

**Предмет физика.
Измерение
физических величин.
Погрешности.**









Измерение величин

КОМИССИЯ О МѢРАХЪ И ВѢСАХЪ 1736 г.



УКАЗЪ ЕГО ВЕЛИЧЕСТВА
ИМПЕРАТОРА И САМОДЕРЖЦА ВСЕРОССИЙСКОГО

Объявляется во всенародное извѣстіе.



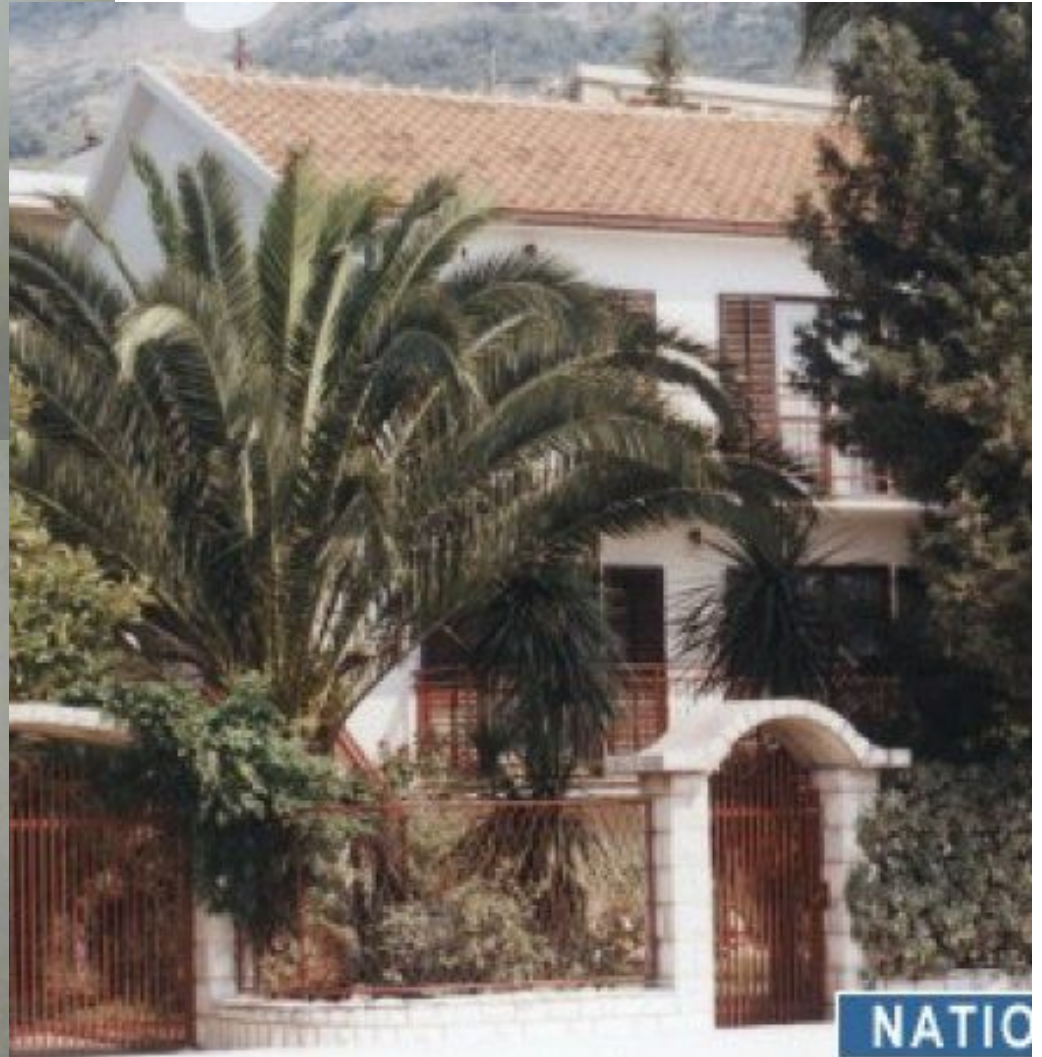
ПО ЕГО ИМПЕРАТОРСКОГО ВЕЛИЧЕСТВА УКАЗУ, СОСТОЯВШЕ-
МУСЯ ВЪ ПРАВИТЕЛЬСТВУЮЩЕМЪ СЕНАТѢ, ДЕКАБРЯ 24.
ДНЯ, МІНУВШАГО 1724 ГОДУ, ПО ДОНОШЕНІЮ КАМОРЪ
КОЛЕГІИ И ГЛАВНОМУ ПОЛЦІЕМАЙСТЕРСКОМУ КАМЦЕЛЯРІИ, И
ГЛАВНОМУ МАГІСТРАТУ, ВЕДѢНО ВО ВСѢХЪ ГУБЕРНІЯХЪ И
ПРОВІНЦІЯХЪ, ГОРОДѢХЪ И МѢСТАХЪ МУКУ, ЯРПУ, СОЛОДЪ,
ПОЛОКНО, И ВСЯКОИ МОЛОТОИ И ПОЛЧЕМОИ ВСЯКОГО ЗВАНІА
КЛѢБЪ ПРОДАВАТЬ ВЪ ВѢСѢ А НЕ НА МѢРУ, ПО ЧЕМУ ПУДЪ НАДЛЕ-
ЖИТЪ УМѢРЕННЫМИ ЦѢНАМИ И ВЪЗОРЛЕННЫМЪ ВѢСЫ. И ТОГО
МОТРИТЬ ВЪ ТАМОЖНЯХЪ, И ВЪ ПРОВІНЦІЯХЪ МАГІСТРАТОМЪ
КОСЛОВНО, ДЛЯ ТОГО ВЪ МѢРАХЪ А НЕ ИНАЧЕ ВЪ МОЛОТЫ
ЧЕЖДУ КРУПНОИ И МѢЛОКИ МУКИ ПРОТІВЪ ВѢСУ НЕМАЛОЕ
ЗЫВАНІЕ РАЗЛІЧІЕ И ОБМАНЪ. И ТОГО РАДИ СІМЪ ЕГО
ИМПЕРАТОРСКОГО ВЕЛИЧЕСТВА УКАЗЪ ПУБЛИКУЕТСЯ ВО ВСЕ-
РОДНОЕ ИЗВѢСТІЕ, ЧТОБЪ О ТОМЪ ВСЯКОГО ЧІНА ЛЮДІ
ІЗДАЛИ, И ЧІНИЛИ ПО ВЫШЕПИСАННОМУ НЕПРЕРЫВНО



