



Тема лекции:

Анализ тенденций и прогнозирование показателей таможенной статистики

Показатели изменения уровней временного ряда

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_i, \dots, y_n.$$

1. Базисные: $\frac{\text{текущий уровень}}{\text{базисный уровень}} \quad \frac{y_1}{y_0}; \frac{y_2}{y_0}; \frac{y_i}{y_0}; \quad y_0 = y_1.$

2. Цепные: $\frac{\text{текущий уровень}}{\text{уровень, предшествующий текущему}} \quad \frac{y_2}{y_1}; \frac{y_3}{y_2}; \frac{y_4}{y_3}; \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} = \frac{y_3}{y_1};$

Виды временных рядов

1. Монотонные:

Дата	Значение показателя
01.01.09	y_1
01.01.09	y_2
01.01.09	y_3

2. Интервальные

	Период времени				
	2005	2006	2006	2007	2008
Значение показателя	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

Уровень ряда динамики - конкретное числовое значение статистического показателя

Показатели динамики абсолютные■

1. Абсолютный прирост цепной. Характеризует скорость роста (уменьшения) уровня

$$\Delta_{\text{ц}} = y_i - y_{i-1};$$

2. Абсолютный прирост базисный

$$\Delta_{\text{б}} = y_i - y_{\text{б}}$$

Показатели динамики

относительные

1. Темп роста. Характеризует интенсивность изменения уровня ряда.

$$T_{i\text{ } \varphi} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%, \quad T_{i\text{ } \delta} = \frac{y_i}{y_{\delta}} \cdot 100\%,$$

2. Темп прироста. Выражает изменение абсолютного прироста в относительных единицах

$$T_{np\text{ } \varphi} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100\%, \quad T_{np\text{ } \delta} = \frac{y_i - y_{\delta}}{y_{\delta}} \cdot 100\%,$$

- Средний уровень ряда

1. Интервальный ряд с равностоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

2. Интервальный ряд с неравностоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t}{\sum t}$$

3. Моментный ряд с равностоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{1/2y_1 + y_2 + \dots + 1/2y_n}{n-1}$$

4. Моментный ряд с разностоящими уровнями

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_n}{2\sum t_i}$$

Показатели динамики средние

1. Средний абсолютный прирост

$$\overline{\Delta}_{\text{б}} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}, \quad \overline{\Delta}_{\text{ц}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{i \text{ ц}}}{n - 1}.$$

2. Средний темп роста

$$\overline{T}_{\text{б}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%, \quad \overline{T}_{\text{ц}} = \sqrt[n-1]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_{n-1}}.$$

3. Средний темп прироста

$$\overline{T}_{\text{пр б}} = \overline{T}_{\text{б}} - 100\%, \quad \overline{T}_{\text{пр ц}} = \overline{T}_{\text{ц}} - 100\%.$$

Абсолютное значение одного процента прироста

- показывает **эластичность** исследуемого явления (как изменится показатель при его увеличении или уменьшении на 1%):

$$|\%| = \frac{\Delta_{i/i-1}}{T_{np_{i/i-1}}} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \times 100} = \frac{y_{i-1}}{100}$$

Факторы, влияющие на временные ряды

Компонент	Вид	Определени е	Причины	Продолжител ьность
ТРЕНД T_i				
Сезонный S_i				
Циклическ ий W_i				
Случайный ϵ_i				

Мультипликативная модель

Фактическое значение = тренд*
сезонность * цикличность * ошибка

$$Y_i = T_i * W_i * S_i * \varepsilon_i$$

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных ($T \times E$).
4. Аналитическое выравнивание уровней ($T \times E$) с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений ($T \times E$).
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

1) Расчет скользящих средних и центрированных скользящих средних

t	y_t	Скользящая средняя	Центрированная скользящая средняя (ЦСС)	Оценка сезонной компоненты ($y_t/\text{ЦСС}$)
1		-	-	-
2			-	-
3				y_3
4				y_4
5				y_5
				y_6
14				
15		-	-	-
16		-	-	-

2) Расчет сезонной компоненты

ГОД	кварталы			
	1	2	3	4
2011	-	-	y_3	y_4
2012	y_5	y_6	y_7	y_8
2013	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
2014	y_{13}	y_{14}	-	-
всего за период				
средняя оценка сезонной компоненты				
скорректированная сезонная компонента, S_i				

