

Свойства степеней с натуральным показателем.



Повторяем.

Назовите основание и показатель степени

$$5^3; \quad 1,3^6; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^7; \quad (-15)^6;$$

$$b^{42}; \quad (-a)^7; \quad (-3\tilde{o})^5; \quad (a + \tilde{o})^3;$$

$$(a - \tilde{o})^2; \quad \left(-\frac{2}{9}d\right)^{10}.$$

Выполните возведение в степень:

$$5^3; \quad 0,3^2; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^4; \quad (-1)^8;$$

$$1,1^2; \quad -2^4; \quad (-2)^5; \quad \left(-\frac{5}{6}\right)^2;$$

$$\left(1\frac{1}{3}\right)^2; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \quad (-2)^3 \bullet 8$$

*Представъте числа в виде **квадрата** или **куба** числа:*

$$9; \quad 0,36; \quad \frac{1}{25}; \quad 0,008;$$

$$1000; \quad 64; \quad -\frac{1}{8}; \quad \frac{36}{144};$$

$$2\frac{1}{4}; \quad 216; \quad -\frac{8}{125}.$$

Вычислите:

$$3^5 + 4^3; \quad 10^2 - 3^5; \quad (17 - 9)^4; \quad (1,5 + 8)^6;$$

$$(-3)^3 - 1^{19}; \quad (-3)^7 + 6^4; \quad -3^5 + 6^4;$$

$$(1,25 - 4,25)^2; \quad (-5 + 3)^3; \quad 17,7 + 2 \bullet 3^6.$$

*Умножение степеней
с одинаковыми основаниями*

$$\begin{aligned} 5^2 \cdot 5^4 &= \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ множ.}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ множ.}} = \\ &= \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{2+4 \text{ множителя}} = 5^6 \end{aligned}$$

Умножение степеней

*Для любого числа **a** и произвольных натуральных чисел **m** и **n** верно равенство*

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Правило:

*При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют **прежним**, а показатели степеней **складывают**.*

Представъте произведение в виде степени:

$$y^5 y^3; \quad b^2 b^5; \quad 17^4 \bullet 17^0; \quad 1,8^6 \bullet 1,8;$$

$$(-3)^3 \bullet (-3)^9; \quad (-k)^7 (-k)^4; \quad m^5 m m^4;$$

$$t^2 t t^7 t; \quad 2^3 \bullet 8; \quad \frac{1}{8} \bullet 0,125.$$

Деление степеней с одинаковыми основаниями

6 множ.

$$3^8 : 3^6 = \frac{\overbrace{3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3}^{6 \text{ множ.}} \bullet \overbrace{3 \bullet 3}^{2 \text{ множ.}}}{\underbrace{3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3}_{6 \text{ множ.}}}$$

6 множ.

$$= \underbrace{3 \bullet 3}_{8 - 6 \text{ множителей}} = 3^2$$

сократим дробь

8 – 6 множителей

Деление степеней

Для любого числа $a \neq 0$ и произвольных натуральных чисел m и n , таких что $m > n$ верно равенство

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Правило:

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют **прежним**, а из показателя степени делимого **вычитают** показатель степени делителя.

Деление степеней

*Степень числа $a \neq 0$ с нулевым показателем
равна единице.*

$$a^0 = 1$$

Например: $4^0 = 1$; $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$; $(-1,74)^0 = 1$.

Выражение 0^0 не имеет смысла.

Представьте частное в виде степени:

$$x^6 : x^4; \quad b^{12} : b^{10}; \quad a^4 : a^3; \quad 1,8^6 : 1,8;$$

$$(-3)^7 : (-3)^2; \quad \frac{(-k)^7}{(-k)^4}; \quad m^5 : (mm^4);$$

$$(t^2 t)^3 : (t^7 t); \quad 2^{14} : 8; \quad \left(\frac{4}{9}\right)^2 : \frac{2}{3}.$$

Рассмотрим степень $(ab)^4$

*Назовите **основание** степени*

*Назовите **показатель** степени*

4 множителя

$(ab)^4 = ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab = (aaaa) \cdot (bbbb) = a^4 \cdot b^4$

4 множ.

4 множителя

4 множителя

*Для любых чисел **a** и **b** и произвольного натурального числа **n** верно равенство*

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Правило:

Чтобы возвести в степень произведение достаточно возвести в эту степень *каждый множитель* и результаты *перемножить*.