Печатанъ въ САНКТЪПІТЕРБУРХѢ при СЕНАТѢ,
ГЕНВАРЯ 16 ДНЯ, 1725 ГОДУ.

«Наука начинается... с тех пор, как
начинают измерять»

Измерение величин





Определить
цену деления
устройства
или прибора

$$C = \frac{10 - 5}{5} = \frac{5}{5} = 1(B)$$





Прямые измерения



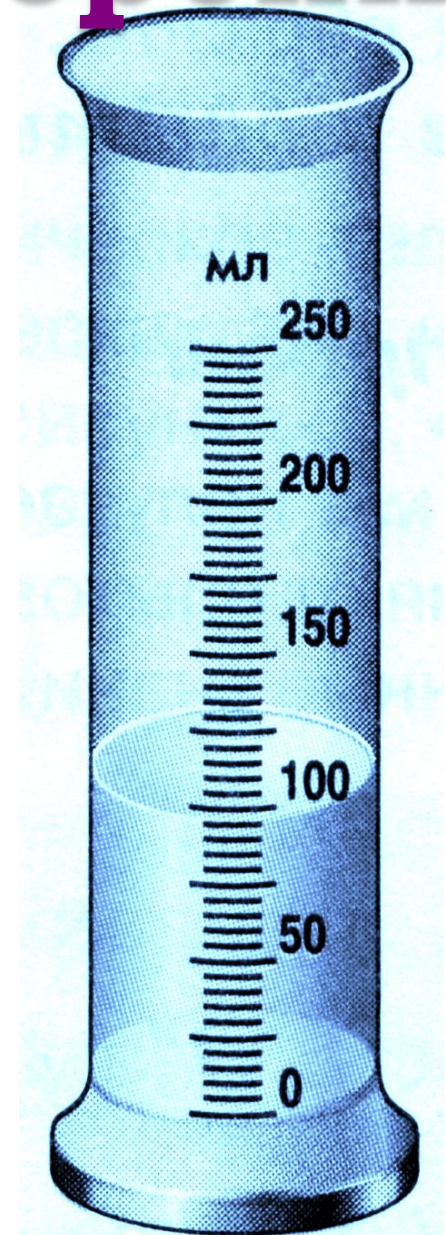
Прямыми называют такие измерения, результат которых получают непосредственно с помощью меры или измерительного прибора.

