теорема

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Прямая и не лежащая на ней точка определяют плоскость



Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.



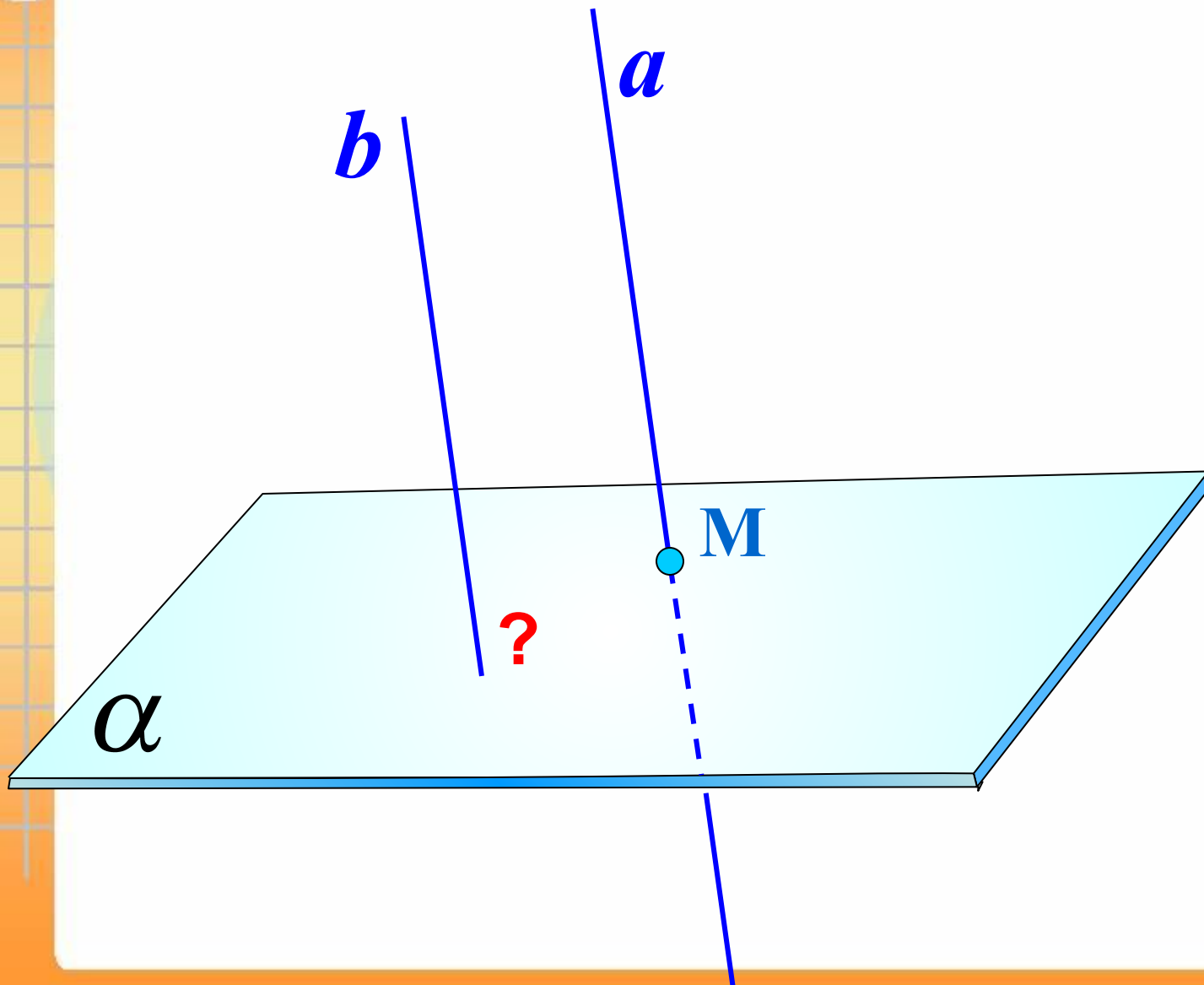
Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

