



ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ
И АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

10 класс

Ключевые слова

- таблицы истинности
- логическая функция
- равносильные (эквивалентные)
логические выражения



Таблица истинности



Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют **таблицей истинности логического выражения**.

Таблицы истинности логических операций

A	$\bar{A}$	A	B	$A \& B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$
0	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
		1	0	0	1	0	1	0
		1	1	1	1	1	0	1



Функцию от n переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения – 0 и 1, называют **логической функцией**.

Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.

Построение таблиц истинности

Определить количество строк таблицы $m = 2^n$, где n - количество переменных в логическом выражении

Определить число столбцов таблицы - сумма количества логических переменных и операций в выражении

Установить последовательность выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов операций

Заполнить строку с заголовками столбцов таблицы истинности (имена переменных, номера операций)

Выписать наборы входных переменных (ряд целых n -разрядных двоичных чисел от 0 до $2^n - 1$)

Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции

Пример построения таблицы истинности

Построим таблицу истинности для логического выражения

A	B	1	2	3	4	5
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1



Запретить брадобритие, как бы ни хотелось, не
будет, это не касается ни коня, ни ребёнка, но
какой-то раз в жизни придётся хитрить, а
поэтому и сдаться.

Эквивалентные выражения

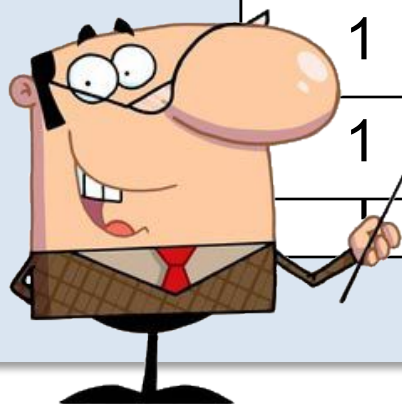


Логические выражения, зависящие от одних и тех же логических переменных, называются **равносильными** или **эквивалентными**, если для всех наборов входящих в них переменных значения выражений в таблицах истинности совпадают.



A	B	$A \rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Ответ



С помощью таблиц истинности докажите равносильность выражений $A \rightarrow B$ и $\bar{A} \vee B$.

Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции $F(A, B, C)$. Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а) $(A \vee C) \& B$ ✓

б) $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$ ✗

в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$ ✗

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$ ✓

Таблица

Таблица

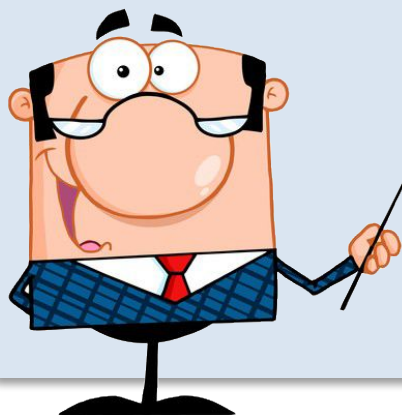
Таблица

Таблица

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Ответ: 2 (а, г)

Ответить на поставленный вопрос можно, вычислив значение каждого логического выражения на заданном наборе переменных и сравнив его с имеющимся значением F . Вычисления будем производить построчно.



Ответ

Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции $F(A, B, C)$. Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а) $(A \vee C) \& B$ ✓

б) $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

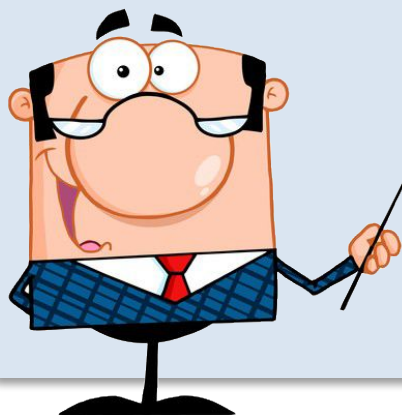
в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

а) $(A \vee C) \& B$

A	B	C	1	2	F
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1



Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции $F(A, B, C)$. Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а) $(A \vee C) \& B$

б) $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$ **✗**

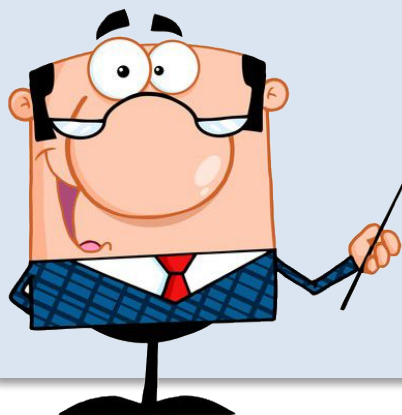
в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

1 3 2
б) $(A \vee B) \wedge (C \rightarrow A)$

A	B	C	1	2	3	F
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0				1
1	1	1				1



Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции $F(A, B, C)$. Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а) $(A \vee C) \& B$

б) $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

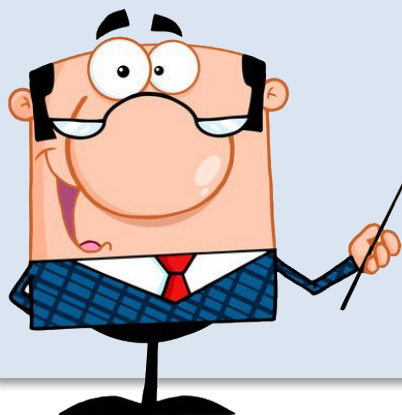
в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$ **✗**

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

A	B	C	1	2	3	4	5	F
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0						1
1	1	1						1



Анализ таблиц истинности



№ 1. Известен фрагмент таблицы истинности для логической функции $F(A, B, C)$. Сколько из приведённых ниже логических выражений соответствуют этому фрагменту?