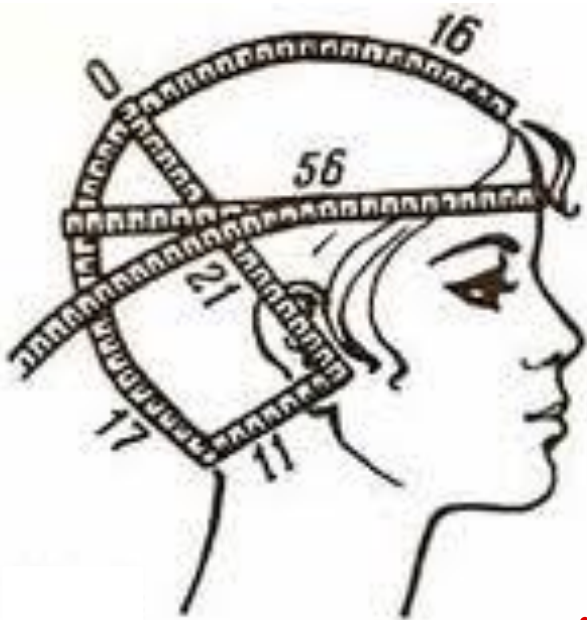
Прямые измерения

массы тела — на весах;

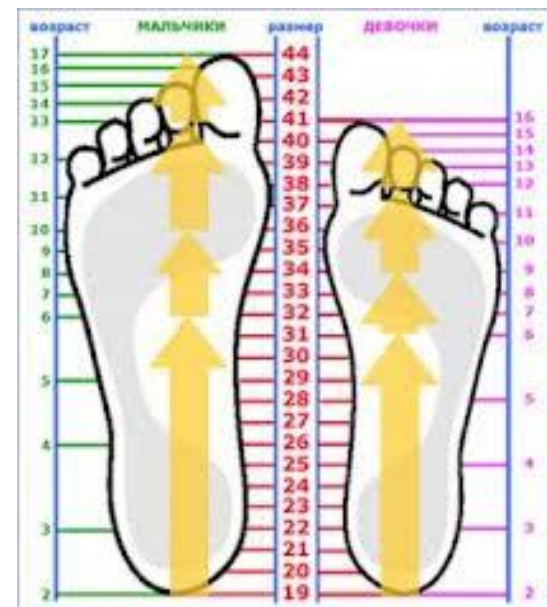


Объём жидкости и
твёрдого тела — мензуркой;



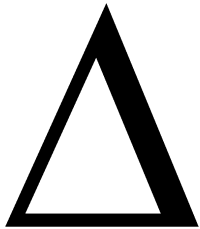


Прямые измерения
могут быть
однократными
и
многократными.