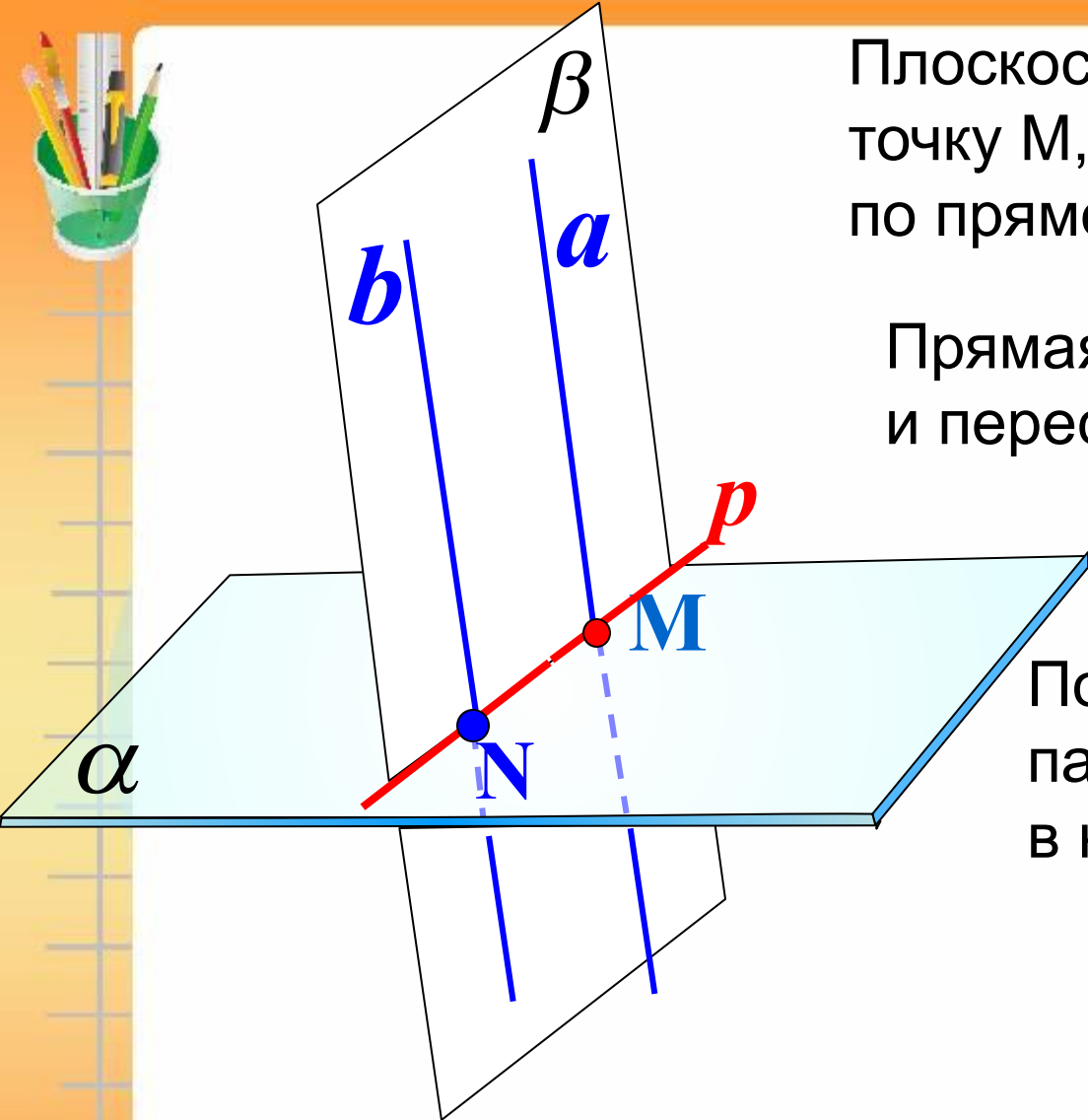
$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$

Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает данную плоскость.





