

**Серии логических
элементов.**

1. Логические функции

Логический нуль – **лог.0**

Логическая единица – **лог.1**

Функции алгебры логики – функция и ее аргументы могут принимать значения **лог.0** и **лог.1**.

Устройства, предназначенные для формирования функций алгебры логики, называются **логическими устройствами** или **цифровыми устройствами**.

Способы задания логических функций

Два способа

```
graph TD; A[Два способа] --> B[Аналитический  
□ Запись формулой]; A --> C[Табличный  
□ Таблицы значений функции];
```

Аналитический

□ Запись формулой

Табличный

□ Таблицы значений функции

Способы задания логических функций

Функция алгебры логики одного или двух аргументов, в логическом выражении которой содержится не более одной логической операции, называется **элементарной**.

Для технической реализации алгебры логики используются схемы, которые называются **логическими элементами**.

Элементарные функции

Существуют 4 элементарных функции алгебры логики 1 аргумента и 16 элементарных функций 2-х аргументов.

Таблица истинности для логических функций одного аргумента

Аргумент x	Функции			
	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Элементарные функции

Таблица истинности функций двух

[illegible]

4 функции одного аргумента

1) $f_0(x) = 0$ – константа нуля

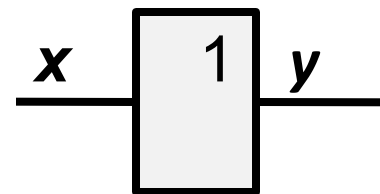
Реализуется генератором нуля



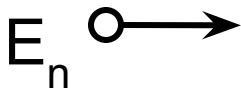
- соединение
провода на землю
(заземление)

2) $f_1(x) = x$ – повторение

Реализуется повторителем



3) $f_3(x) = 1$ – константа единицы. Реализуется генератором единицы



4) $f_4(x) = \neg x$ – инверсия (логическое отрицание). Реализуется элементом НЕ

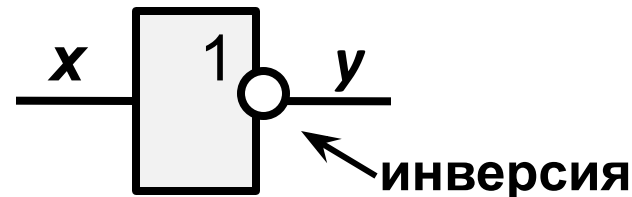


Таблица истинности функций двух аргументов

Обозначение логических операций		Таблица истинности					Как читается	Название операции
		x_1	0	0	1	1		
Основное	Дополнительные	x_2	0	1	0	1		
$x_1 \cdot x_2$	$x_1 x_2$ $x_1 \wedge x_2$ $x_1 \& x_2$	$x_1 \cdot x_2$	0	0	0	1	x_1 и x_2	Конъюнкция; логическое И; логическое произведение
$x_1 \vee x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 \vee x_2$	0	1	1	1	x_1 или x_2	Дизъюнкция; логическое ИЛИ; логическая сумма
$x_1 \rightarrow x_2$	$x_1 \supset x_2$	$x_1 \rightarrow x_2$	1	1	0	1	если x_1 , то x_2 ; x_1 влечет x_2 ; x_1 имплицирует x_2	Импликация
$x_1 \sim x_2$	$x_1 \equiv x_2$ $x_1 \leftrightarrow x_2$	$x_1 \sim x_2$	1	0	0	1	x_1 эквивалентно x_2	Эквивалентность; равнозначность
$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \ominus x_2$	$x_1 \oplus x_2$	0	1	1	0	либо x_1 , либо x_2 ; x_1 неэквива- лентно x_2	Сумма по модулю; неравнозначность; исключающее ИЛИ
$x_1 \Delta x_2$	$x_1 \nrightarrow x_2$ $x_1 \nabla x_2$	$x_1 \Delta x_2$	0	0	1	0	x_1 запрет по x_2 ; x_1 , но не x_2	Запрет; отрицание импликации
$x_1 x_2$	—	$x_1 x_2$	1	1	1	0	x_1 и x_2 несовместны	Логическое И-НЕ; элемент (штрих) Шеффера; отрицание конъюнкции
$x_1 \downarrow x_2$	—	$x_1 \downarrow x_2$	1	0	0	0	ни x_1 , ни x_2	Логическое ИЛИ-НЕ; стрелка Пирса; функция Вебба; отрицание дизъюнкции
$\bar{x}$	$\neg x$	x	0		1		не x	Логическое НЕ; инверсия; логическое отрицание
		$\bar{x}$	1		0			

2. Основные логические операции

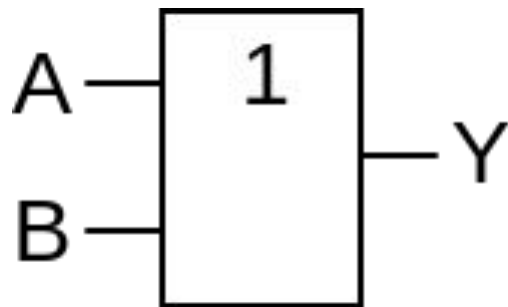
И – логическое умножение,
ИЛИ – логическое сложение,
НЕ – логическое отрицание.

Простые высказывания могут быть связаны между собой словами **И**, **ИЛИ**, **НЕ**. Получившееся высказывание – **сложное высказывание**.

Логическое сложение (дизъюнкция)

Реализуется логическим элементом **ИЛИ**

УГО:



Обозначение: $\vee$, $+$

Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое умножение (конъюнкция)

Реализуется
логическим элементом
И

Обозначение: $\&$, $\wedge$, $\cdot$,

x – математическим
знаком умножения или
опуская его.

