

Реляционная алгебра

Предложив РМД, Э.Ф. Кодд создал инструмент РА для удобной работы с отношениями.

Основная идея РА Кодда состоит в том, что коль скоро отношения являются множествами, то средства манипулирования отношениями могут базироваться на традиционных теоретико-множественных операциях.

Каждая операция этой алгебры использует одну или несколько таблиц (отношений) в качестве ее операндов и получает в результате новую таблицу, т.е. позволяет "разрезать" или "склеивать" таблицы (рис. 1).

В качестве исходных операндов и результатов будут рассматриваться РТ. Они должны удовлетворять основным условиям РТ: не допускается повторение имен полей; не допускается дублирование записей.

Реляционная алгебра

2

Существующий набор основных операций РА состоит из операций, которые можно разделить на два класса:

- теоретико-множественные операции;
- специальные реляционные операции.

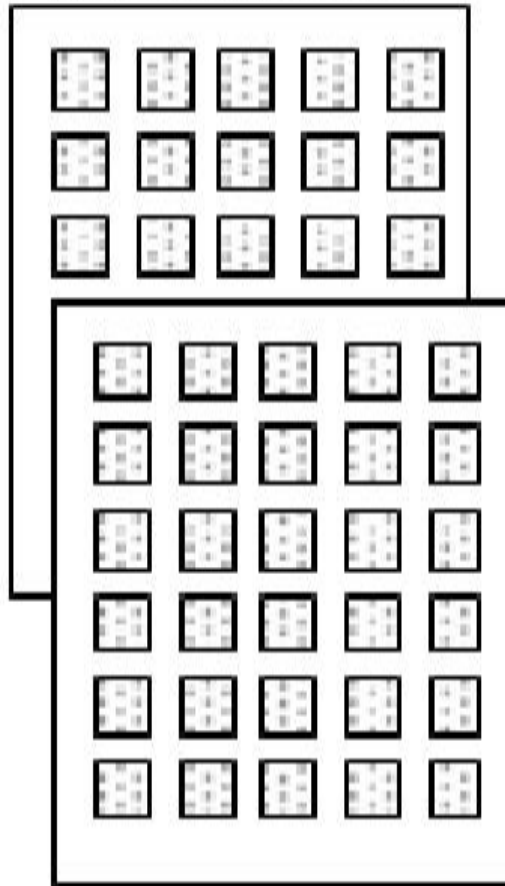
В состав теоретико-множественных операций входят традиционные операции над множествами:

- объединение;
- пересечение;
- взятия разности (разность);
- прямое произведение.