Погрешность

допускаемую при измерении неточность
называют *погрешностью измерений*



абсолютная



относительная

прямых
измерений

косвенных
измерений

случайная

Абсолютная погрешность

Вычисление погрешности прямых измерений

$$\Delta = \Delta_{\text{инструмента}} + \Delta_{\text{отсчёта}}$$

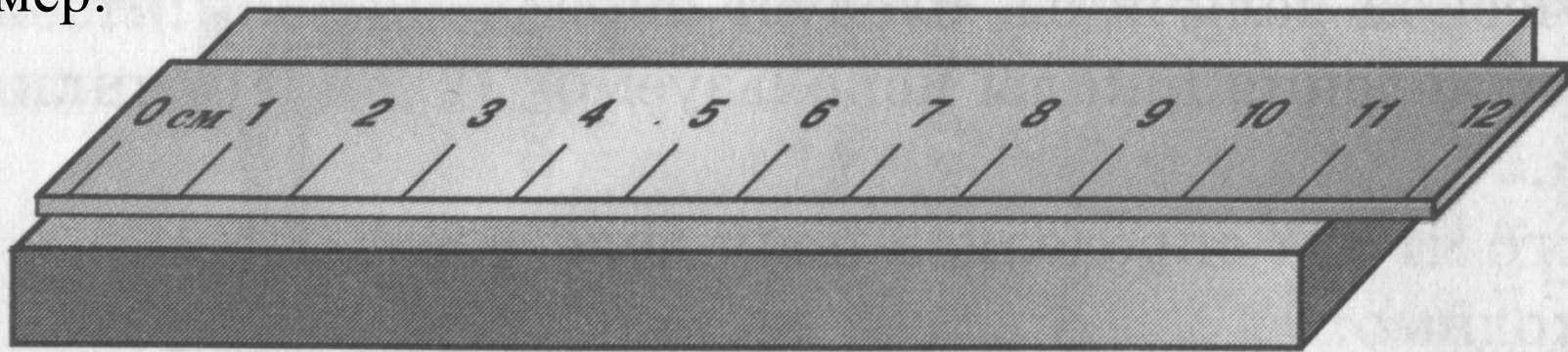
$$\Delta_{\text{инструмента}} = C$$

$$\Delta_{\text{отсчёта}} = \frac{C}{2}$$

$$\Delta = C + \frac{C}{2} = 1,5C$$

Погрешность
инструмента
не может быть
больше
цены деления
измерительного
прибора

Пример:



$$\Delta = \Delta_{\text{инструмента}} + \Delta_{\text{отсчёта}}$$

$$\Delta_{\text{инструмента}} = C$$

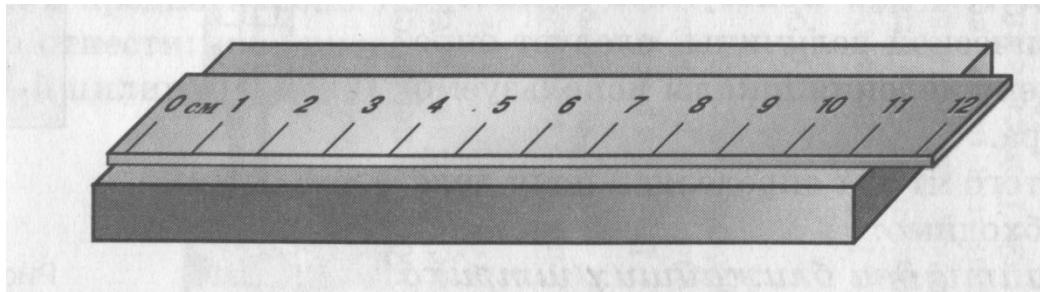
$$\Delta_{\text{отсчёта}} = 0,5C$$

$$\Delta = C + \frac{C}{2} = 1 + 0,5 = 1,5(\text{см})$$

Запись величины с учётом погрешности

a - приближённое значение измерений

$$A = a \pm \Delta a$$



$$l = l_{np} \pm \Delta l \qquad \Delta l = 1 \text{ см}$$

$$l = 11 \text{ см} \pm 1 \text{ см}$$

Правила округления результатов и погрешностей

Погрешность округляют до первой значащей цифры:

$$\Delta A = 0,0247 \approx 0,02$$

Результат округляют до цифры с которой начинается погрешность:

$$A = (5,235867 \pm 0,0247)$$

$$A \approx (5,24 \pm 0,02)$$



Задание

Измерьте длину бруска.

Запишите результаты с учётом погрешности

Алгоритм

1. Определить цену деления прибора;
2. Рассчитать погрешность прибора;
3. Рассчитать погрешность измерения;
4. Рассчитать абсолютную погрешность;
5. Провести приближённые измерения;
6. Записать величину с учётом погрешности.



Если проводить измерения этими сантиметровыми лентами, то которой из них измерения будут проведены более точные?

