



Обратные тригонометрические функции

Содержание:

- 1. Обратные тригонометрические функции, свойства, графики**
- 2. Историческая справка**
- 3. Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции**
- 4. Решение уравнений**
- 5. Задания различного уровня сложности**

Из истории тригонометрических функций

- Древняя Греция. III в до н. э. Евклид, Аполоний Пергский. Отношения сторон в прямоугольном треугольнике.
- Ок. 190 до н. э Гиппарх Никейский. Возможно он первый составил таблицу хорд, аналог современных таблиц тригонометрических функций.
- Абу-аль-Ваф ввел тригонометрические функции тангенс и котангенс.
- Первая половина XV в. Аль-Каши произвел уникальные расчеты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом $1'$.
- I-II вв. индийские математики вводят понятие синуса.
- 1423-1461- австрийский математик и астроном Георг фон Пойербак был одним из первых европейских ученых, который применил понятие синуса.
- 1602-1675 французский математик, астроном и физик Жиль Роберваль построил синусоиду.
- XV в. Региомонтан ввел термин тангенс.
- 1739 г. И. Бернулли ввел современные обозначения синуса и косинуса.
- 1770 г. Георг Симон Ключель вводит новый термин тригонометрические функции.
- 1772 г. Ж. Лагранж вводит первую из шести обратных тригонометрических функций.

arcsin x

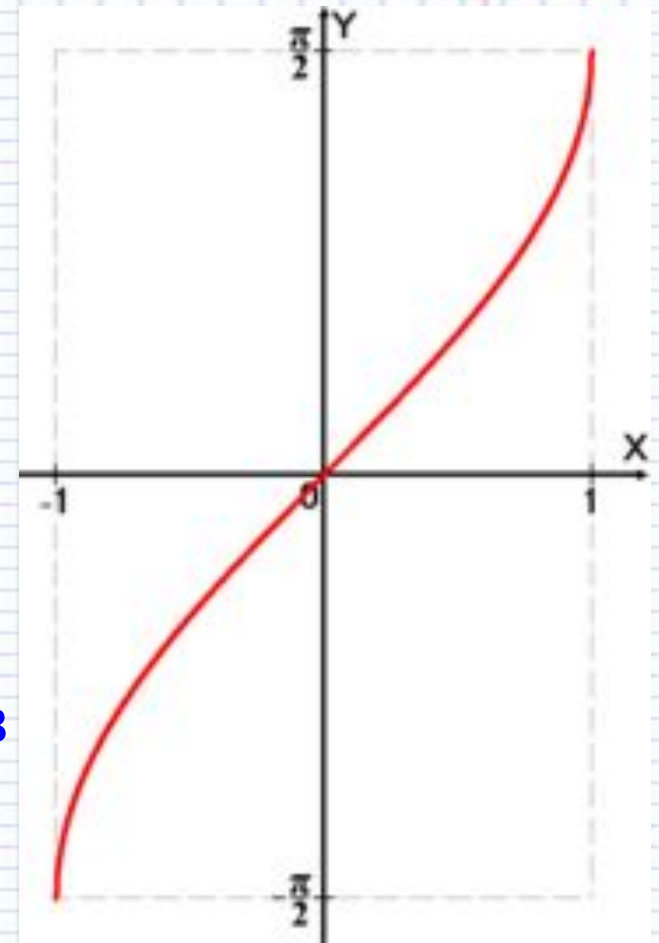
Арксинусом числа m называется такой угол x , для которого $\sin x = m$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$, $|m| \leq 1$

Функция $y = \sin x$ непрерывна и ограничена на всей своей числовой прямой. Функция $y = \arcsin x$ является строго возрастающей.

График обратной функции симметричен с графиком основной функции относительно биссектрисы I - III координатных углов.

Свойства функции $y = \arcsin x$

- 1) Область определения: отрезок $[-1; 1]$;
- 2) Область изменения: отрезок $[-\pi/2, \pi/2]$;
- 3) Функция $y = \arcsin x$ нечетная:
 $\arcsin(-x) = -\arcsin x$;
- 4) Функция $y = \arcsin x$ монотонно возрастающая;
- 5) График пересекает оси Ox , Oy в начале координат.



arccos x

Арккосинусом числа **m** называется такой
угол **x**, для которого:

$$\cos x = m$$
$$0 \leq x \leq \pi, |m| \leq 1$$

Свойства функции $y = \arccos x$.