уго:

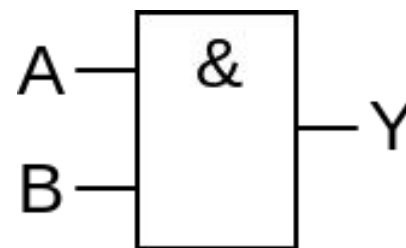


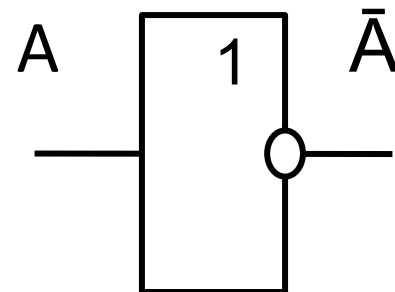
Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое отрицание (инверсия)

Реализуется
логическим элементом
НЕ

уго:



Обозначение: $\neg A$, $\bar{A}$.

Если A – истинное
высказывание, то $\neg A$ –
ложное высказывание, и
наоборот.

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Стрелка Пирса

Реализуется
логическим
элементом **ИЛИ-
НЕ**.

Обозначение: $X \downarrow Y,$
 $\overline{X \vee Y}$

уго:

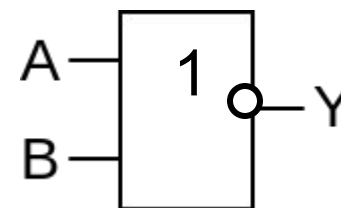


Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Штрих Шеффера

Реализуется
логическим
элементом **И-НЕ**.

Обозначение: $X \mid Y,$

$$\overline{X \wedge Y}$$

уго:

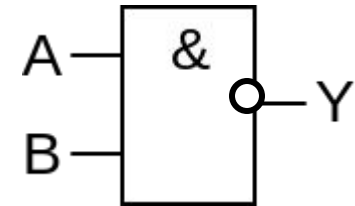


Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Исключающее ИЛИ (сложение по модулю 2)

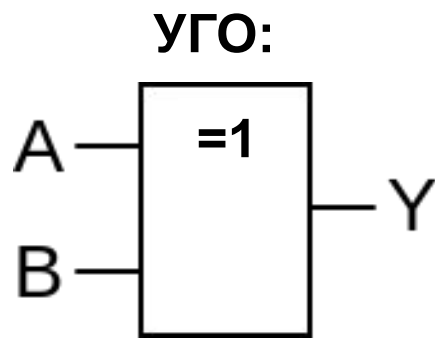


Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Обозначение:

Y

Логическая равнозначность (эквиваленция)

УГО:

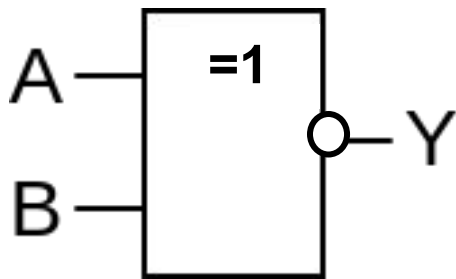


Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Обозначение: $\equiv$, $\leftrightarrow$, $\sim$

Импликация

Обозначение: $\rightarrow, \supset$

$$A \rightarrow B = Y$$

$$A \supset B = Y$$

Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Запрет (отрицание импликации)

Обозначение: $\nrightarrow, \not\supset, \Delta$

$$A \Delta B = Y$$

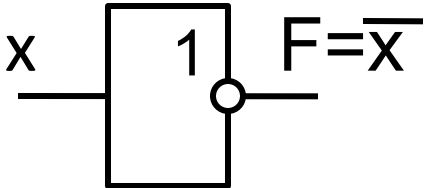
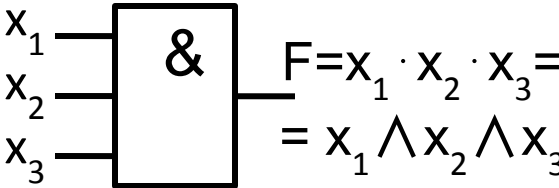
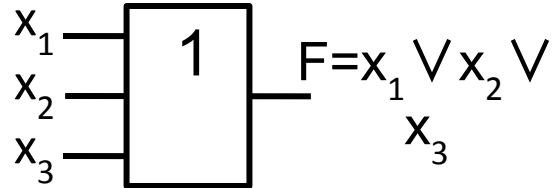
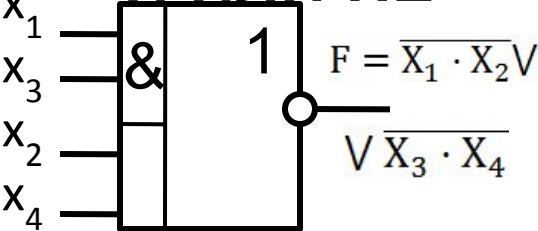
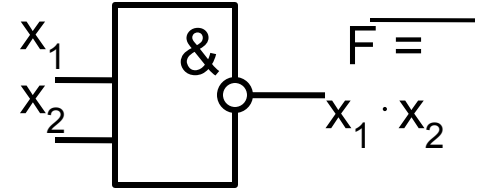
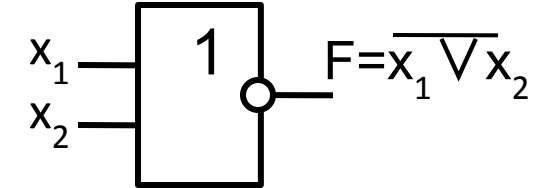
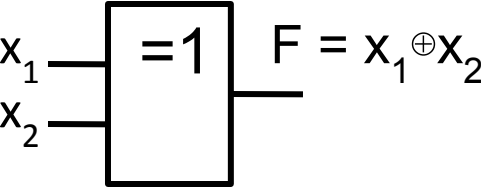
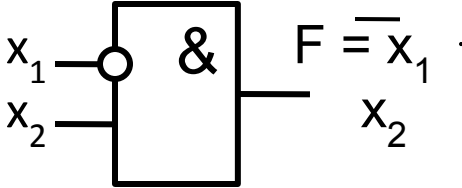
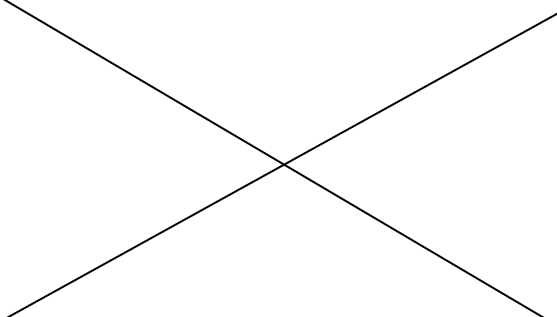
$$A \nrightarrow B = Y$$