Точность измерений

$$C = \frac{20 - 10}{10} = 1(\text{см})$$

$$C = \frac{3 - 2}{10} = \frac{1}{10} = 0,1(\text{см})$$

$$C = \frac{123 - 122}{2} = \frac{1}{2} = 0,5(\text{см})$$

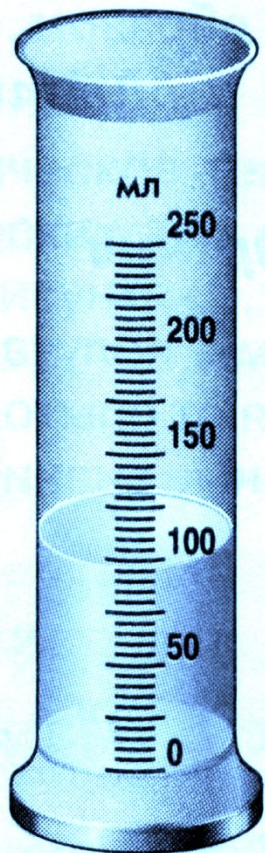
$\Delta_{\text{жёлтой}} = 1\text{см}$

$\Delta_{\text{розовой}} = 0,1\text{см}$

$\Delta_{\text{коричневой}} = 0,5(\text{см})$

*Критерий
качества измерения*

***Чем меньше цена
деления прибора,
тем больше
точность
измерения!***



$$C = \frac{200 - 150}{10} = \frac{50}{10} = 5(\text{мл})$$

$$\Delta = \Delta_{\text{инструмента}} + \Delta_{\text{отсчёта}}$$

$$\Delta_{\text{инструмента}} = 5$$

$$\Delta_{\text{отсчёта}} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\Delta = C + \frac{C}{2} = 7,5(\text{мл})$$

$$V_{\text{пр}} = 100\text{см}^3$$

$$\Delta V = 5\text{мл} = 5\text{см}^3$$

$$V = 100\text{см}^3 \pm 7,5\text{см}^3$$



Определите
погрешность измерения
термометра.
Запишите показание
термометра с учётом
погрешности.



ТБ-1Б

Определите
погрешность
измерения
медицинского
термометра.
Запишите
показание
градусника с
учётом
погрешности.

Погрешность электроизмерительных приборов

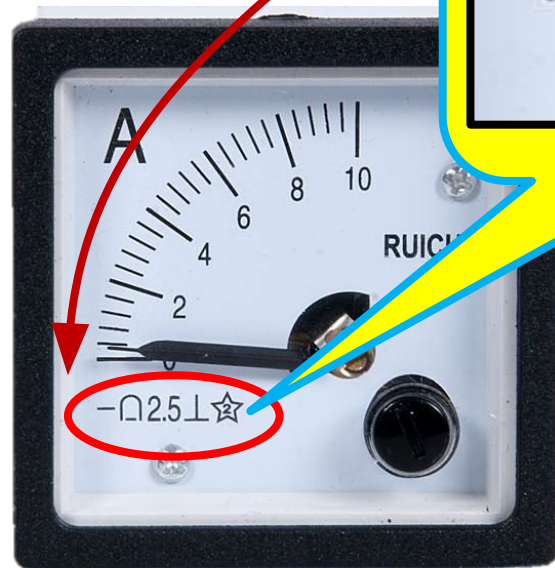
задаётся **классом точности γ**
и **пределом
измерения прибора - M**



-02.5 ⊥ ☆₂

-1,5 ⊥

$$\Delta A = \frac{M \cdot \gamma}{100}$$



Классы точности

Класс точности бывает:

0,5; 1,0; 1,5;
2,0; 2,5; 4

Чем меньше число,
тем выше точность!

😊 класс точности
школьных приборов – 4



Погрешность цифровых приборов

Погрешность цифровых приборов рассматривается через **класс точности**.

НЕТ
погрешности отсчёта!

Для быстрого (и не плохого) учёта погрешности можно считать, что приборная погрешность равна цене деления прибора.



В данном случае,

единице в последнем разряде шкалы прибора.



Погрешность времени

Современные секундомеры, встроенные в часы и телефоны измеряют время с точностью до тысячных долей секунды.