Корректирующий коэффициент =
4/сумма средних оценок
сезонной компоненты

Скорректированная оценка **S_i** =

Средняя оценка сезонной
компоненты *

Корректирующий коэффициент

3) Десезонализация данных

Расчет $T \times E = Y_t / S_i$

t	Количество поданных деклараций, шт., y_t	4- квартал ьная скользя щая средняя	Центрир ованная скользя щая средняя (ЦСС)	Оценка сезонной компонен ты ($y_t / \text{ЦСС}$)	S_i	$T * E = y_t / S_i$	T (y(t))
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

4) Аналитическое выравнивание

- Уравнение прямой

$$y(t) = a_1 + a_0 t$$

Метод наименьших квадратов

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 \Rightarrow \min$$

Система уравнений МНК

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i \\ \sum_{i=1}^n y_i t_i = a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{cases}$$

Находим параметры **a_1** и **a_0** системы уравнений:

	t	y (Т*Е)	t²	y²	t*y	y(t) (Т)
	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
	6					
	7					
	8					
	9					
	10					
	11					
	12					
	13					
	14					
	15					
	16					
Сумма	136					
Среднее	9					

Находим параметры системы:

$$a_0 = \frac{\overline{yt} - \bar{y} \cdot \bar{t}}{\overline{t^2} - \bar{t}^2} \quad a_1 = \bar{y} - a_0 \bar{t}$$

Записываем уравнение тренда:

$$T = y(t) = a_1 + a_0 t$$

5) Расчет полученных по модели значений ($T \times Si$, $E=y_t/(T*Si)=16$)

[illegible]

6) Оценка модели:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_t - T * Si)^2}{\sum (y_t - y_{cp})^2}$$

[illegible]

Проверка адекватности модели данным наблюдения

$$F = R^2 / (1 - R^2) * (n - m - 1) / m$$

где m - количество факторов в уравнении тренда ($m=1$).

7) Прогноз

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в мультипликативной модели есть произведение прогнозного значения T и сезонной компонент S_i

$$T_t = y(t) = a_1 + a_0 t$$

$$F_t = T_t * S_i$$

Аддитивная модель

Фактическое значение = тренд +
сезонная вариация + циклическая
вариация + ошибка

$$Y_i = T_i + W_i + S_i + \varepsilon_i$$

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных $(T + E)$.
4. Аналитическое выравнивание уровней $(T + E)$ с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений $(T + E)$.
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

1) Расчет скользящих средних и центрированных скользящих средних

t	y_t	Скользящая средняя	Центрированная скользящая средняя (ЦСС)	Оценка сезонной компоненты (y_t -ЦСС)
1		-	-	-
2			-	-
3				y_3
4				y_4
5				y_5
				y_6
12		-	-	-

2) Расчет сезонной компоненты

год	кварталы			
	1	2	3	4
2012	-	-	y_3	y_4
2013	y_5	y_6	y_7	y_8
2014	y_9	y_{10}	-	-
всего за период				
средняя оценка сезонной компоненты				
скорректированная сезонная компонента, S_i				

Корректирующий коэффициент =
сумма средних оценок сезонной
компоненты/4

Скорректированная оценка **S_i** =

Средняя оценка сезонной

компоненты -

Корректирующий коэффициент

3) Десезонализация данных

$$T + E = Y_t - S$$

t	Количество поданных деклараций, шт., y_t	4-квартальная скользящая средняя	Центрированная скользящая средняя (ЦСС)	Оценка сезонной компоненты (y_t -ЦСС)	S_i	$T+E=y_t-S_i$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						

4) Аналитическое выравнивание

- Уравнение прямой

$$y(t) = a_1 + a_0 t$$

Метод наименьших квадратов

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 \Rightarrow \min$$

Система уравнений МНК

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n t_i \\ \sum_{i=1}^n y_i t_i = a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{cases}$$

Находим параметры **a_1** и **a_0** системы уравнений:

	t	y (T+E)	t²	y²	t*y	y(t) (T)
	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
	6					
	7					
	8					
	9					
	10					
	11					
	12					
	13					
	14					
	15					
	16					
Сумма	136					
Среднее	9					

Находим параметры системы:

$$a_0 = \frac{\overline{yt} - \bar{y} \cdot \bar{t}}{\overline{t^2} - \bar{t}^2} \quad a_1 = \bar{y} - a_0 \bar{t}$$

Записываем уравнение тренда:

$$T = y(t) = a_1 + a_0 t$$

**5) Расчет полученных по модели значений
($T + Si$, $E = y_t - (T + Si) = 16$)**

[illegible]

6) Оценка модели:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum E^2}{\sum \left(v_t - \bar{v} \right)^2}$$

[illegible]

7) Прогноз

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в аддитивной модели есть сумма прогнозного значения T и сезонной компонент S_i

$$T_t = y(t) = a_1 + a_0 t$$

$$F_t = T_t + S_i$$