$$A \not\supset B = Y$$

Таблица истинности:

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Условно-графическое обозначение

НЕ 	И 	ИЛИ 
И-ИЛИ-НЕ 	И-НЕ 	ИЛИ-НЕ 
Схема по модулю 2 	Схема запрета 	

Приоритет выполнения логических операций (если нет скобок)

Приоритет	Операция	Обозначение
I (Высший)	НЕ	$\neg, -$
II (Высокий)	И	$\wedge, \cdot$
III (Средний)	ИЛИ, Искл. ИЛИ	$\vee, +$ $\oplus$
IV (Низкий)	Импликация	$\rightarrow$
V (Низший)	Эквивалентность	$\sim$

Пример

Упростить заданное выражение:

$$\bar{A} \vee B \wedge C \rightarrow C \wedge A \sim B \oplus C \oplus A$$

Последовательность выполнения
логических операций:

$$(((\bar{A}) \vee (B \wedge C)) \rightarrow (C \wedge A)) \sim ((B \oplus C) \oplus A)$$

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 3 & 2 & 5 & 4 & 8 & 6 & 7 \\ \bar{A} & \vee & B & \wedge & C & \rightarrow & C & \wedge & A & \sim & B & \oplus & C & \oplus & A \end{array}$$

Алгоритм построения таблиц истинности для сложных выражений

1. Определить количество строк:

количество строк = 2^n + строка для заголовка,
 n - количество простых высказываний.

2. Определить количество столбцов:

количество столбцов = количество переменных + количество логических операций;

*определить количество переменных (простых выражений);
определить количество логических операций и
последовательность их выполнения.*

3. Заполнить столбцы результатами выполнения логических операций в обозначенной последовательности с учетом таблиц истинности основных логических операций.

Пример

Составить таблицу истинности логического выражения:

$$D = \overline{A} \wedge (B \vee C).$$

Решение.

1. Определить количество строк: $n=3$ и количество строк $= 2^3 + 1 = 9$.
2. Определить количество столбцов: 6
 - простые выражения (переменные): **A, B, C**;
 - промежуточные результаты (логические операции):
 - **$\overline{A}$** - инверсия (обозначим через **E**);
 - **$B \vee C$** - операция дизъюнкции (обозначим через **F**);
 - а также искомое окончательное значение арифметического выражения:
 $D = \overline{A} \wedge (B \vee C)$. т.е. **$D = E \wedge F$** - это операция конъюнкции.

3. Заполнить столбцы с учетом таблиц истинности логических операций.

A	B	C	E (инверсия A)	F (дизъюнкция B и C)	$E \wedge F$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Пример

Доказать справедливость тождества

$$A \vee B \wedge C = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

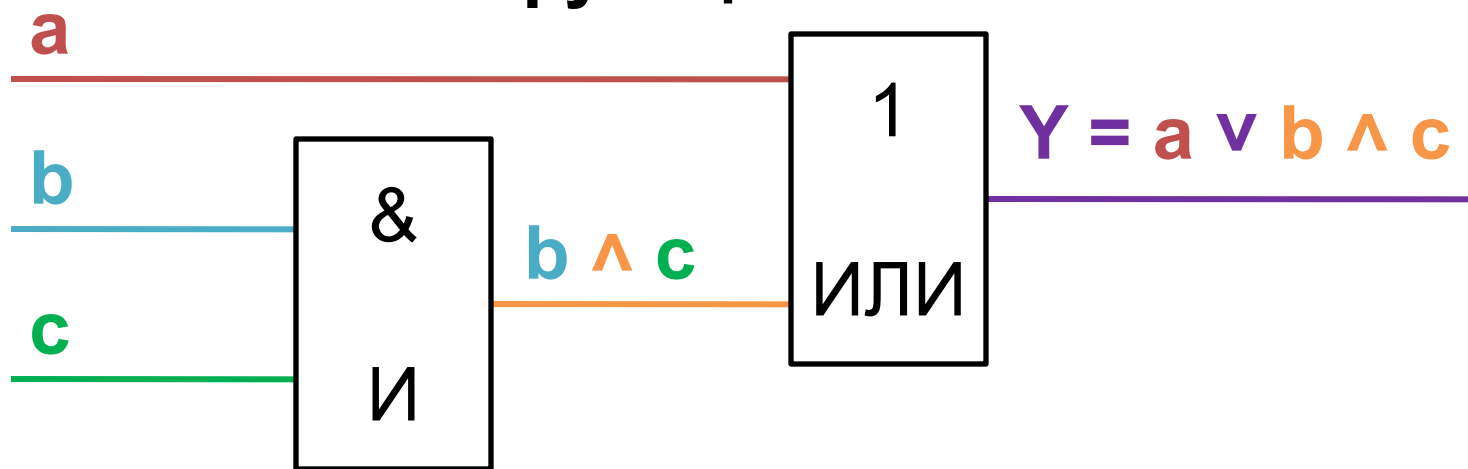
Алгоритм построение логических схем

1. Определить число логических переменных.
2. Определить количество базовых логических операций и их порядок.
3. Изобразить для каждой логической операции соответствующий ей элемент.
4. Соединить элементы в порядке выполнения логических операций.