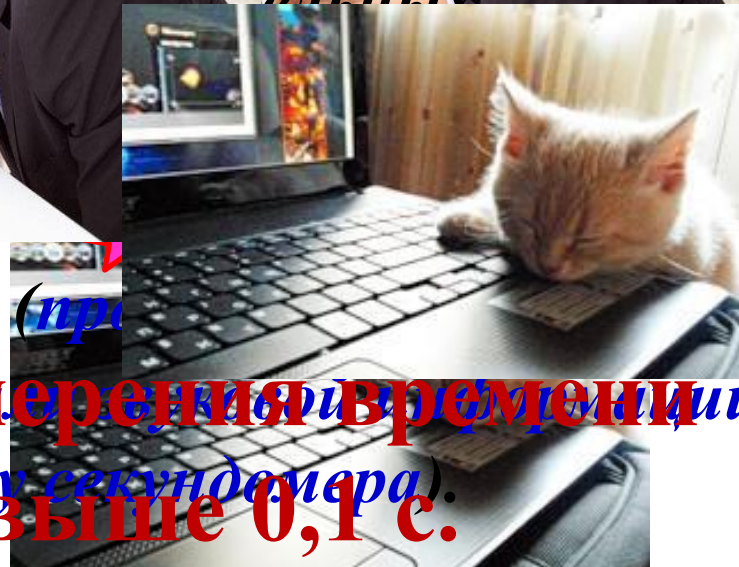
Но из этого **не следует, что именно такова реальная точность измерений.**

Дело в том, оно не проводится электронными приборами или магнитных датчиками.

время реакции человека (при

каждом измерении откликается человек и нажатием на кнопку секундомера).

Реально погрешность измерения времени любым секундомером не выше 0,1 с.



Вопросы

1. Как понимать выражение «измерить длину с точностью до 1 мм?»
2. Можно ли линейкой, имеющей только сантиметровые деления, измерить длину с точностью до 1 мм?
3. Какова связь точности измерений с ценой деления шкалы прибора?
4. Какова погрешность школьного вольтметра с пределом измерения 6 В и школьного амперметра с пределом измерения 2 А?



Относительная погрешность

Определение: относительной погрешностью измерения называется отношение абсолютной погрешности измерения к модулю приближённого значения величины, выраженное в процентах

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{|a_{np}|} \cdot 100\%$$

Пример: Измерим длину стола рулеткой.

$$X = X_{np} \pm \Delta X$$

Абсолютная погрешность $\Delta X = 0,5\text{см}$

Результат получили следующий $120,0\text{см} \pm 0,5\text{см}$

Относительная погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{|X_{np}|} \cdot 100\% \quad \varepsilon = \frac{0,5}{120,0} \cdot 100\% \approx 0,4\%$$

Пример: Измерим длину стержня ученической чертёжной линейкой

$$l = l_{np} \pm \Delta l$$

Результат получили следующий $12,5\text{мм} \pm 1,5\text{мм}$

Абсолютная погрешность $\Delta l = 1,5\text{мм}$

Приближённое значение величины $l_{np} = 12,5\text{мм}$

Относительная погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{|l_{np}|} \cdot 100\% \quad \varepsilon = \frac{1,5}{12,5} \cdot 100\% = 12\%$$



Вопросы

1. Как используя линейку измерить объем?

$$V = abc$$

2. Как используя линейку измерить скорость?

$$v = \frac{s}{t}$$

3. Как используя линейку измерить плотность?

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Погрешность косвенных измерений

Косвенные измерения – измерения, при которых невозможно прямое сравнение измеряемой величины с эталоном, но есть однозначная функциональная зависимость измеряемой величины от других величин, измеряемых прямо.

$$A=f(B,C,D\dots)$$

Относительная погрешность

Для вычисления погрешности косвенных измерений необходимо сначала найти относительную погрешность.

Для разных функциональных зависимостей вычисляемой величины от измеряемых относительную погрешность находят по разному.

Пусть измеряемая величина A зависит от реально измеряемых прямо величин как:

$$A = B^m C^n D^k$$

Тогда, для большинства случаев относительная погрешность:

$$\varepsilon = \sqrt{m\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + n\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + k\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}$$

Абсолютная погрешность

По относительной погрешности косвенных измерений находят абсолютную

$$\Delta A = \varepsilon_A \cdot A$$

Можно рассчитать относительную погрешность косвенного измерения упрощенно используя таблицу

Вид функции	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
$A = a + b$	$\Delta A = \Delta a + \Delta b$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$
$A = a - b$	$\Delta A = \Delta a + \Delta b$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$
$A = ab$	$\Delta A = a\Delta b \pm b\Delta a$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
$A = a^n$	$\Delta A = na^{n-1}\Delta a$	$\frac{\Delta A}{A} = n \frac{\Delta a}{a}$
$A = \sqrt[n]{a}$	$\Delta A = \frac{\Delta a}{nA^{n-1}}$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{n} \frac{\Delta a}{a}$
$A = \frac{a}{b}$	$\Delta A = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{b^2}$	$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