Функция $y =$

$\arccos x$ является

строго убывающей,

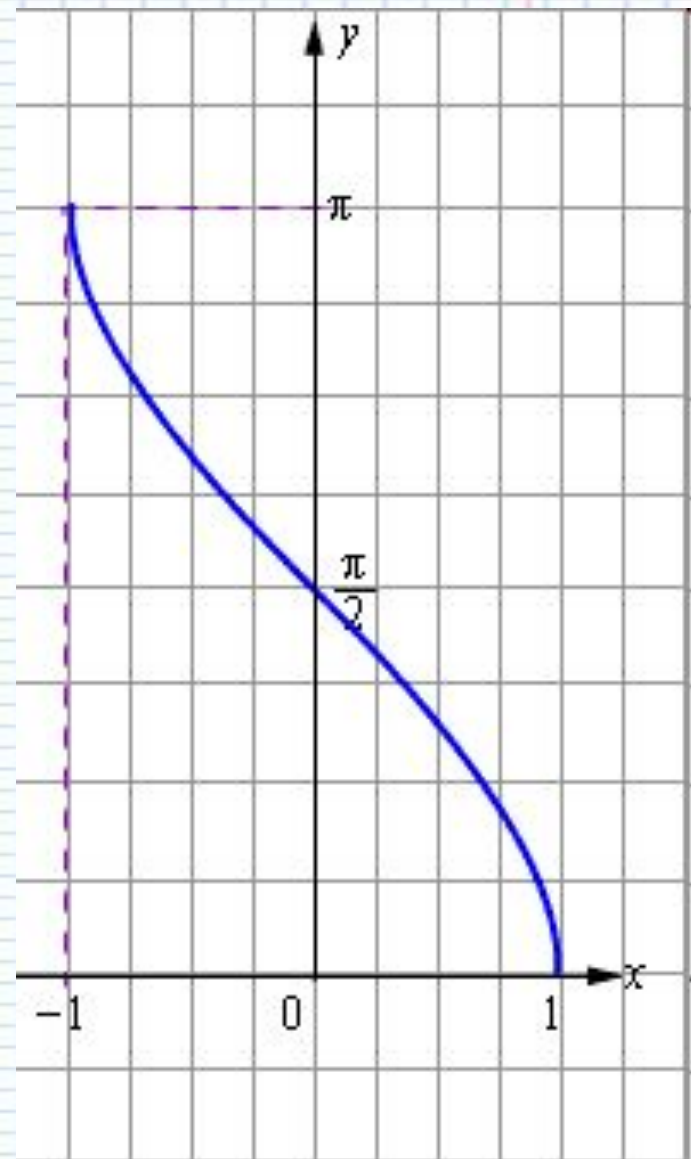
непрерывная на $[-1; 1]$, при

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$D(y) = [-1; 1]$$

$$E(y) =$$

$$[0; \pi]$$



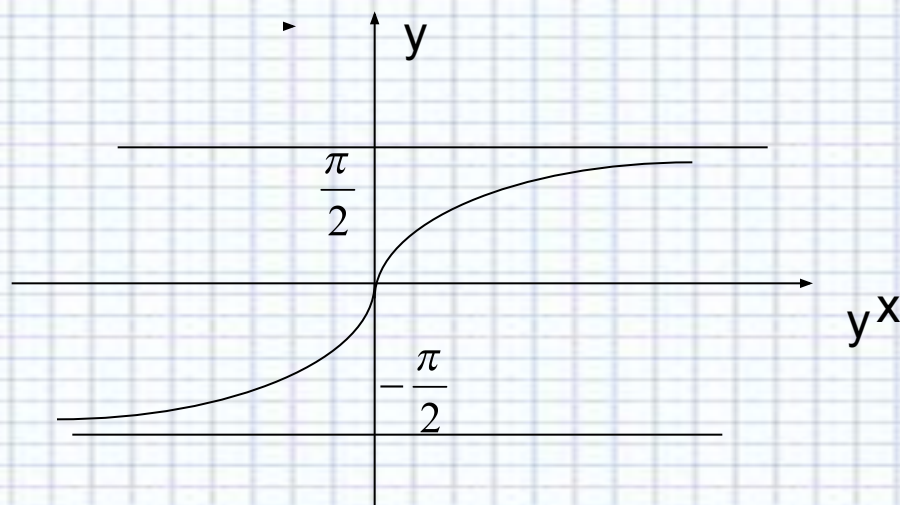
arctgx

Арктангенсом числа m называется такой угол x , для которого $\operatorname{tg} x = m$,
 $-\pi/2 < x < \pi/2$.

График функции $y = \operatorname{arctg} x$
Получается из графика
Функции $y = \operatorname{tg} x$, симметрией
Относительно прямой $y = x$.

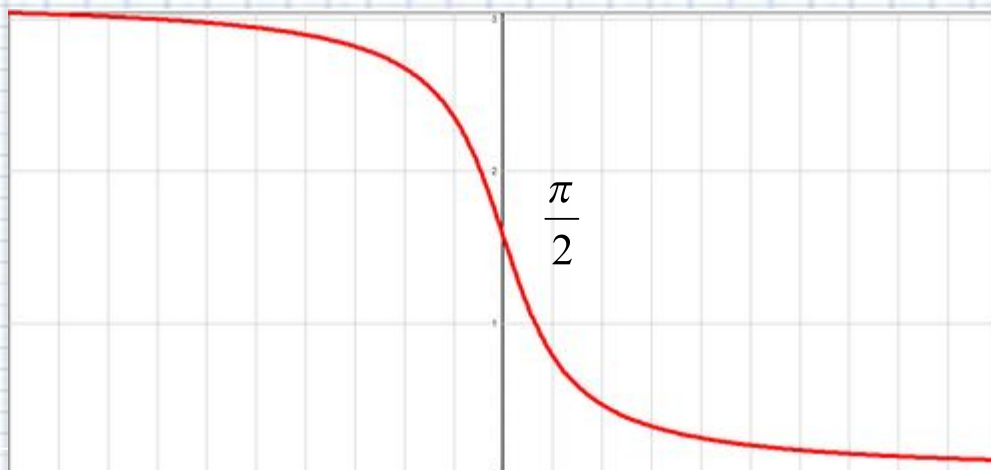
$y = \arctg x$

- 1) Область определения: $\mathbb{R}$
- 2) Область значения: отрезок $[-\pi/2, \pi/2]$;
- 3) Функция $y = \arctg x$ нечетная: $\arctg (-x) = -\arctg x$;
- 4) Функция $y = \arctg x$ монотонно возрастающая;
- 5) График пересекает оси Ox , Oy в начале координат.



arctgx

Арккотангенсом числа m называется такой угол x , для которого $\text{ctgx}=a$, $0 < x < \pi$



arctgx

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x, \text{ при}$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

Таблицы значений обратных тригонометрических функций

В следующей таблице приведены значения
функций **арксинуса** и **арккосинуса** для некоторых значений
углов:

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos x$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

В следующей таблице приведены значения
 функций
арктангенса и арккотангенса
 для некоторых значений углов:

x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} x$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} x$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$