Алгоритм построение логических схем

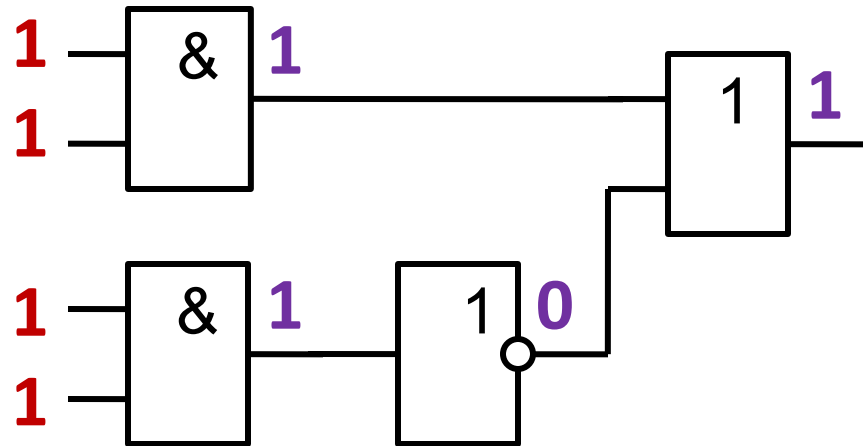
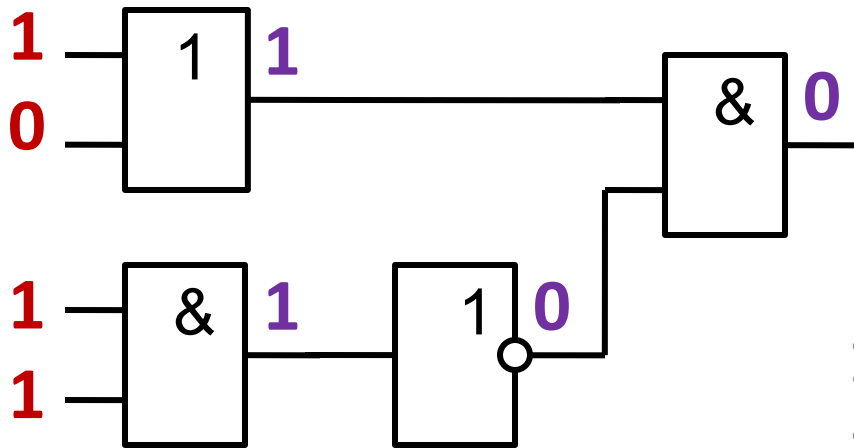
Логическая функция: $Y = a \vee b \wedge c$

Логическая схема для данной функции:



Пример

Определить сигнал на выходе



3. Свойства логических операций. Аксиомы алгебры логики

Конъюнкция

$$0 \wedge 0 = 0$$

$$0 \wedge 1 = 0$$

$$1 \wedge 0 = 0$$

$$1 \wedge 1 = 1$$

Дизъюнкция

$$0 \vee 0 = 0$$

$$0 \vee 1 = 1$$

$$1 \vee 0 = 1$$

$$1 \vee 1 = 1$$

Инверсия

если $x = 0$, то $\bar{x} = 1$

если $x = 1$, то $\bar{x} = 0$

Свойства логических операций. Теоремы алгебры логики

1. Теоремы исключения констант

$$\begin{array}{ll} x \vee 1 = 1 & x \wedge 1 = x \\ x \vee 0 = x & x \wedge 0 = 0 \end{array}$$

2. Теоремы повторения

$$x \vee x = x \quad x \wedge x = x$$

для n-переменных:

$$x \vee x \vee \dots \vee x = x$$

$$x \wedge x \wedge \dots \wedge x = x$$

3. Теорема противоречия

$$x \wedge \bar{x} = 0$$

4. Теорема «исключенного третьего»

$$x \vee \bar{x} = 1$$

4. Теорема двойного отрицания

$$\overline{\overline{x}} = x$$

$$1 = 0 = 1$$

Свойства логических операций. Законы алгебры логики

1. Сочетательный (ассоциативный)

$$x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3$$

$$x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3) = (x_1 \wedge x_2) \wedge x_3$$

2. Переместительный (коммутативный)

$$x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1$$

$$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1$$

3. Распределительный (дистрибутивный)

$$(x_1 \vee x_2) \wedge x_3 = (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3)$$

$$(x_1 \wedge x_2) \vee x_3 = (x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3)$$

Свойства логических операций.