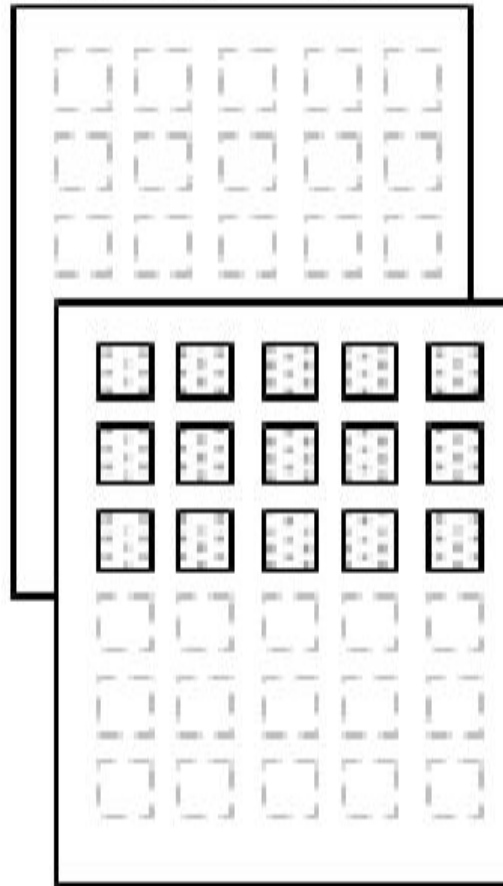
Реляционная алгебра

3

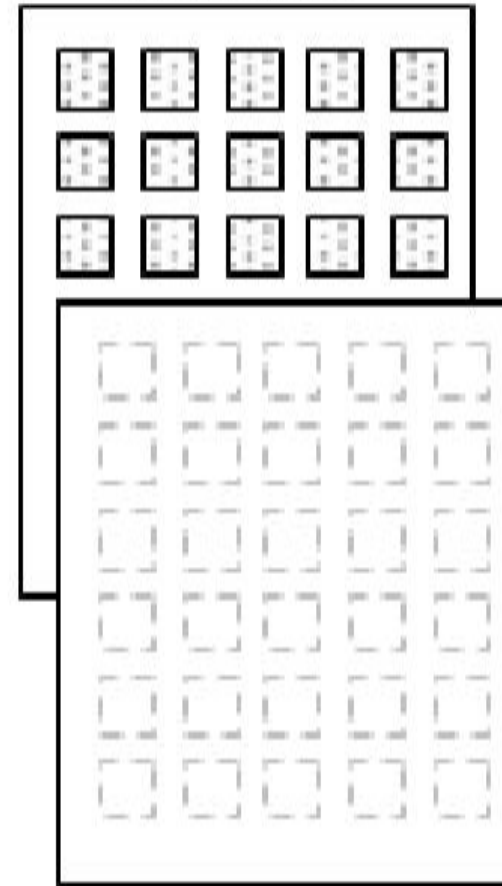
ОБЪЕДИНЕНИЕ



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ



РАЗНОСТЬ



Реляционная алгебра

4

Хотя в основе этих операций лежит классическая теория множеств, они обладают некоторыми особенностями.

Реляционные операторы обладают одним важным свойством: **они замкнуты относительно понятия отношения**. Это означает, что выражения реляционной алгебры определяются над отношениями реляционных БД и результатом вычисления также являются отношения.

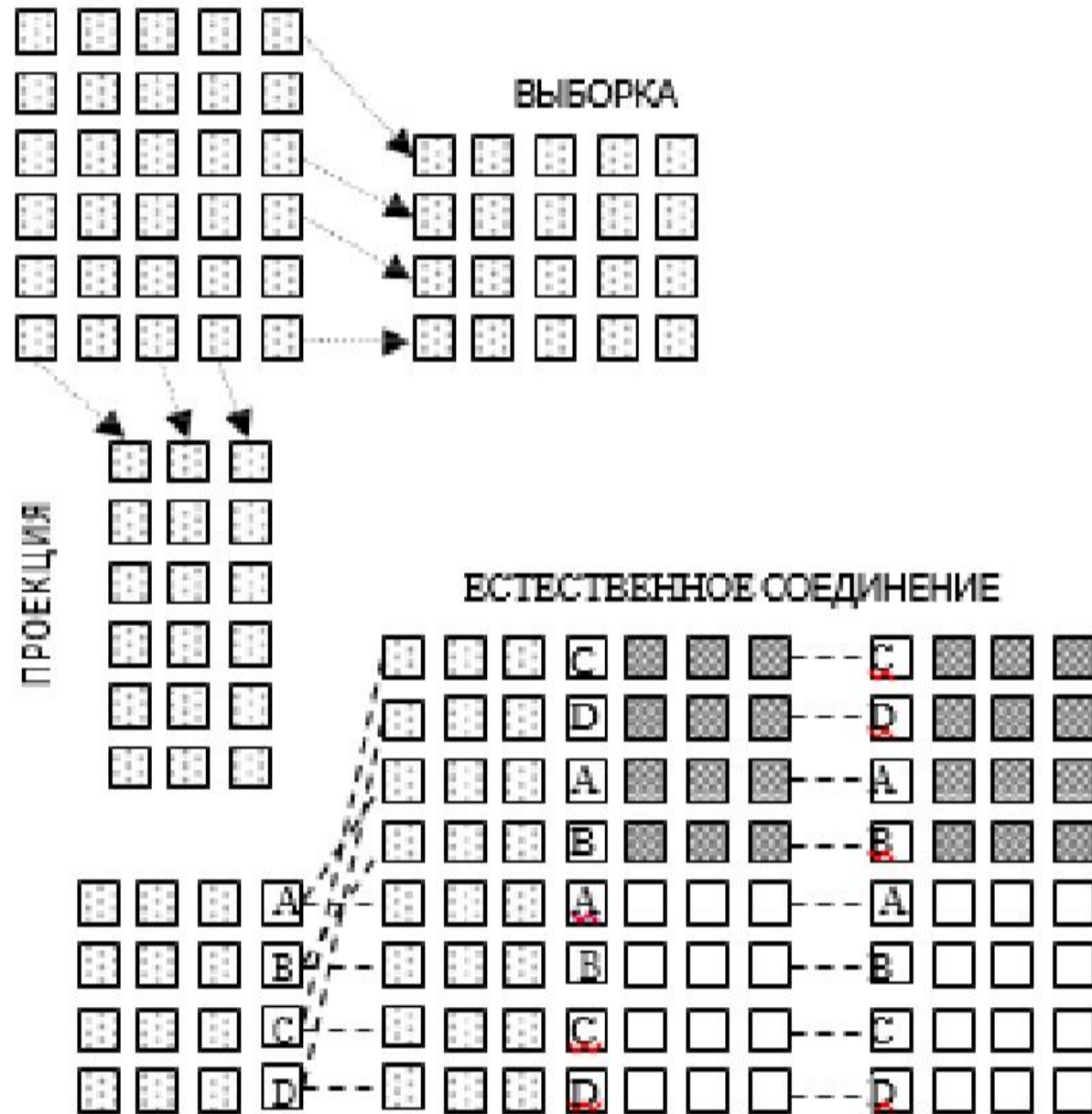
Поскольку результатом любой реляционной операции является некоторое отношение, запрос, представленный на языке реляционной алгебры, может быть вычислен на основе вычисления элементарных алгебраических операций с учетом их старшинства и возможного наличия скобок.

