

ТЕМА: 5

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средняя величина

ЭТО

обобщающий показатель,
характеризующий уровень или размер
варьирующего признака в расчёте
на единицу однородной совокупности
в конкретных условиях места и времени.

1. Средняя величина должна исчисляться лишь для совокупности, состоящих из Однородных единиц

4. Среднюю величину целесообразно исчислять не для отдельных единичных фактов, взятых изолировано друг от друга, а для совокупности фактов.

Условия правильного применения средней величины

2. Если совокупность не однородной, то необходимо разделять ее на однородные группы и вычислять для них групповые типичные средние, характеризующие каждую из этих групп, и в этом проявляется связь между методом группировок и средних величин.

3. Средняя величина сглаживает индивидуальные значения изучаемого признака и тем самым может элиминировать различные тенденции в развитии, скрыть передовое и отстающее, по этому Креме средней величины следует исчислять и другие показатели.

ВИДЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Степенные средние величины

средняя арифметическая величина простой и взвешенной.

средняя гармоническая величина простой и взвешенной

средняя геометрическая величина простой и взвешенной

средняя квадратическая величина простой и взвешенной

Структурные средние величины

мода

медиана

Квартили

Децили

Квинталы

Перцентили

Основные элементы средней степенной величины

Варианта (X)

Это варьирующий признак, для которого исчисляется средняя величина

Число единиц (n)

Это Количество вариантов в изучаемой совокупности

Веса, частоты (f)

Это показатели Повторяемости Вариант в изучаемой совокупности

Типы средней степенной величины

Средняя степенная величина
простой

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m}{n}}$$

где x – это значение
варьирующего признака;
 n – число единиц
совокупности;
 m – показатель средней
степени.

Средняя степенная величина
взвешенная

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X^m \cdot F}{\sum F}}$$

где F – это частоты или веса,
показывающие, сколько раз
повторяется каждая варианта
признака.

Средняя арифметическая

Средняя арифметическая
простая

Средняя арифметическая простая используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по не сгруппированному данным и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

Средняя арифметическая
взвешенная

Средняя арифметическая взвешенная применяется когда расчет проводится по сгруппированному данным или по вариационным рядом, которые могут быть дискретными или интервальными и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot F_i}{\sum F_i}$$

При наличии вариационного непрерывного ряда распределения как с равными так и с неравными интервалами.

То для вычисления средней арифметической взвешенной, находится среднее значение каждого интервала, как полусуммы его верхней и нижней границы.

Эти средние значения интервалов являются новыми значениями вариантов, подлежащими усреднению.

Средняя гармоническая

Средняя гармоническая простая

Используется когда статистическая информация не содержит частот по отдельным вариантам совокупности и когда результаты произведения этих вариантов на эти частоты везде одинакова.

Определяется по формуле

$$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X}}$$

Средняя гармоническая взвешенная

Используется когда в качестве весов используются не единицы совокупности, т.е. носители признака, а произведения этих единиц на значения признака ($m=X \cdot F$), и когда результаты произведения значения признака на количество единиц неодинаково.

$$\bar{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{X}}$$

Средняя геометрическая

Средняя геометрическая простая

Средняя геометрическая взвешенная

Применяются для определения средней величины по относительным показателям в рядах динамики.

Простая

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod X}$$

либо

$$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$$

Взвешенная

$$\bar{X} = \sqrt[\sum F]{\prod X^F}$$

либо

$$\bar{X} = \sqrt[\sum F]{X_1^{F_1} \cdot X_2^{F_2} \cdot \dots \cdot X_n^{F_n}}$$

Средняя квадратическая

Средняя квадратическая простая

Средняя квадратическая взвешенная

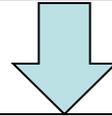
Применяются, когда в место индивидуальных значений признака представлены квадраты исходных величин

$$\bar{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2}{n}}$$

$$\bar{X} = \sqrt[2]{\frac{\sum X^2 \cdot F}{\sum F}}$$

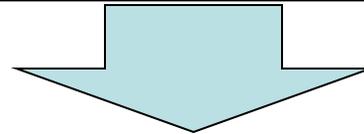
Следует отметить, что средние квадратические, кубические, биквадратические и т.д. имеют ограниченное применение на практике в статистике.