Свойство справедливо для степени из *произведения трех и более множителей*

Свойство справедливо для степеней с нулевым показателем (если основания отличны от нуля)

*Замените на **произведение** степень:*

$$(xy)^4; \quad (abc)^{10}; \quad (10a)^3;$$

$$\left(\frac{1}{2}d\right)^5; \quad (-3p)^2; \quad (-kz)^7;$$

$$(-0,5m)^5; \quad \left(-\frac{2}{3}xaz\right)^3.$$

Рассмотрим степень $(a^m)^n$

Назовите **основание** степени

Назовите **показатель** степени

The diagram illustrates the expansion of the power $(a^m)^n$. It starts with $(a^m)^n$ circled in green. This is equal to $a^m \cdot a^m \dots \cdot a^m$, where the product of n terms is indicated by a red bracket underneath and the text "n раз" (n times) above. This is then equal to $a^{m+m+\dots+m}$, where the sum of n terms is indicated by a red bracket above and the text "n раз" (n times) to the left. Finally, this is equal to $a^{m \cdot n}$, which is also circled in green. A large green arrow points from the first circled term to the last circled term.

$$(a^m)^n = a^m \cdot a^m \dots \cdot a^m = a^{m+m+\dots+m} = a^{m \cdot n}$$

Для **любого** числа **a** и произвольных **натуральных** чисел **n** и **m** верно равенство

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \bullet n}$$

Правило:

*При возведении степени в степень **основание** оставляют тем же, а показатели **перемножают**.*

Свойство справедливо для степеней с нулевым показателем (если основания отличны от нуля)

$$\left(120^0\right)^{13} = 120^0 = 1$$

*Выполняя задание по преобразованию
выражений, содержащих степени, ученик
допустил **ошибки**:*

$$1) 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 = 5^3;$$

$$2) (-2)^2 = -2 \bullet 2 = -4;$$

$$3) 8^2 = 16; \qquad 4) 0^0 = 1;$$

*Какие **свойства степени** не знает ученик?*

*Выполняя задание по преобразованию
выражений, содержащих степени, ученик
допустил **ошибки**:*

$$5) (3 \bullet 4)^2 = 12^2 = 24;$$

$$6) \left((-2)^2\right)^3 = -32;$$

$$7) 8^1 = 1; \qquad 8) 0^0 = 1;$$

*Какие **свойства степени** не знает ученик?*

*Выполняя задание по преобразованию
выражений, содержащих степени, ученик
допустил **ошибки**:*

$$9) 3^3 3^7 = 3^{21}; \quad 10) 5^3 5^7 = 25^{10};$$

$$11) 2^3 + 2^7 = 2^{10}; \quad 12) 3^{300} : 3^{100} = 3^3;$$

*Какие **свойства степени** не знает ученик?*

*Выполняя задание по преобразованию
выражений, содержащих степени, ученик
допустил **ошибки**:*

$$13) 3^5 3^8 = 3^{40}; \quad 14) 5^2 5^3 = 10^5;$$

$$15) 2^4 + 2^2 = 2^6; \quad 16) 3^{10} : 3^2 = 3^5;$$

*Какие **свойства степени** не знает ученик?*

*Выполняя задание по преобразованию
выражений, содержащих степени, ученик
допустил **ошибки**:*

$$17) (2a)^5 = 2a^5;$$

$$18) (x^2)^3 = x^8;$$

$$19) (a)^3 (a^2)^4 = (a^2)^7 = a^{14};$$

*Какие **свойства степени** не знает ученик?*

При каком значении k верно равенство?

$$20) 2^2 \bullet 2^k = 2^6;$$

$$21) 5^6 : 5^k = 5^2;$$

$$22) 9^2 3^k = 9^3;$$

$$23) (5^2)^k = 625;$$

Вычислите

$$24) \left(-\frac{1}{5}\right)^{17} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{15}; \quad 25) (-2)^{21} : 2^{18};$$

Сравните выражения. Ответ обоснуйте

$$26) (2b)^2 \vee 2b^2;$$

Сравните с нулем значение выражения

$$27) (-11)^9 (-11)^8 \vee 0; \quad 28) (-6)^4 (-6)^{10} \vee 0;$$

$$29) (-14)^{25} : (-14)^8 \vee 0; \quad 30) (-3)^{13} : 3^5 \vee 0;$$

$$31) -x^{20} : (-x)^6 \vee 0; \quad 32) -(-a)^2 \vee 0;$$

$$33) \left(-(-c)^2\right)^{25} \vee 0; \quad 34) -\left(-(-p)^{10}\right)^2 \vee 0.$$

Рефлексия



Я знаю...

Я могу ...

Я умею...