Специальные реляционные операции, специфичные для БД, включают следующие операции:

- ☐ выборку;
- ☐ проекцию;
- ☐ естественное соединение;

Реляционная алгебра

5



Реляционная алгебра. Унарные операции

6

В зависимости от количества таблиц, участвующих в операциях, различают **унарные и бинарные операции**. Унарная операция использует в качестве операнда одну таблицу, а бинарная – две. В результате операции получаем новую таблицу. Как будет показано позже, результат может сохраняться не только как реальная РТ, но и как виртуальная таблица в виде представления или запроса. Рассмотрим основные реляционные операции на примерах.

Сначала рассмотрим унарные операции с одной РТ. В качестве исходной РТ будем оперировать с данными о сотрудниках, которые хранятся в тСотрудники:

Код	Подразделение	Фамилия	Пол
1	1	Андреев	М
2	1	Петрова	Ж
3	2	Андреев	М

Операция переименования

Операция переименования полей имеет вид:

TA RENAME P1 AS Pk

Результатом операции переименования является таблица, тело которой совпадает с телом исходной ТА, а имена полей изменены. В приведенном примере поле P1 получит новое имя Pk.

Операция переименования атрибутов, дающая возможность корректно сформировать заголовок (схему) результирующего отношения
(A RENAME X AS Y)

Эта операция допускает множественность, а именно

TA RENAME P1 AS Pk, P2 AS Pm, P3 AS Pn

В результате такой операции поля P1, P2, P3 таблицы ТА соответственно переименуются в поля Pk, Pm, Pn.

Реляционная алгебра. Унарные операции

8

Операция переименования

Заменим в тСотрудники имена полей Подразделение и Фамилия их сокращенными именами – П и Фам соответственно:

тСотрудники **RENAME** Подразделение AS П, Фамилия AS Фам

Результат можно рассматривать как виртуальную таблицу.