Законы алгебры логики

4. Законы де Моргана (Закон общей инверсии)

$$\begin{aligned}\overline{\overline{x_1} \vee \overline{x_2}} &= \overline{\overline{x_1}} \wedge \overline{\overline{x_2}} & x_1 \vee x_2 &= \overline{\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}} \\ \overline{\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}} &= \overline{\overline{x_1}} \vee \overline{\overline{x_2}} & x_1 \wedge x_2 &= \overline{\overline{x_1} \vee \overline{x_2}}\end{aligned}$$

5. Закон поглощения

$$\begin{aligned}x_1 \vee (x_1 \wedge x_2) &= x_1 \\ x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) &= x_1\end{aligned}$$

6. Закон склеивания

$$\begin{aligned}(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2}) &= x_1 \\ (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2}) &= x_1\end{aligned}$$

Формулы де Моргана

$$\overline{x_1 \vee x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$$

Левая часть обращается в **лог.1** только в том случае, если:

$$x_1 \vee x_2 = 0$$

Для этого: $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$.

Правая часть обращается в **лог.1** только при:

$$\bar{x}_1 = 1$$

и

$$\bar{x}_2 = 1$$



$$x_1 = 0$$



$$x_2 = 0$$

При остальных наборах значений переменных обе части будут **лог.0**

$$\overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$$

И правая и левая части обращаются в **лог.0** при:

$$x_1 = 1 \text{ и } x_2 = 1$$

При остальных наборах значений переменных обе части равны **лог.1**

Правило применения формул де Моргана

Инверсия любого сложного выражения, в котором аргументы (либо их инверсии) связаны операциями конъюнкции и дизъюнкции, может быть представлена тем же выражением без инверсии с изменением всех знаков конъюнкции на знаки дизъюнкции, знаков дизъюнкции на знаки конъюнкции и инверсией всех аргументов.

$$\begin{aligned} & \overline{\overline{X_1} \vee \overline{X_2} \cdot X_3 \vee X_1 \cdot X_3 \cdot \overline{X_4}} = \\ & = \overline{X_1} \vee \overline{X_2} \cdot \overline{X_3} \vee \overline{X_1} \cdot \overline{X_3} \cdot \overline{X_4} \end{aligned}$$

4. Выражение элементарных функций через операции И, ИЛИ, НЕ.

1. Операция запрета

$$x_1 \Delta x_2 = x_1 \cdot \bar{x}_2$$

x_1	x_2	$x_1 \Delta x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

x_1	x_2	$\bar{x}_2$	$x_1 \cdot \bar{x}_2$
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Выражение элементарных функций через операции И, ИЛИ, НЕ.

2. Сумма по модулю 2

$$x_1 \oplus x_2 = x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 = (x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)$$

x_1	x_2	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \cdot \bar{x}_2$	$\bar{x}_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2$	$x_1 \vee x_2$	$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$	$(x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)$
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0

Выражение элементарных функций через операции И, ИЛИ, НЕ.

3. Операция ИЛИ-НЕ

$$x_1 \downarrow x_2 = \overline{x_1 \vee x_2}$$

x_1	x_2	$x_1 \downarrow x_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

x_1	x_2	$x_1 \vee x_2$	$(\overline{x_1 \vee x_2})$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Выражение элементарных функций через операции И, ИЛИ, НЕ.

4. Логическая равнозначность

$$x_1 \sim x_2 = \overline{x_1 \oplus x_2} = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 = (\bar{x}_1 \vee x_2) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2)$$

5. Импликация $x_1 \rightarrow x_2 = \bar{x}_1 \vee x_2$

x_1	x_2	$x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

x_1	x_2	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1 \vee x_2$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Выражение элементарных функций через операции И, ИЛИ, НЕ.

6. Операция И-НЕ

$$x_1 \mid x_2 = \overline{x_1 \cdot x_2}$$

x_1	x_2	$x_1 \mid x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

x_1	x_2	$x_1 \cdot x_2$	$(\overline{x_1 \cdot x_2})$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

5. Базис

Базис – набор простейших логических функций, позволяющих реализовать любую другую логическую функцию.

Минимальный базис – набор функций, исключение из которого любой функции превращает полную систему функций в неполную.

Базис образуют функции **И, ИЛИ, НЕ**

Базис

И-НЕ: $\bar{x} = \overline{x \cdot x} = x | x,$

$$x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1 \cdot x_2}} = \overline{x_1 | x_2} = (x_1 | x_2) | (x_1 | x_2).$$

ИЛИ-НЕ: $\bar{x} = \overline{x \vee x} = x \downarrow x,$

$$x_1 \vee x_2 = \overline{\overline{x_1 \vee x_2}} = \overline{x_1 \downarrow x_2} = (x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2).$$

Минимизация логических функций

1. Синтез комбинационных цифровых устройств

Этапы синтеза

1 этап	Синтез, составление таблицы истинности
2 этап	Запись логической функции
3 этап	Минимизация логической функции
4 этап	Построение функции в выбранном базисе

2. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)

Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) содержит элементарные конъюнкции, связанные между собой операцией дизъюнкции.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_2 \cdot x_3.$$

2. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ)

1. нет двух одинаковых элементарных конъюнкций;
2. ни одна элементарная конъюнкция не содержит двух одинаковых переменных;
3. ни одна элементарная конъюнкция не содержит переменную вместе с ее инверсией;
4. все конъюнкции имеют один и тот же ранг.

Переход от ДНФ к СДНФ

Для перехода от ДНФ к СДНФ необходимо в каждый из членов, в которых представлены не все аргументы, ввести выражение вида $x_i \vee \bar{x}_i = 1$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee x_2 \cdot \bar{x}_3$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \cdot (x_2 \vee \bar{x}_2) \cdot (x_3 \vee \bar{x}_3) \vee x_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot (x_1 \vee \bar{x}_1) = \\ &= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \\ &\vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3, \end{aligned}$$

Переход от ДНФ к СДНФ

Пример

x_1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3)$	0	0	1	1	0	1	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3) =$$

Правило записи СДНФ по таблице истинности

1. Выделить в таблице истинности все наборы переменных, на которых функция принимает значения **1**.
2. Для каждого выбранного набора записать элементарные конъюнкции, содержащие без инверсии переменные, принимающие в соответствующем наборе значение 1 и с инверсией — переменные, принимающие значение 0.
3. Соединить элементарные конъюнкции знаком дизъюнкции.

3. Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)

Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) содержит элементарные дизъюнкции, связанные между собой операцией конъюнкции.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot (x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_2 \vee x_3).$$

3. Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ)

1. нет двух одинаковых элементарных конъюнкций;
2. ни одна элементарная конъюнкция не содержит двух одинаковых переменных;
3. ни одна элементарная конъюнкция не содержит переменную вместе с ее инверсией;
4. все конъюнкции имеют один и тот же ранг.

Переход от КНФ к СКНФ

Для перехода от ДНФ к СДНФ необходимо в каждый из членов, в которых представлены не все аргументы, ввести выражение вида $x_i \cdot \bar{x}_i = 0$

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot (x_2 \vee \bar{x}_3)$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \cdot (x_2 \vee \bar{x}_3) = (x_1 \vee x_2 \cdot \bar{x}_2 \vee x_3 \cdot \bar{x}_3) \cdot (x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot \bar{x}_1) = \\ &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \cdot (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot \\ &\cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \cdot (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot \\ &\cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3). \end{aligned}$$

Правило записи СКНФ по таблице истинности

1. Выделить в таблице истинности все наборы переменных, на которых функция принимает значения 0.
2. Для каждого выбранного набора записать элементарные дизъюнкции, содержащие без инверсии переменные, принимающие в соответствующем наборе значение 0 и с инверсией — переменные, принимающие значение 1.
3. Соединить элементарные дизъюнкции знаком конъюнкции.

4. Минимизация логических функций методом карт Вейча

	x_2	$\bar{x}_2$	
x_1	11	10	Для функций двух аргументов
$\bar{x}_1$	01	00	

Для функций трех аргументов

	x_2		$\bar{x}_2$		
x_1	110	111	101	100	
$\bar{x}_1$	010	011	001	000	
	$\bar{x}_3$		x_3	$\bar{x}_3$	

Для функций четырех аргументов

	x_2		$\bar{x}_2$		
x_1	1100	1110	1010	1000	$\bar{x}_4$
	1101	1111	1011	1001	
$\bar{x}_1$	0101	0111	0011	0001	x_4
	0100	0110	0010	0000	
	$\bar{x}_3$		x_3	$\bar{x}_3$	

Число клеток карты равно числу всех возможных наборов значений аргументов 2^n (n – число аргументов функции)

Правила получения минимальной дизъюнктивной нормальной формы (МДНФ)

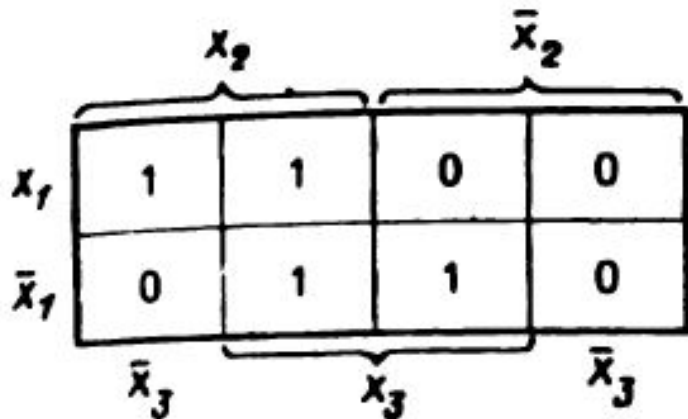
1. Все клетки, содержащие 1, объединяются в замкнутые области. При этом каждая область представляет собой прямоугольник с числом клеток 2^k , где $k = 0, 1, 2, \dots$. Допустимое число клеток в области – 1, 2, 4, 8, $\dots$.
2. Проводится запись выражения МДНФ функции.

4. Минимизация логических функций методом карт Вейча

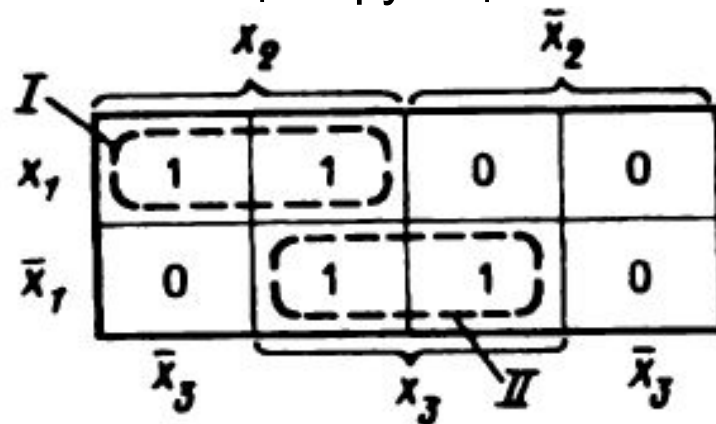
Таблица истинности для логической функции

x_1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3)$	0	1	0	1	0	0	1	1

1. Карта Вейча



2. Определение областей для минимизации функции



3. Записываем МДНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_3$.