Плоскости α и β имеют общую точку М, значит они пересекаются по прямой (A_3)

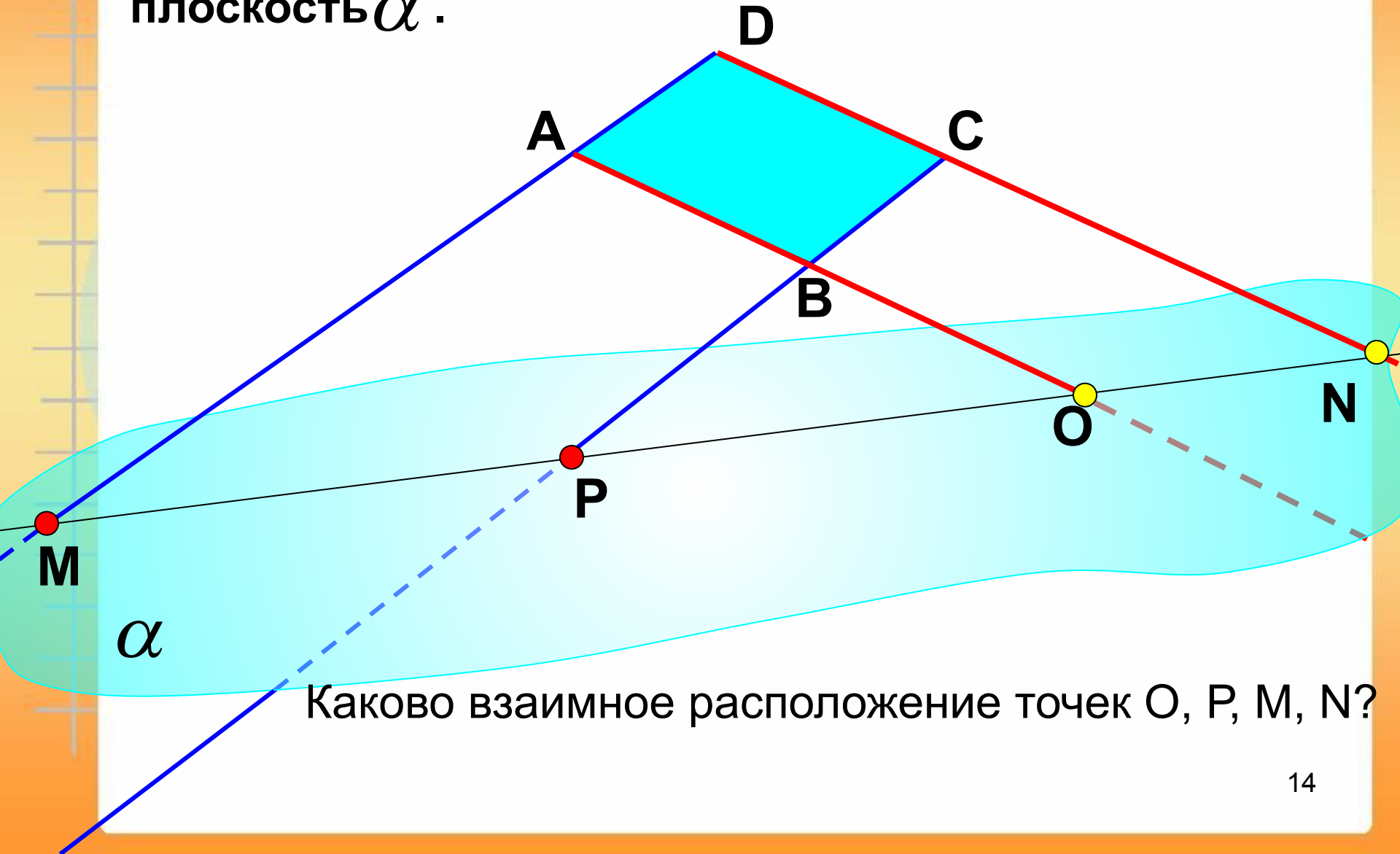
Прямая r лежит в плоскости β и пересекает прямую a в т. М.

Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую b в некоторой точке N.

Прямая r лежит также в плоскости α , поэтому N – точка плоскости α .
Значит, N – общая точка прямой b и плоскости α .