Код	П	Фам	Пол
1	1	Андреев	М
2	1	Петрова	Ж
3	2	Андреев	М

Операция присваивания

Операция присваивания позволяет сохранить в базе данных результаты вычисления алгебраических выражений ($A := B$)

Иногда удобнее не изменять исходные таблицы, которые могут понадобиться впоследствии, а формировать на их основе новые:

$tB := tA.$

Такая запись означает, что значения таблицы-источника tA полностью заменяют значения базовой таблицы-приемника tB . Результатом операции присваивания будет новая tB , тело которой совпадает с телом исходной tA , имена полей тоже не изменяются. Таким образом, получим две одинаковые таблицы tA и tB .

Операция присваивания

Операция присваивания позволяет обновлять БД и сохранять результаты вычисления реляционных выражений в существующей РТ. При наличии выражений в правой части сначала происходит вычисление значений, а затем эти значения запоминаются в новой таблице. Поэтому присваивание иногда формулируют следующим образом: “сохранить как”.

Сохраним результаты предыдущей операции переименования в тС:

тС:= тСотрудники RENAME Подразделение AS П, Фамилия AS Фам

Переименование рекомендуется применять при создании интерфейса пользователя на языке, отличном от языка именования объектов БД.

Код	П	Фам	Пол
1	1	Андреев	М
2	1	Петрова	Ж
3	2	Андреев	М

Операция расширения

Операция расширения, позволяющая создавать новое отношение, дополненное атрибутом, значения которого получены посредством некоторых скалярных вычислений.

EXTEND тА ADD <выр> AS Z,

где **выр** – скалярное выражение.

Результатом операции будет таблица с заголовком, эквивалентным заголовку тА, расширенному новым полем Z. Значения этого поля Z рассчитываются вычислением скалярного <выр> для каждой записи тА.

При этом исходная тА не должна иметь поле Z, а <выр> не должно ссылаться на поле Z. Число записей новой таблицы равно числу записей исходной, а количество полей увеличивается на единицу.

Данная операция обеспечивает возможность построчного вычисления значений нового поля РТ. Это поле можно использовать в дальнейшем при выполнении других операций.

Операция расширения

Допустима множественная операция расширения вида

EXTEND тA ADD <выр1> AS Z1, <выр2> AS Z2...

В этом случае одновременно добавляется несколько полей. При этом каждое последующее выражение может ссылаться на ранее определенное поле, например, <выр2> может содержать поле Z1.

Рассмотрим пример расчета табельного номера (Таб_н)

тE := EXTEND тC ADD П*100+Код AS Таб_н

Код	П	Фам	Пол	Таб_н
1	1	Андреев	М	101
2	1	Петрова	Ж	102
3	2	Андреев	М	203

Операция расширения

Заданное выражение создает новую таблицу, в которой к полям тС добавляется новое поле Таб_н. Значение этого поля для каждой записи вычисляется по значениям существующих полей.

Операция расширения позволяет проводить вычисления по записям РТ.

Далее преобразуем тЕ, исключим поле Код, а поле Таб_н переместим на первое место. Для этого применим операцию проекции

$\text{тСТ} := \text{тЕ} [\text{Таб_н}, \text{П}, \text{Фам}, \text{Пол}]$

Таб_н	П	Фам	Пол
101	1	Андреев	М
102	1	Петрова	Ж
203	2	Андреев	М

Операция подведения итогов

Для вычислений по полям используется дополнительная операция подведения итогов, которая дает возможность разбивать множество кортежей отношения на группы в соответствии с содержимым одного или нескольких атрибутов, и внутри каждой группы применять определенный оператор агрегирования (аналог операции GROUP BY в языке SQL).

Операторы агрегирования предназначены для подведения итогов в определенном столбце таблицы – отношения, например, для нахождения суммарных, средних, минимальных и максимальных значений (**SUM, AVG, MIN, MAX, COUNT**).