Примеры

1. Вычислим погрешность скорости:

$$v = \frac{S}{t}$$

$$\varepsilon_v = \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

$$\Delta v = \varepsilon_v \cdot v$$

2. Вычислим погрешность ускорения:

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}$$

$$\varepsilon_a = \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

(обратить внимание на цифру 2 – степень времени в формуле ускорения)

$$\Delta a = \varepsilon_a \cdot a$$

3. Вычислим погрешность кинетической энергии:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\frac{S}{t})^2}{2}$$

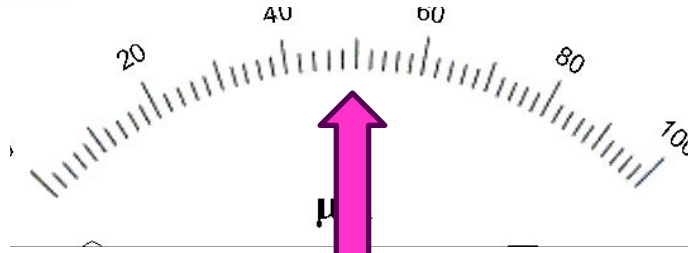
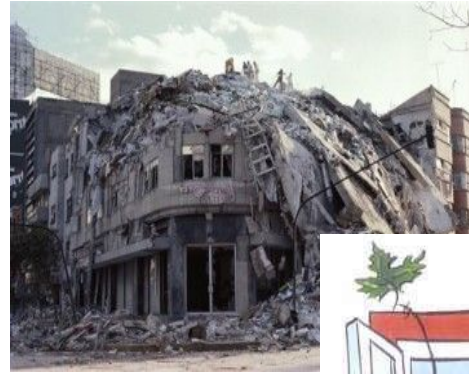
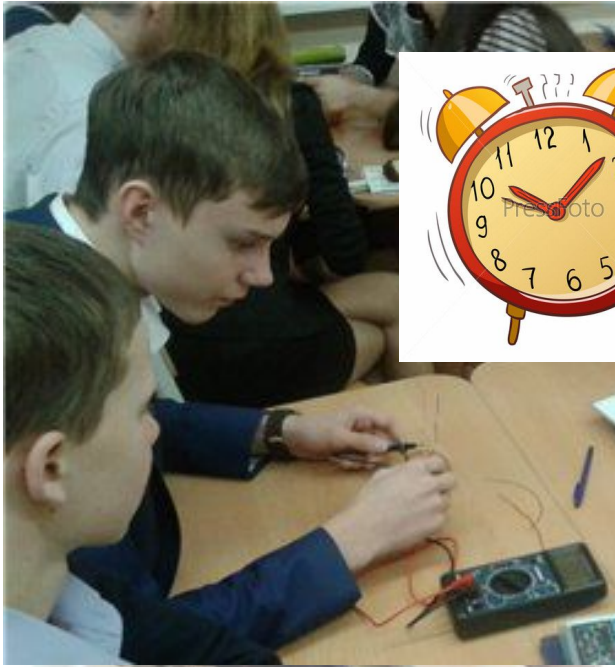
$$\varepsilon_E = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

(обратить внимание на то, что скорость необходимо сначала представить в виде прямо измеряемых величин и на цифру 2 – степень перемещения и времени в формуле кинетической энергии)

$$\Delta E = \varepsilon_E \cdot E$$



Случайная погрешность



Учёт случайной погрешности

Случайная погрешность-погрешность, возникающая в результате действия случайных (чаще всего не известных) факторов.

Особенность воздействия:

- случайность во времени
- случайность по величине
- случайность по направлению.

То есть один и тот же фактор может отбросить результат измерения на неопределённую величину как в «+», так и в «-». Эта особенность позволяет бороться с данной погрешностью даже не зная истинных её источников.

Метод устранения

- многократное проведение эксперимента с последующим усреднением результата.

*Случайная погрешность, отбрасывая результат в разные стороны начинает самоуничтожаться. Может показаться, что таким образом можно вообще избавиться от случайной погрешности, но это не верно. В частности, **для этого потребуется бесконечное число измерений.***

Для учёта оставшейся случайной погрешности применяют целый ряд достаточно сложный вычислений. (см. список литературы).