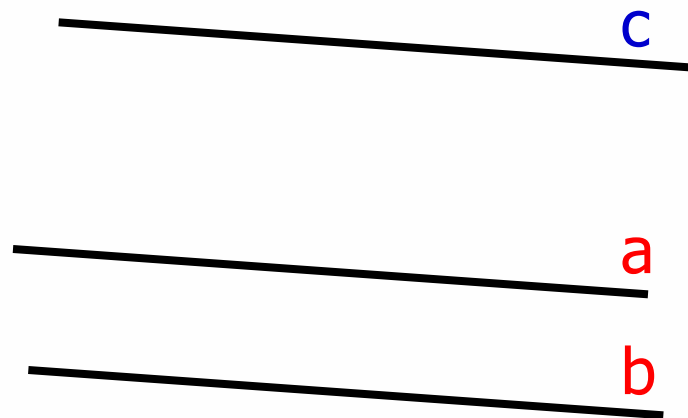
Прямые, содержащие стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ пересекают плоскость α . Докажите, что прямые AD и DC также пересекают плоскость α .



Каково взаимное расположение точек O , P , M , N ?



Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.



Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.



Теорема

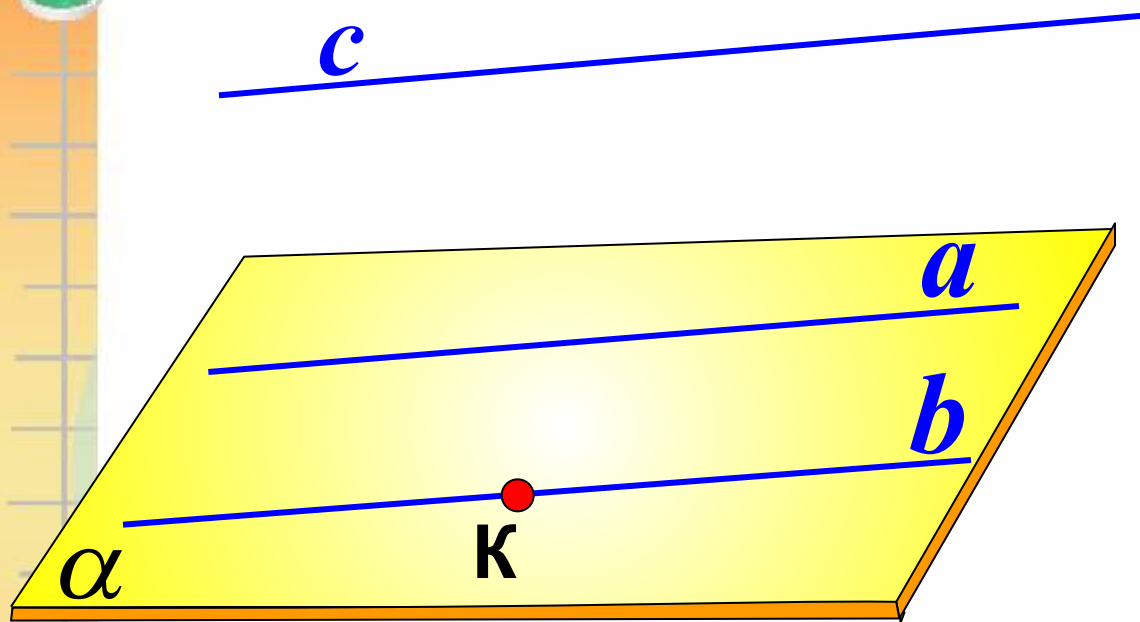
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$a \parallel c, b \parallel c$