SUMMARIZE <реляционное выражение> **BY** (атрибуты) **ADD** <функция агрегирования> **AS** <новое имя атрибута>

Реляционная алгебра. Унарные операции

15

Операция подведения итогов

Пример1: **SUMMARIZE SP BY (P#) ADD SUM(QTY) AS TOTAL_QTY**

Отношение SP

Результат

S#	P#	QTY
S1	P1	300
S1	P2	200
S1	P3	400
S1	P4	200
S2	P1	300
S2	P3	200
S3	P2	100
S3	P3	200
S3	P4	100

P#	TOTAL_QTY
P1	600
P2	300
P3	800
P4	300

Рассмотрим пример2

**τS := SUMMARIZE τCT BY (П) ADD
COUNT AS Кол_во**

П	Кол_во
1	2
2	1

Реляционная алгебра. Унарные операции

16

Операция подведения итогов

Пример1: **SUMMARIZE SP BY (P#) ADD SUM(QTY) AS TOTAL_QTY**

Отношение SP

Результат

S#	P#	QTY
S1	P1	300
S1	P2	200
S1	P3	400
S1	P4	200
S2	P1	300
S2	P3	200
S3	P2	100
S3	P3	200
S3	P4	100

P#	TOTAL_QTY
P1	600
P2	300
P3	800
P4	300

Рассмотрим пример2
тS := SUMMARIZE тСТ BY (П) ADD COUNT AS Кол_во

Таблица отражает количество сотрудников, работающих в разных подразделениях, в виде скалярных чисел.

П	Кол_во
1	2
2	1

Проекция

Проекцией $\pi_A (P_1, P_2, \dots, P_n)$ по заданному набору полей $P_i, \dots, P_k$, принадлежащим исходной таблице, называется таблица с заголовком $P_i, \dots, P_k$ и телом, содержащим множество соответствующих значений из всех записей исходной π_A .

Проекция записывается так:

$\pi_A [P_i, \dots, P_k]$

Здесь и далее считаем, что $1 \leq i \leq n$, $1 \leq k \leq n$.

Тем самым, при выполнении операции проекции получается «вертикальное» подмножество данного отношения, то есть подмножество, получаемое исключением всех атрибутов, отношения-операнда с естественным уничтожением потенциально возникающих кортежей-дубликатов.

Проекция дает возможность получить вертикальное подмножество записей.

Реляционная алгебра. Унарные операции

18

Проекция

Пример операций проекции.

NAME	CITY
Иванов	Москва
Петров	Нижний Новгород
Сидоров	Рязань
Галкин	Москва

A [NAME, CITY]

CITY
Москва
Нижний Новгород
Рязань

A [CITY]

Реляционная алгебра. Унарные операции

19

Проекция

Получим проекцию по таблице тС по полям Код и Фам.

тПр:=тС [Код, Фам]

Код	Фам
1	Андреев
2	Петрова
3	Андреев

Видно, что проекция позволяет отобрать из таблицы требуемые столбцы и исключить ненужные. В примере из тС исключены два поля – П и Пол. Иногда удобно указывать не тот список полей, по которым берется проекция, а те поля, которые исключаются из исходной таблицы. В нашем примере можно сказать так: “тПр – это проекция, исключающая поля П и Пол из тС”.

Определим еще одну проекцию тС по полям Пол и Фам.

тПр2:=тС [Пол,Фам]

Пол	Фам
М	Андреев
Ж	Петрова

Выборка (ограничение отношения)

Операция выборка (или операция ограничение отношения) - создает новое отношение, содержащее только те строки отношения – операнда, которые удовлетворяют некоторому условию ограничения. Результатом ограничения тА по некоторому условию называется таблица, у которой такой же заголовок, что и у тА, а тело состоит из такого множества всех записей исходной тА, которые удовлетворяют заданному условию.

Операцию ограничения можно записать в виде выражения:

A WHERE X θ Y

где θ – любой скалярный оператор сравнения;

X,Y – операнды.

Выборка (ограничение отношения)

В качестве обоих операндов могут использоваться поля таблицы, один из операндов может заменяться скалярным или литеральным значением. При этом оба операнда должны быть определены на одном домене, а оператор должен иметь смысл для этого домена.

С помощью ограничения можно отобрать из РТ нужные записи и получить горизонтальное подмножество записей.

