

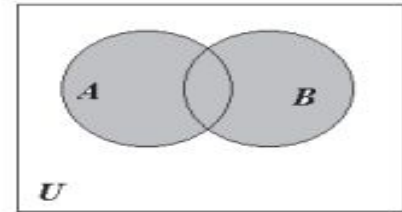
Решение задач с применением диаграмм Эйлера-Венна.

Диаграммы Эйлера-Венна – геометрические представления множеств. Построение диаграммы заключается в изображении большого прямоугольника, представляющего универсальное множество U , а внутри него – кругов (или каких-нибудь других замкнутых фигур), представляющих множества. Фигуры должны пересекаться в наиболее общем случае, требуемом в задаче, и быть соответствующим образом обозначены. Точки, лежащие внутри различных областей диаграммы, могут рассматриваться как элементы соответствующих множеств. Имея построенную диаграмму, мы можем заштриховать определенные области для обозначения вновь образованных множеств. Операции над множествами рассматриваются для получения новых множеств из уже существующих.

Определение 1.

Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A, B .

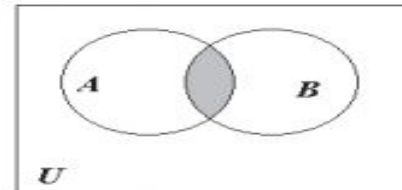
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



Определение 2.

Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно как множеству A , так и множеству B .

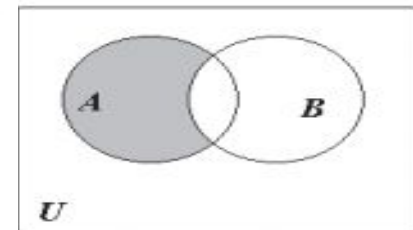
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$



Определение 3.

Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из только тех элементов A , которые не содержатся во множестве B .

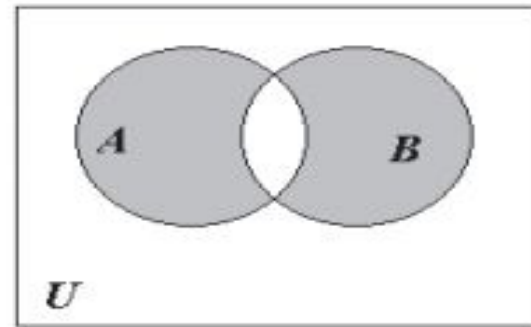
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$



Определение 4.

Симметрической разностью множеств A и B называется множество элементов этих множеств, которые принадлежат либо только множеству A , либо только множеству B .

$$A + B = \{x \mid \text{либо } x \in A, \text{ либо } x \in B\}.$$



Определение 5.

Абсолютным дополнением множества A называется множество всех тех элементов, которые не принадлежат множеству A .

$$\bar{A} = U \setminus A.$$

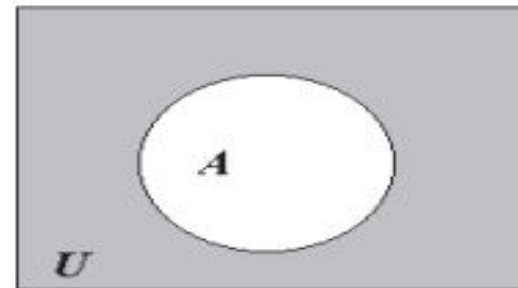
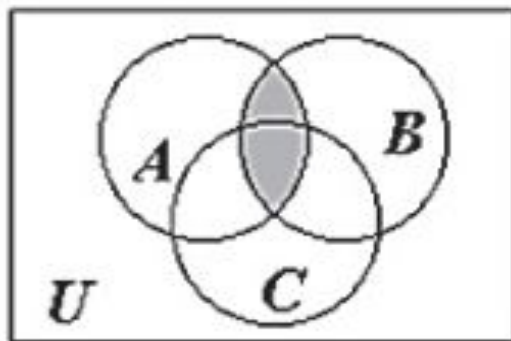
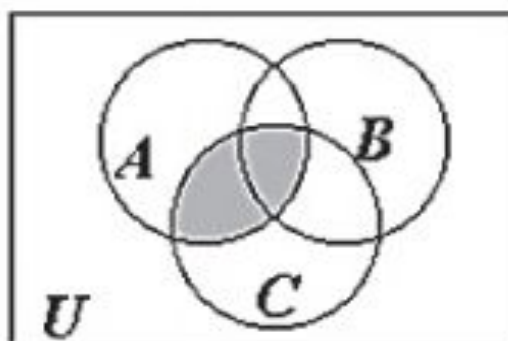