Докажем, что $a \parallel b$

Докажем, что a и b

- 1) Лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются

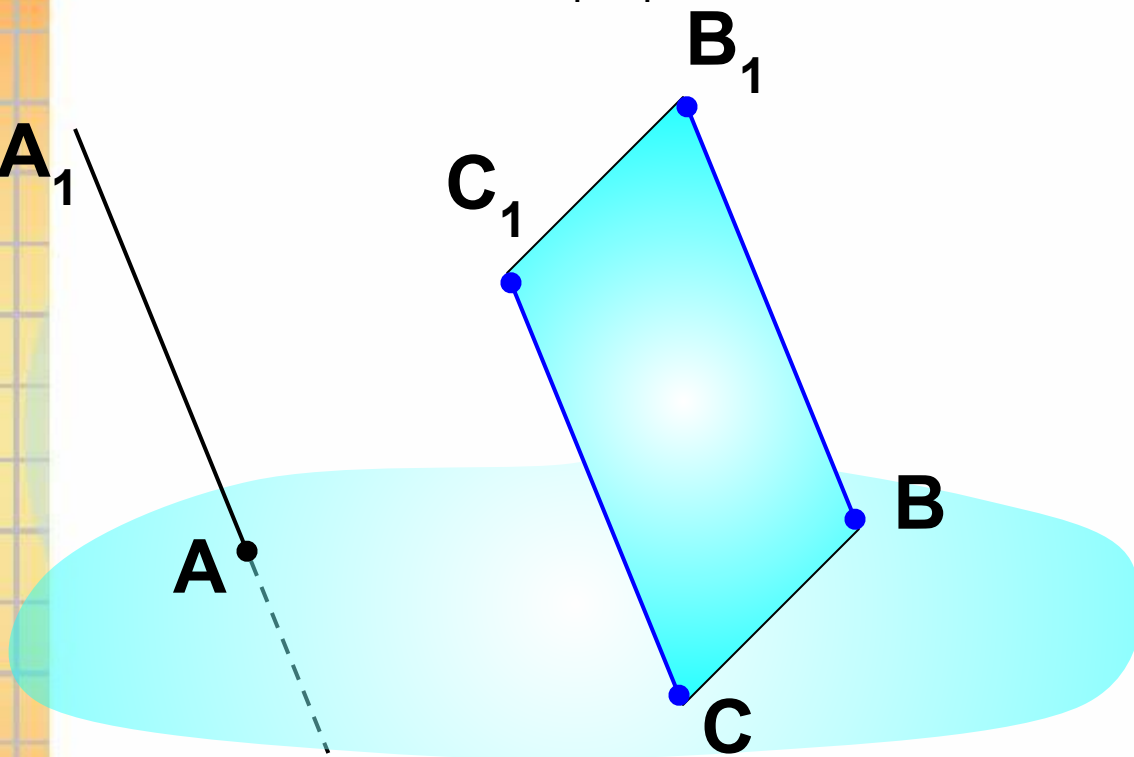


1) Прямые a и b лежат в одной плоскости α .
Докажем, что прямые a и b не пересекаются. В противном случае через точку их пересечения проходили бы две прямые (a и b), параллельные прямой c , что невозможно. Теорема доказана.
Лемма c также пересекает α . По лемме a также пересекает α . Это невозможно, т.к. a лежит в плоскости α .



Дано: $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 \parallel BB_1$, $BB_1 = CC_1$

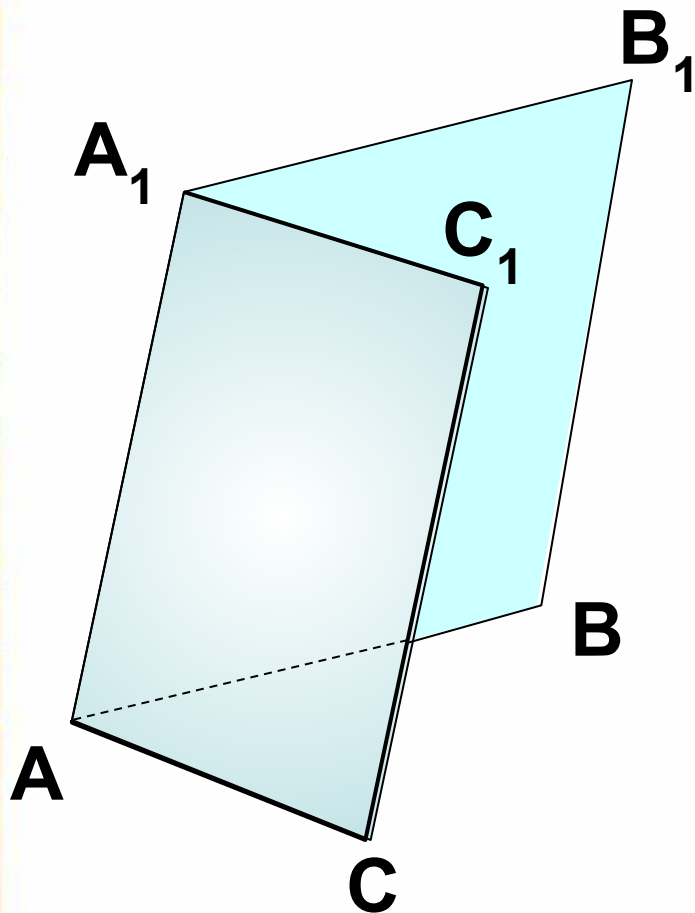
Доказать, что $B_1C_1 = BC$





Дано: $A_1C_1 = AC$, $A_1C_1 \parallel AC$, $A_1B_1 = AB$,
 $A_1B_1 \parallel AB$