Покажем применение ограничения для тС. Отберем сотрудников-мужчин.

тСП := тС WHERE Пол="М"

Поле Пол может принимать литеральное (текстовое) значение, поэтому значение для условия операции взято в кавычки

Код	П	Фам	Пол
1	1	Андреев	М
3	2	Андреев	М

Реляционная алгебра. Унарные операции

22

Выборка (ограничение отношения)

Операцию ограничения иногда называют **θ-выборкой**, а условия ограничения – условиями выборки, где **θ** означает любой скалярный оператор сравнения (=, ≠, ≤, ≥).

Пример операций выборки

Отношение A

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1996	Петров	Нижний Новгород	39
1777	Сидоров	Рязань	21
1896	Галкин	Москва	30

A where CITY = 'Москва' and AGE < 40

A where CITY = 'Москва'

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1896	Галкин	Москва	30

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1896	Галкин	Москва	30

Оператор обновления

Далее рассмотрим унарные **операторы-действия**. Эти операторы стали применять на практике для выполнения действий над РТ, а именно обновления данных и удаления записей.

Оператор обновления имеет вид

UPDATE тА Р1:=выр1,..., Рк:=вырК,..., Рn:=вырN,

где значение каждого из полей Рк является результатом вычисления скалярного выражения вырК. Все записи в таблице обновляются в соответствии с указанными операторами присвоения.

Переведем сотрудников из цеха 2 в цех 3.

UPDATE тСТ WHERE П=2 П:=3

Эта операция позволила перевести одного сотрудника из цеха 2 в цех 3.

Таб_н	П	Фам	Пол
101	1	Андреев	М
102	1	Петрова	Ж
203	3	Андреев	М

Оператор удаления

Имеет вид **DELETE тА <выр>**

Этот оператор позволяет удалить из таблицы те записи, для которых выполняется заданное выражение <выр>. Удалим записи о сотрудниках, которые работают в цехе 3.

DELETE тСТ WHERE П=3

Этот оператор удалит одну запись о сотруднике, который работал в цехе 3.

В указанных операциях выражение <выр> часто является просто ограничивающим условием для таблицы. Нужно также обратить внимание, что данные операторы-действия работают с множеством записей.

Таб_н	П	Фам	Пол
101	1	Андреев	М
102	1	Петрова	Ж

Оператор вставки

Рассмотрим дополнительную операцию РА – **оператор вставки**.

Эта бинарная операция имеет вид

INSERT <источник><выр> INTO <получатель>.

Здесь <источник> и <получатель> – выражения, представляющие совместимые по типу таблицы. Значение таблицы <источник> вычисляется по выражению <выр> и все записи результата вставляются в таблицу <получатель>.

Например, операция

INSERT T2 WHERE Количество<3 INTO T3

позволит перенести из таблицы T2 записи о студентах, изучивших менее трех дисциплин, в таблицу T3.

В принципе оператор вставки может быть и унарным, если <источник> и <получатель> – это одна и та же таблица.

Совместимость по типу

Две таблицы считаются совместимыми по типу, если у них одинаковые заголовки, а именно:

- ❑ каждая из таблиц имеет одно и то же множество полей;
- ❑ соответствующие поля определены на одном и том же домене.

Такие таблицы иногда называют совместимыми по объединению или просто совместимыми.

Для проведения операций объединения, пересечения и разности необходимо, чтобы исходные таблицы-операнды были совместимости по типу.

Рассмотрим на примерах основные бинарные операции РА. В качестве исходных рассмотрим две таблицы с конкретной смысловой информацией.

Реляционная алгебра. Бинарные операции

27

Совместимость по типу

тСпецподготовка (тСп)

Код	Группа	Прізвище	Середній бал	информация о студентах, проходящих спецподготовку на военной кафедре
1	Гр1	Андреев	4	
4	Гр2	Антонов	3	

тОбщежитие (тО)

Код	Группа	Фамилия	Комната	информация о студентах, проживающих в общежитии
1	Гр1	Андреев	4	
2	Гр3	Петров	3	

Для обеих таблиц можно утверждать следующее:

- ☐ они имеют ключ (Код);
- ☐ они состоят из одинакового числа полей, равного 4;
- ☐ три первых поля определены на одних и тех же доменах соответственно.