4. Минимизация логических функций методом карт Вейча. Примеры

Записать МДНФ для функции, заданной картой Вейча

1)

1	1	2)	0
0	1	1	0
0	0	1	1
0	0	1	0

1	0	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1
1	0	1	1

3)

0	1	4)	0
0	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

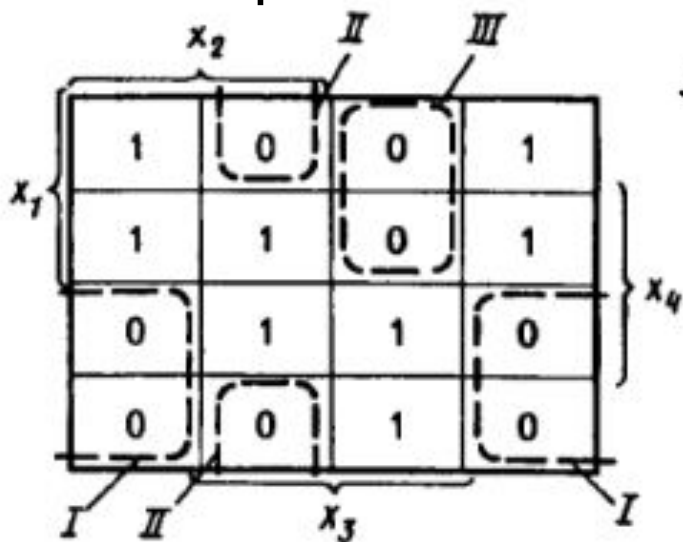
1	0	1	1
0	0	0	0
0	1	1	0
0	1	1	0

Синтез логических устройств в базисах ИЛИ-НЕ, И- НЕ

Синтез логического устройства в базисе ИЛИ-НЕ, реализующего функцию в таблице:

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1

Карта Вейча:



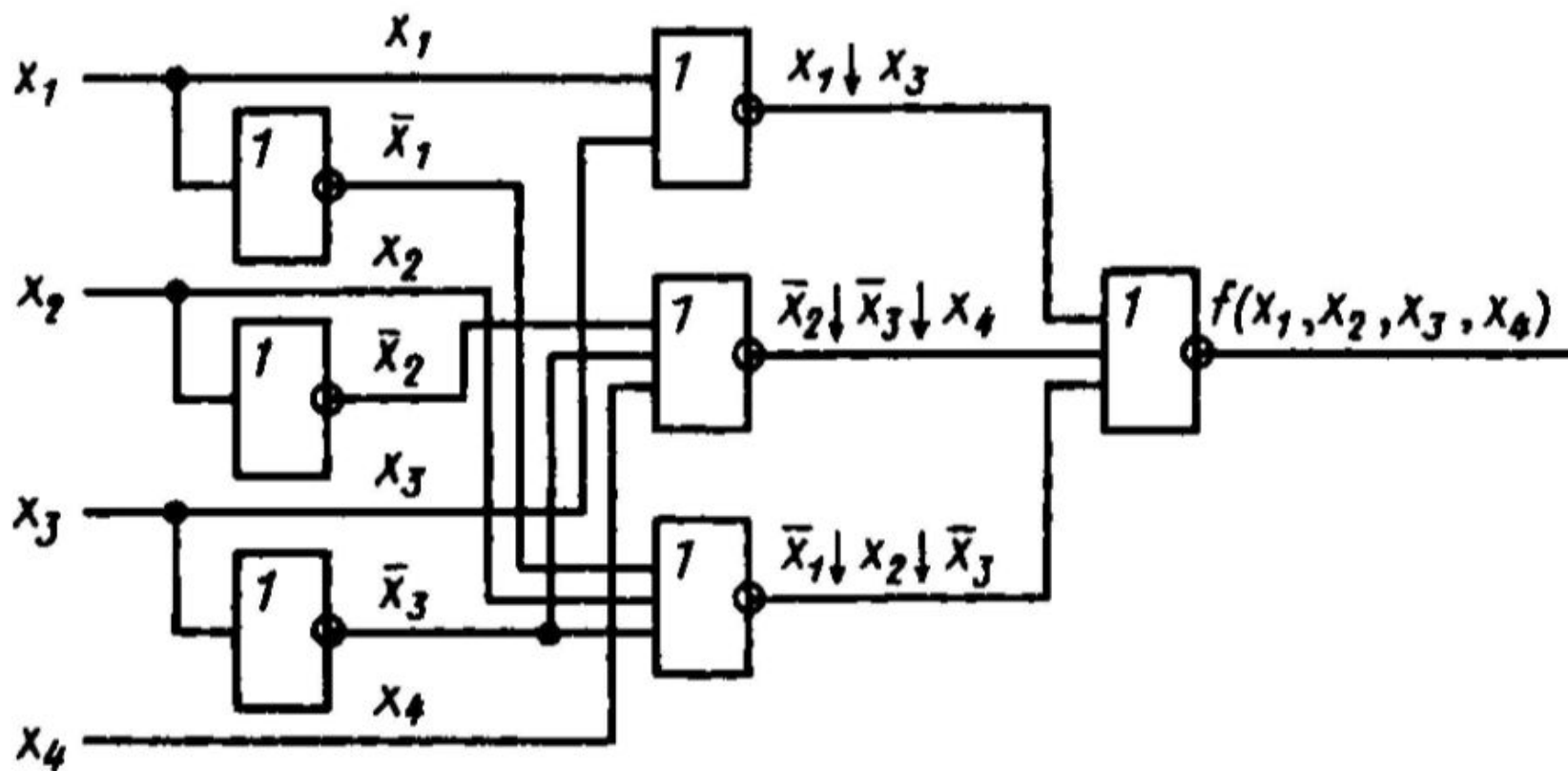
Минимальная КНФ функции:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_3) \cdot (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$$