Доказать, что $CC_1 = BB_1$

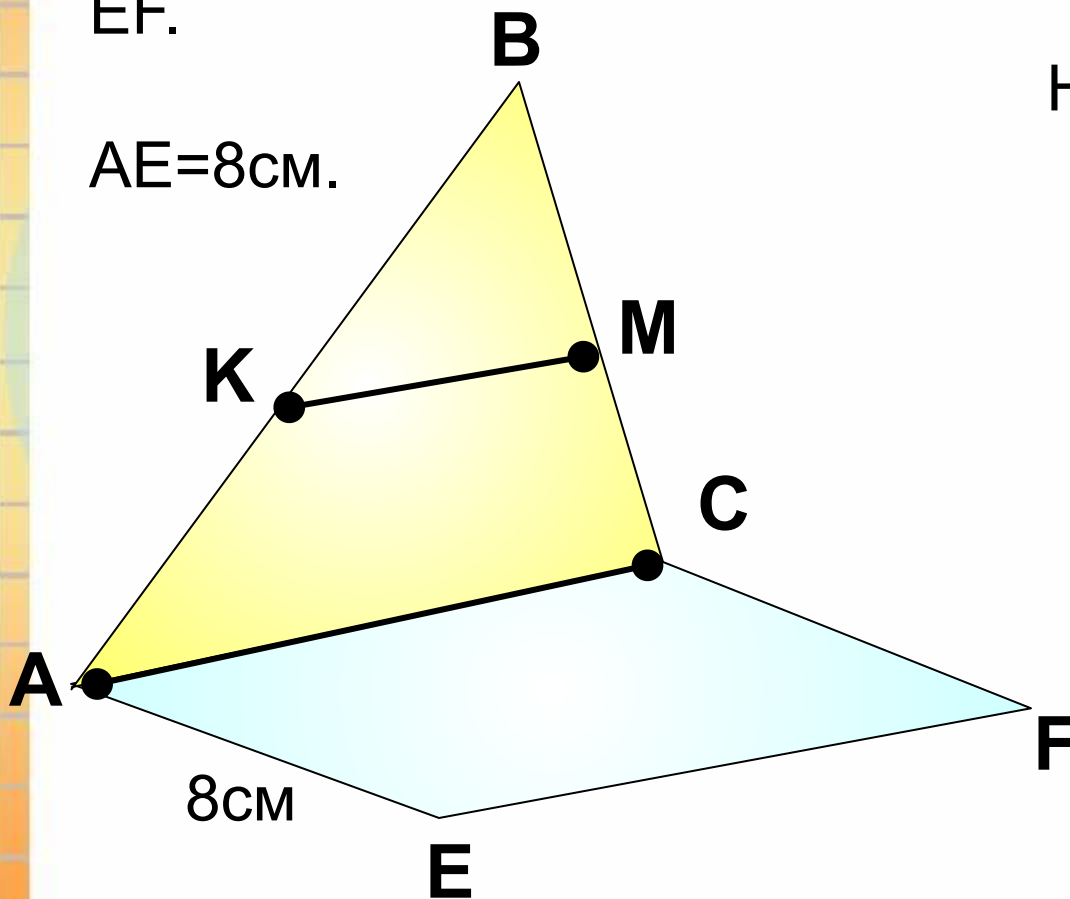




Треугольник ABC и квадрат $AEFC$ не лежат в одной плоскости. Точки K и M – середины отрезков AB и BC соответственно. Докажите, что $KM \parallel EF$.