Совместимость по типу

Основные теоретико - множественные операции РА с этими таблицами не могут быть проведены, потому что исходные таблицы-операнды несовместимы. Видно, что в таблицах возникает два вида конфликтов:

- конфликт имен полей, так как поля имеют разные имена;

- конфликт доменов, так как последние (четвертые) поля определены имеют разный смысл (определены на разных доменах).

Прежде чем рассматривать примеры выполнения бинарных операций РА, необходимо разрешить перечисленные конфликты путем достижения совместимости исходных таблиц по типу. Для этого выполним преобразования исходных таблиц.

Любые две таблицы могут быть сделаны совместимыми путем применения преобразования к одной из этих таблиц. При этом операция переименования наряду с операциями проекции применяется только к одной из таблиц-операндов. Но часто удобнее с целью симметрии произвести двойное преобразование обеих таблиц.

Реляционная алгебра. Бинарные операции

29

Совместимость по типу

Применим сначала к обеим таблицам переименование.

тС2 := тСп RENAME Группа AS Гр,

Прізвище AS Фам, Середній бал As Балл

тО2 := тО RENAME Группа AS Гр,

Фамилия AS Фам

Теперь в таблицах тС2 и тО2 частично разрешен конфликт имен полей: три поля имеют одинаковые имена. При этом в таблицах осталось по одному полю с различными именами: Балл (тС2) и Комната (тО2). Это числовые поля, относящиеся к разным доменам. Можно было дать им одинаковые имена, например, переименовать поле Комната в Балл, и рассматривать далее таблицы как совместимые. Однако при этом был бы нарушен смысл доменов.

Код	Гр	Фам	Комната
1	Гр1	Андреев	4
2	Гр3	Петров	3

Код	Гр	Фам	Балл
1	Гр1	Андреев	4
4	Гр2	Антонов	3

Совместимость по типу

Для исключения конфликта доменов приведем таблицы к полной совместимости путем исключения полей **Балл** и **Комната** из дальнейшего рассмотрения.

Для этого применим проекцию к таблицам тС2 и тО2

тА:=тС2 [Код, Гр, Фам]

тВ:=тО2 [Код, Гр, Фам]

Теперь тА и тВ совместимы.

С ними без проблем могут быть выполнены основные теоретико-множественные операции РА.

Код	Гр	Фам
1	Гр1	Андреев
2	Гр3	Петров

Код	Гр	Фам
1	Гр1	Андреев
4	Гр2	Антонов

Объединение

Объединением двух совместимых по типу отношений A и B ($A \cup B$) называется отношение с тем же заголовком, как в отношениях A и B , и с телом, состоящим из множества кортежей t , принадлежащих A или B или обоим отношениям.

$A \cup B$

При выполнении операции объединения двух отношений создается отношение, включающее кортежи, входящие хотя бы в одно из отношений-операндов. Обратите внимание, что повторяющиеся кортежи удаляются по определению отношения

Объединение двух совместимых таблиц tA и tB – это таблица, у которой такой же заголовок, что и у исходных таблиц-операндов, а тело состоит из таких записей, которые входят хотя бы в одну из исходных таблиц (или в tA или в tB).

В общем виде объединение записывается так

$tA \text{ UNION } tB$

Объединение

Для нашего примера таблица объединения будет иметь вид

$t_U := t_A \text{ UNION } t_B$

Таблица t_U представляет информацию о всех студентах: или обучающихся на военной кафедре, или живущих в общежитии (или, или).

При выполнении объединения существует возможность появления повторяющихся записей. Они должны быть исключены.

Из таблицы t_U исключена повторяющаяся запись (Андреев).