Проводить многократные измерения с последующим усреднением результата допустимо только для воспроизводимого эксперимента, т.е. эксперимента, начальные условия которого можно повторить точно.

Алгоритм нахождения случайной погрешности

1. Измерить величину A n раз, получая результаты $a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_n$
2. Наилучшее приближение измеряемой величины $\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$
 A – среднее статистическое результатов измерений:
3. Погрешность каждого конкретного измерения: $(A - \bar{a})$

$$S_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)}} \quad \text{среднее значение случайной погрешности}$$

Поскольку данное значение является средним, для гарантированного попадания каждого следующего измерения в интервал погрешности, величину S_0 надо умножить на специально вычисляемый коэффициент – **коэффициент Стьюдента**. Упрощённый вариант действий (без поиска коэффициента Стьюдента): **принять его = 3**. Тогда для 10 – кратного измерения одной величины вероятность попадания следующего измерения в интервал погрешности - 99%, что неплохо 😊

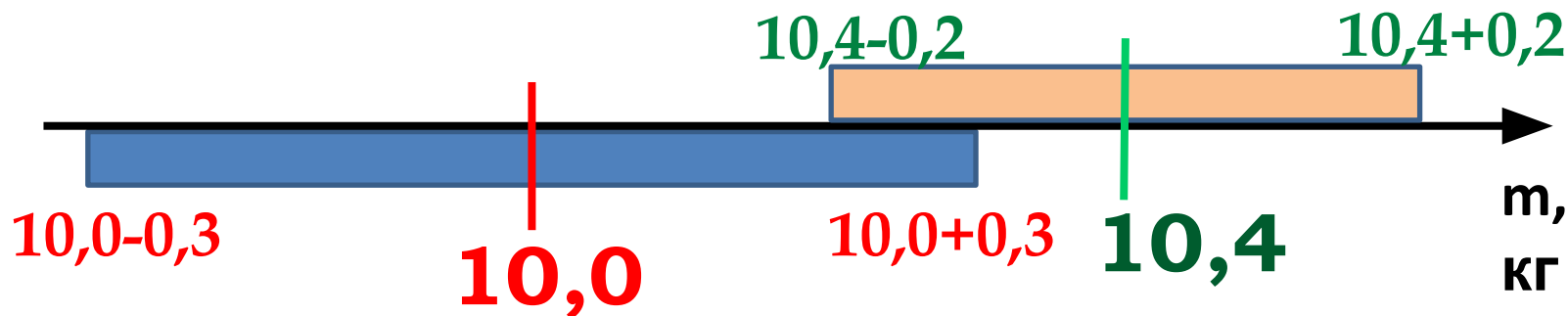
4. Записать результат эксперимента: $A = \bar{a} \pm 3S_0$

Графические методы отображения погрешностей

Часто при проведении лабораторного исследования приходится сравнивать различные величины. Это могут быть два или более результата эксперимента или сравнение полученной величины с табличной. Наиболее наглядно такое сравнение провести с помощью **линейки сравнения**.

Для этого создаётся координатная ось с размерностью измеряемой величины и на неё в масштабе наносятся сравниваемые величины с их погрешностями.

При этом, если интервалы погрешностей перекрываются, то величины можно считать равными, если нет – то нет.



График

установление зависимости
между исследуемыми величинами.

Построение графика в программе VS Excel (или подобные ей программы—электронные таблицы из других офисных пакетов)

1. На график наносятся точки измеренных значений
2. Выводят интервалы погрешностей по соответствующим осям.
3. Полезно построить **линию тренда**. Она проводится программой автоматически и наилучшим образом описывает зависимость между данными величинами.

Примером правильно построенного графика может служить график, приведённый на следующем слайде (зависимости температуры жидкости от времени).

При построении графика в MS Excel после ввода данных эксперимента в таблицу, нужно выделить оба столбца таблицы и выбрать построение не графика, а **точечной диаграммы**.

В противном случае построится зависимость не «второго столбца» от «первого», а две зависимости столбцов от номера ячейки.

Пример

Зависимость температуры воды массой 100г от времени в стандартном калориметре