$AE = 8\text{ см.}$

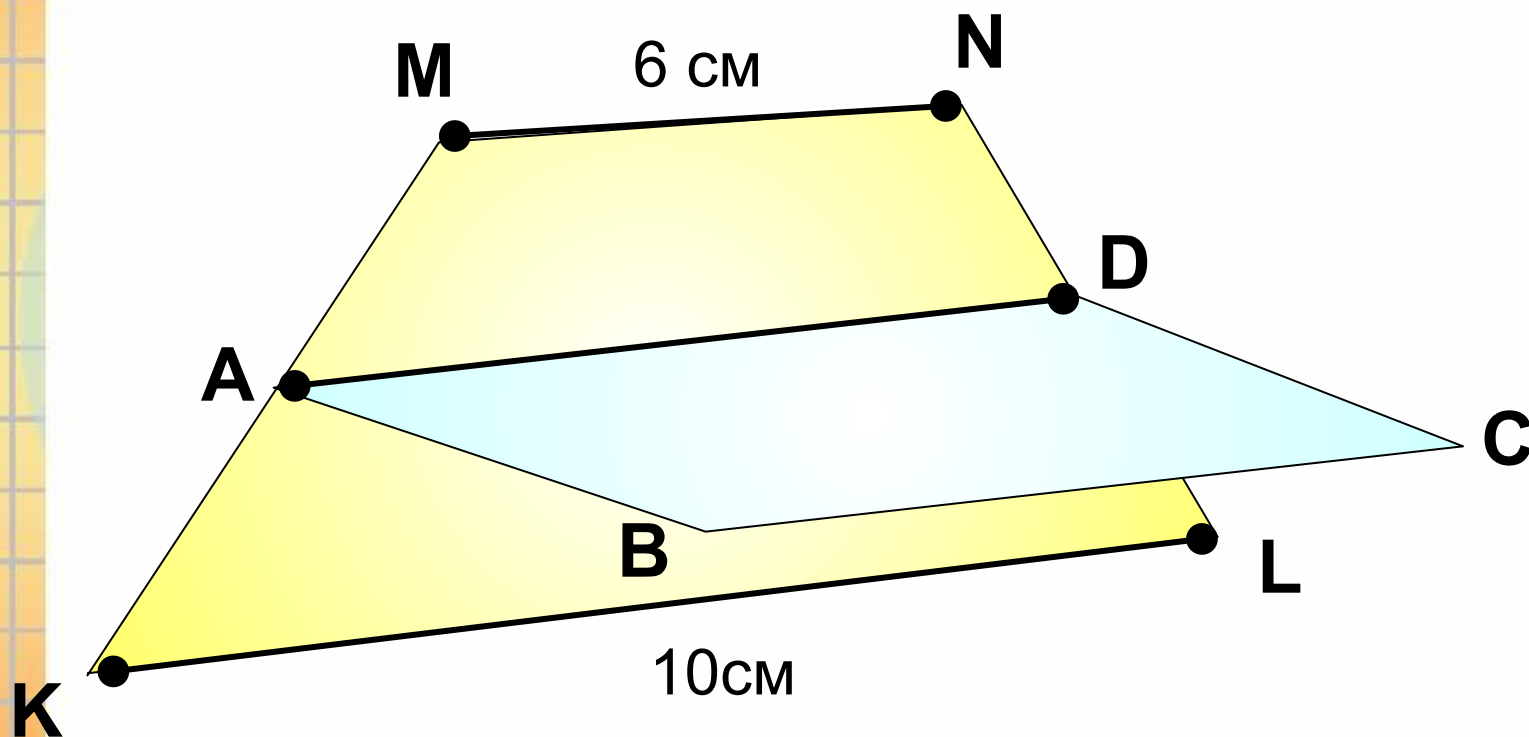
Найдите KM , если





Квадрат $ABCD$ и трапеция $KMNL$ не лежат в одной плоскости. Точки A и D – середины отрезков KM и NL соответственно. Докажите, что $KL \parallel BC$.

Найдите BC , если $KL=10\text{ см}$, $MN=6\text{ см}$.





Отрезок AB не пересекается с плоскостью α . Через концы отрезка AB и его середину (точку M) проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1 , B_1 и M_1 . а) Докажите, что точки A_1 , B_1 и M_1 лежат на одной прямой. б) Найдите AA_1 , если $BB_1 = 12\text{см}$, $MM_1 = 8\text{см}$.