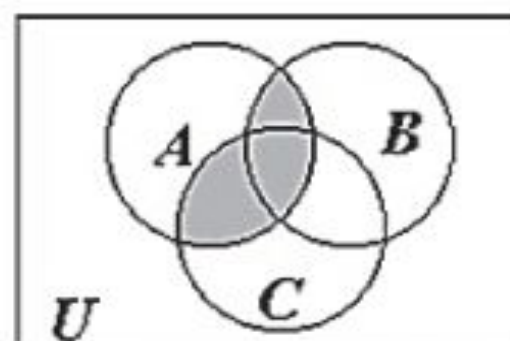
Иллюстрация с помощью диаграммы Эйлера – Венна соотношения: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



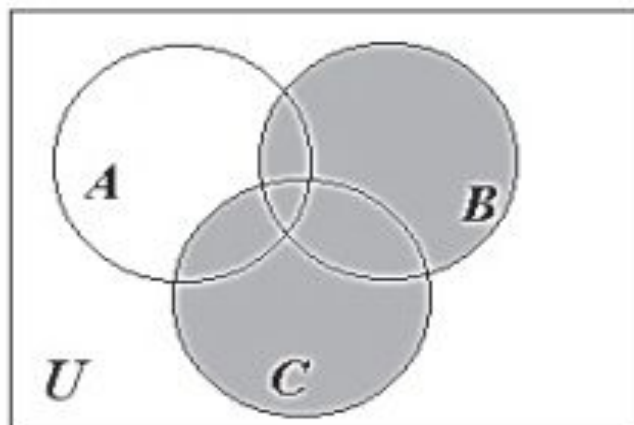
$A \cap B$



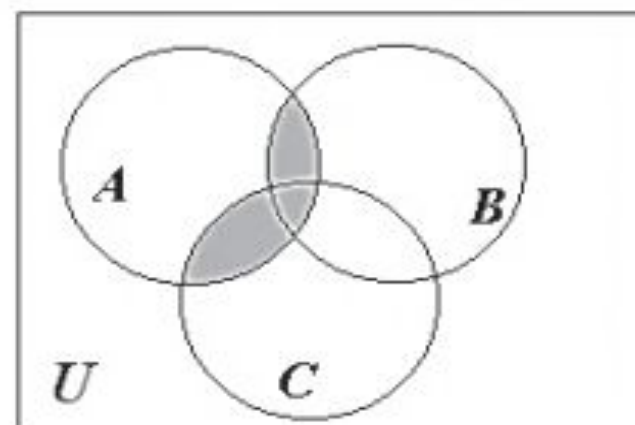
$A \cap C$



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$



$B \cup C$



$A \cap (B \cup C)$

Пример

Опрос 100 студентов дал следующие результаты о количестве студентов, изучающих различные иностранные языки: испанский – 28, немецкий – 30, французский – 42, испанский и немецкий – 8, испанский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все три языка – 3.

Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько студентов не изучает ни одного языка?
- 2) Сколько студентов изучает один французский язык?

Решение:

Введем обозначения: множество студентов, изучающих немецкий язык – Н, французский – Ф, испанский – И.

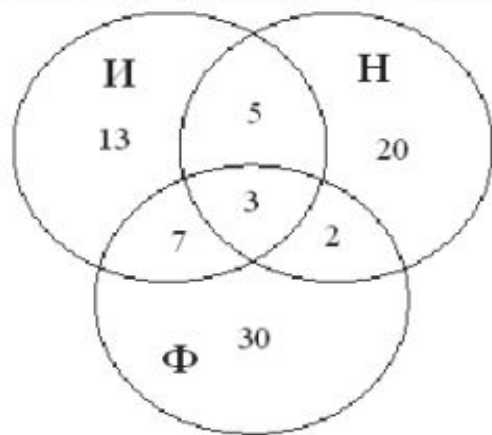


Рис. 1.6

Изображаем множества на диаграмме Эйлера-Венна в наиболее общем виде (рис. 1.6).

Рассуждаем следующим образом: все три языка изучают 3 студента. Значит, одновременно изучают только немецкий и французский $5 - 3 = 2$, одновременно изучают только немецкий и испанский $8 - 3 = 5$, одновременно изучают только французский и испанский $10 - 3 = 7$.