Правило мажорантности средних величин



Предполагает строго определенные соотношения
Между разными видами средних величин

В частности:



$$\bar{X}_{\text{гармоническая}} \leq \bar{X}_{\text{геометрическая}} \leq \bar{X}_{\text{арифметическая}} \leq \bar{X}_{\text{квадратическая}}$$

Исчисление средней величины способом момента первого порядка

Средняя величина способом момента первого порядка исчисляется при наличии непрерывного вариационного ряда распределения с равными интервалами и **определяется по формуле:**

$$\bar{X} = m_1 \cdot h + A$$

A - середина центрального интервала;

h – это ширина интервала;

m_1 - это момент первого порядка.

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{X_i - A}{h} \right) \cdot F_i}{\sum F_i}$$

Средняя структурная величина: Мода

Это

вариант, который чаще всего, встречается в изучаемой совокупности.

В вариационном дискретном ряду модой выступает вариант, имеющий наибольшую частоту.

В интервальном ряду мода определяется по формуле:

$$M_o = X_0 + h \frac{(F_{M_o} - F_{M_o-1})}{(F_{M_o} - F_{M_o-1}) + (F_{M_o} - F_{M_o+1})}$$

X_0 - нижняя граница модального интервала;

h – ширина модального интервала;

F_m - частота модального интервала;

F_{m-1} - частота интервала, предшествующего модальному интервалу;

F_{m+1} - частота интервала – следующего за модальными.

Средняя структурная величина: Медиана

ЭТО

вариант, который находится в середине ранжированного вариационного ряда.

Медиана делит ряд пополам, где по обе стороны находится одинаковое количество единиц совокупности.

В интервальном ряду медиана определяется по формуле:

$$Me = X_0 + h \frac{\frac{\sum F}{2} - S_{Me-1}}{F_{Me}}$$

Где X_0 - нижняя граница медианного интервала;

h - ширина медиана интервала;

$\sum F$ - сумма частот ряда;

S_{me-1} - сумма накопленных частот в интервалах, предшествующих медианному;

F_{me} - частота медианного интервала.

Квартили

значения признака, делящие ранжированную интервальный ряд на четыре равные части

Нижний квартиль

Нижний квартиль отделяющий $\frac{1}{4}$ Часть совокупности с наименьшими значениями признака.

$$Q_1 = x_{Q_1} + h_{Q_1} \frac{\frac{1}{4} \Sigma F - S_{Q_1-1}}{F_{Q_1}}$$

Верхний квартиль

Верхний квартиль, отсекающий $\frac{1}{4}$ Часть с наибольшими значениями признака.

$$Q_3 = x_{Q_3} + h_{Q_3} \frac{\frac{3}{4} \Sigma F - S_{Q_3-1}}{F_{Q_3}}$$

где X_{Q_1} (X_{Q_3}) – нижняя граница интервала,

содержащего нижний (верхний) квартиль;

S_{Q_1-1} (S_{Q_3-1}) – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу,

содержащему нижний квартиль (верхний) квартиль;

f_{Q_1} (f_{Q_3}) – частота интервала, содержащего нижний квартиль (верхний) квартиль.

Децили

Значения признака, делящие ранжированный Интервальный ряд на десять равных частей

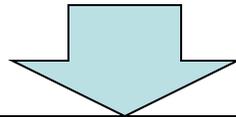
Нижний дециль

$$d_1 = x_{d_1} + h_{d_1} \frac{\frac{1}{10} \Sigma F - S_{d_1-1}}{F_{d_1}}$$

Верхний дециль

$$d_9 = x_{d_9} + h_{d_9} \frac{\frac{9}{10} \Sigma F - S_{d_9-1}}{F_{d_9}}$$

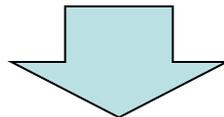
Квнтили



Значения признака, делящие интервальный ряд
На пять равных частей.

Квнтили вычисляются по той же схеме, что
квартили и децили.

Перцентили



Значения признака, делящие интервальный
ряд на 100 равных частей.