Функция в базисе ИЛИ-НЕ

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \downarrow x_3) \downarrow (\bar{x}_2 \downarrow \bar{x}_3 \downarrow x_4) \downarrow (\bar{x}_1 \downarrow x_2 \downarrow \bar{x}_3)$$

Схема логического устройства



Синтез логического устройства в базисе И-НЕ, реализующего функцию в таблице:

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1

Карта Дэйвиса

Минимальная ДНФ функции:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot \bar{x}_3 \vee x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

Функция в базисе И-НЕ

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 | \bar{x}_3) | (x_2 | x_3 | x_4) | (\bar{x}_1 | \bar{x}_2 | x_3)$$

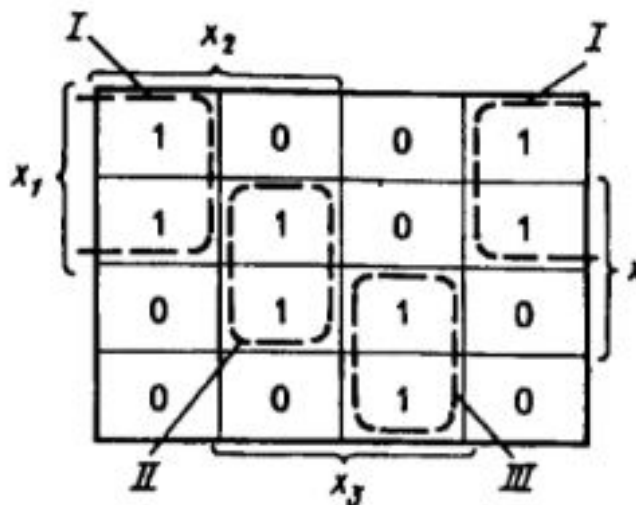
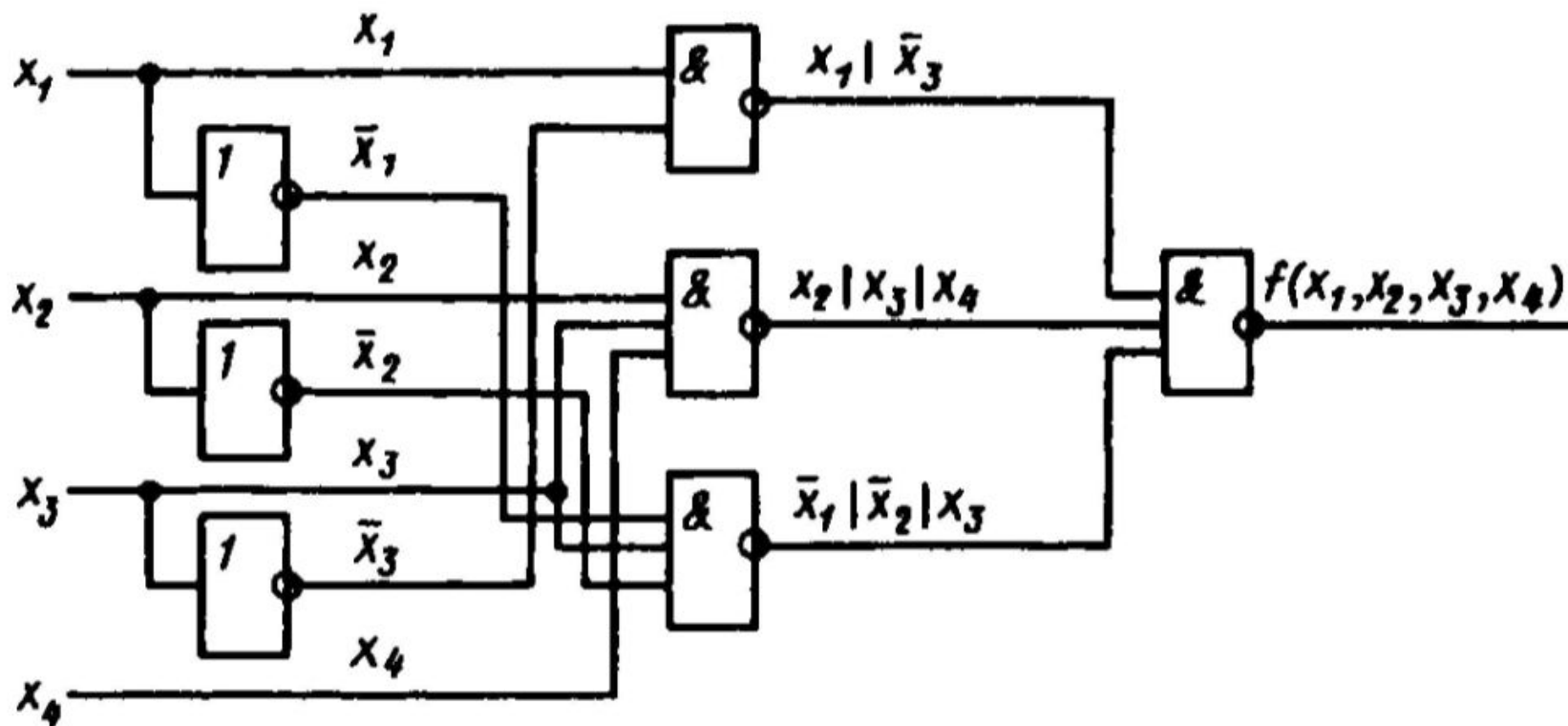


Схема логического устройства



Задание

- 1) Для функции f_1 , заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом карт Вейча. Построить структурную схему логического устройства в базисе И-НЕ
- 2) Для функции f_2 , заданной таблицей истинности, найти МКНФ методом карт Вейча. Построить структурную схему логического устройства в базисе ИЛИ-НЕ

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1