а) $(A \vee C) \& B$

б) $(A \vee B) \& (C \rightarrow A)$

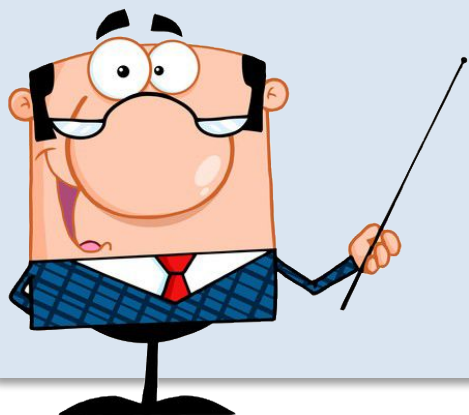
в) $(A \& B \vee C) \& (B \rightarrow A \& C)$

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$ ✓

A	B	C	F
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

г) $(A \rightarrow B) \vee (C \vee A \rightarrow B)$

A	B	C	1	2	3	4	F
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1



Анализ таблиц истинности



№ 2. Дана логическая функция:

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& (x \vee y).$$

Справа приведён фрагмент таблицы истинности, содержащий все наборы переменных, на которых F истинна. Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных.

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

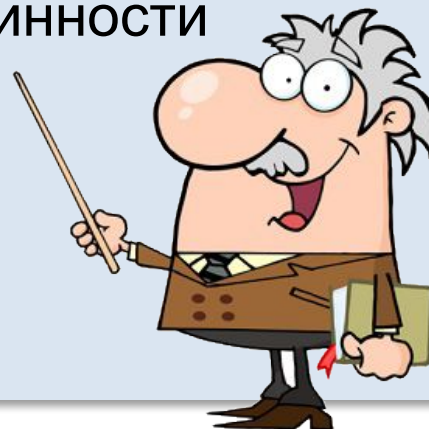
Существуют разные подходы к решению подобных задач:

1) построение полной таблицы истинности

Решение

2) методом рассуждений

Решение



Ответ

Анализ таблиц истинности



№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& (\bar{x} \vee y)$$

Решение:

Сколько строк в полной таблице истинности для данной функции?

Данная функция зависит от 3 логических переменных. Полная таблица истинности для нее должна состоять из 8 (2^3) строк.

При каких наборах переменных x, y, z функция $F(x, y, z) = 0$?

Наборы переменных, на которых функция ложна - 001, 101 и 110.

?	?	?	F
0	0	0	$2 = 0_{10}$
0	1	0	$2 = 2_{10}$
0	1	1	$2 = 3_{10}$
1	0	0	$2 = 4_{10}$
1	1	1	$2 = 7_{10}$
0	0	1	$2 = 1_{10}$
1	0	1	$2 = 5_{10}$
1	1	0	$2 = 6_{10}$



Анализ таблиц истинности



№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \overline{y} \vee \overline{z}) \& \overline{(x \vee y)} = 0$$

Решение:

Выясним, при каких значениях x, y, z функция $F(x, y, z) = 0$.

Сравним эту таблицу с восстановленным конъюнкцией («и») ложна, если хотя бы один из операндов равен нулю. фрагментом исходной таблицы истинности.

	x	y	z	F
$(x \vee \overline{y} \vee \overline{z})$	0	1	1	0
$\overline{(x \vee y)}$	1	0	0	0
	1	0	1	0

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

0	0	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0



Ответ: z, y, x



Анализ таблиц истинности

№ 2.

$$F(x, y, z) = (x \vee \overline{y} \vee \overline{z}) \& \overline{(x \vee y)} = 1$$

Решение:

В данном примере два логических выражения связаны операцией «и».

Конъюнкция («и») истинна тогда и только тогда, когда каждый из операндов входящих в нее, равен истине.

$(\overline{x} \vee y) = 1$ • x не 2-я переменная

0 или 1 • x не 1-я переменная

Тогда в строках, где $x = 1$ значение $y = 1$.

- y - 2-я переменная
- z - 1-я переменная

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1

x не может быть

y – не может быть
1-й переменной

1-й переменной

Ответ: z, y, x



Самое главное

Таблицу значений, которые принимает логическое выражение при всех сочетаниях значений (наборах) входящих в него переменных, называют **таблицей истинности логического выражения**.

Истинность логического выражения можно доказать путём построения его таблицы истинности.

Функцию от n переменных, аргументы которой и сама функция принимают только два значения – 0 и 1, называют **логической функцией**.

Таблица истинности может рассматриваться как способ задания логической функции.



Вопросы и задания



№ 3. Проверьте правильность решения задания №2. Для этого составьте таблицу истинности.

$$F(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \& \bar{(x \vee y)}.$$

z	y	x	F
0	0	0	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1