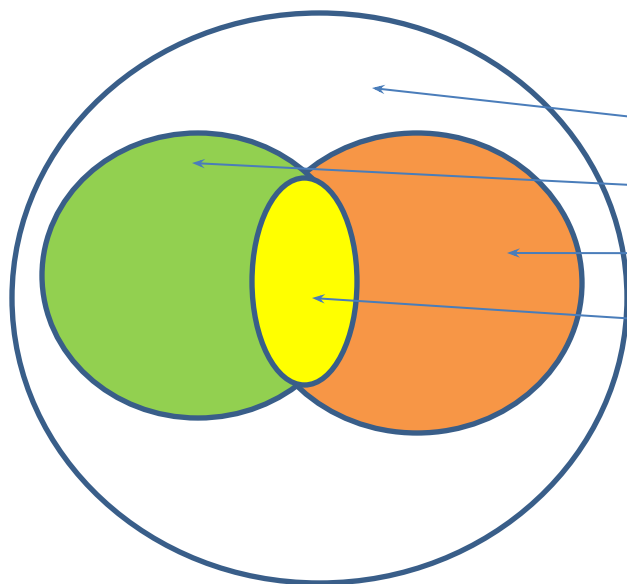
Поскольку всего 28 студентов изучают испанский, то число студентов изучающих только испанский язык

$28 - 3 - 7 - 5 = 13$. Аналогично находим число студентов изучающих только немецкий язык $30 - 3 - 2 - 5 = 20$, число студентов изучающих только французский язык $42 - 3 - 7 - 2 = 30$. Находим число студентов, изучающих иностранные языки $13 + 20 + 30 + 3 + 5 + 7 + 2 = 80$. Таким образом, число студентов не изучающих язык, $100 - 80 = 20$.

Ответ: 20 студентов не изучает ни одного языка, 30 студентов изучает один французский язык.

Пример 1

Во дворе 52- детей, из них 23 ходят на секцию футбола, 35- на хоккей, 16-их них ходят и на футбол и на хоккей. Сколько детей ни в какие секции не ходят?



Всего – 52

Футбол -23

Хоккей – 35

Футбол, хоккей -16

$23 - 16 = 7$ - только на футбол

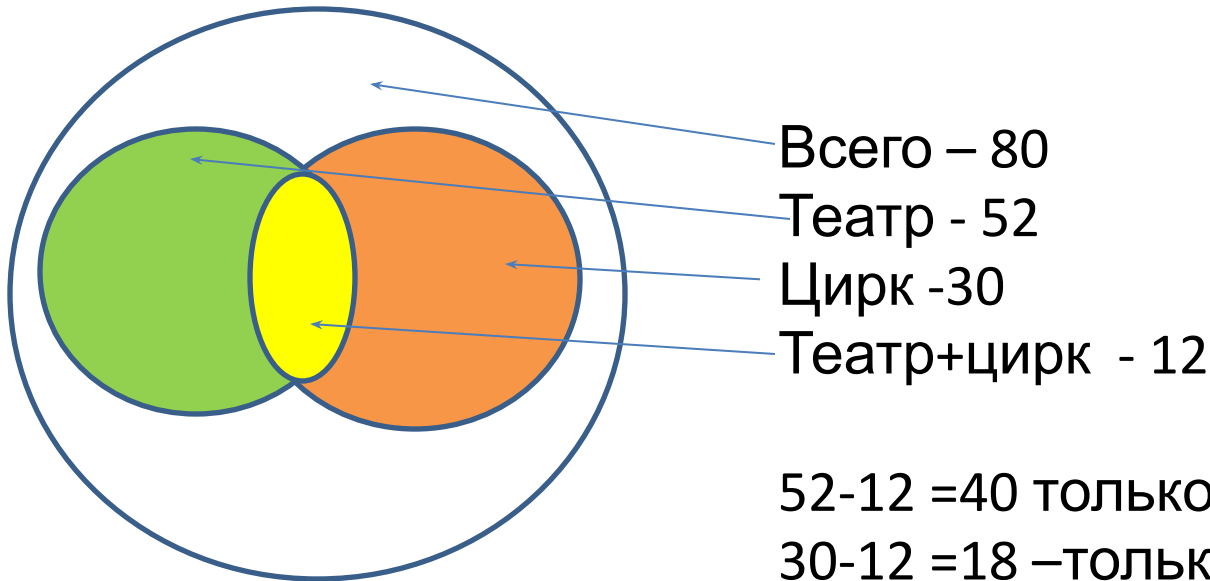
$35 - 16 = 19$ – только на хоккей

$7 + 16 + 19 = 42$ - и на футбол и на хоккей

$52 - 42 = 10$ – никуда не ходят

Пример 2

В город приехали 80 туристов, из них 52- пошли в театр, 30- в цирк, 12- ходили и в театр и в цирк. Сколько человек никуда не ходили?



$52 - 12 = 40$ только в театр

$30 - 12 = 18$ – только в цирк

$80 - (40 + 18 + 12) = 10$ – никуда не ходили

Пример 3.

Пересечение букв имен:

$$M = \{\text{МАРИНА}\} \cap K = \{\text{АНАСТАСИЯ}\} = \{\text{АИНА}\}$$

Объединение букв имен:

$$M = \{\text{МАРИНА}\} \cup K = \{\text{АНАСТАСИЯ}\} = \{\text{МАРИНАСТАСЯ}\}$$