Код	Гр	Фам
1	Гр1	Андреев
4	Гр2	Антонов
2	Гр3	Петров

Реляционная алгебра. Бинарные операции

33

Пересечение

Пересечением двух совместимых по типу отношений A и B ($A \cap B$) называется отношение с тем же заголовком, как в отношениях A и B , и с телом, состоящим из множества кортежей t , принадлежащих одновременно обоим отношениям A и B . Операция пересечения двух отношений создает отношение, включающее все кортежи, входящие в оба отношения-операнда.

Отношение A

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1996	Петров	Нижний Новгород	39
1777	Сидоров	Рязань	21

Отношение B

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1896	Галкин	Иваново	40

$A \cap B$

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45

Реляционная алгебра. Бинарные операции

34

Пересечение

Пусть имеются отношения:
r - ИЗДЕЛИЕ 1
s - ИЗДЕЛИЕ 2

Код_дет	Название	Вес
01	А	1
02	Д	2
03	В	2
04	С	3
05	Е	1

Код_дет	Название	Вес
02	Д	2
04	С	3
03	В	2
06	К	1

Сформируем ответ на такой запрос:
определить детали, входящие в состав обоих изделий. Для этого необходимо выполнить операцию пересечения двух исходных отношений.

Результат представляется отношением:

Код_дет	Название	Вес
02	Д	2
04	С	3
03	В	2



Реляционная алгебра. Бинарные операции

35

Разность

Разностью двух совместимых по типу отношений A и B ($A - B$) называется отношение с тем же заголовком, как в отношениях A и B , и с телом, состоящим из множества кортежей t , принадлежащих отношению A и не принадлежащих отношению B .

Отношение, являющееся разностью двух отношений, включает все кортежи, входящие в первое отношение, такие, что ни один из них не входит во второе отношение.

Отношение A

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1996	Петров	Нижний Новгород	39
1777	Сидоров	Рязань	21

Отношение B

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1809	Иванов	Москва	45
1896	Галкин	Иваново	40

A - B

ID_NUM	NAME	CITY	AGE
1996	Петров	Нижний Новгород	39
1777	Сидоров	Рязань	21

Реляционная алгебра. Бинарные операции

36

Разность

Пусть имеются отношения:

r - ПОТРЕБНОСТИ

s - ВОЗМОЖНОСТИ

Код_дет	Название	Вес
01	А	1
02	Д	2
03	В	2
04	С	3
05	Е	1

Код_дет	Название	Вес
02	Д	2
04	С	3
03	В	2
06	К	1

Пусть отношение r представляет потребности в некоторых видах деталей, а отношение s — сведения о тех видах деталей, которые фирма может произвести сама, тогда отношение $t = r - s$ содержит сведения о тех видах деталей, которые нужно приобрести.

$t = r - s$

Код_дет	Название	Вес
01	А	1
05	Е	1

Произведение таблиц

Поскольку таблицы являются множествами, то и для любых двух таблиц возможно получение прямого произведения. Однако элементами результата будут являться не записи, а пары записей. Следовательно, результат не будет таблицей. Поэтому в РА используется не операции взятия прямого произведения, а его специализированная форма – расширенное прямое произведение таблиц, которое для упрощения называется произведением.

Произведение двух таблиц – это таблица, у которой заголовок представляет собой сцепление (конкатенацию) заголовков исходных таблиц, а тело состоит из таких записей, которые являются сцеплением записей исходных таблиц. Число записей таблицы-произведения равно произведению количества записей исходных таблиц.

Произведение таблиц. Декартово произведение

Эта операция может применяться только к таблицам, совместимым по произведению. Для такой совместимости исходные таблицы должны иметь непересекающиеся множества полей или, другими словами, таблицы не могут содержать одинаковые имена полей. В противном случае заголовок таблицы-произведения будет включать повторяющиеся имена полей, что недопустимо для реляционных таблиц.

Декартово произведение двух отношений A и B ($A \times B$), где A и B не имеют общих имен атрибутов, определяется как отношение с заголовком, представляющим собой сцепление двух заголовков исходных отношений A и B , и телом, состоящим из множества кортежей $\dagger$ таких что первым, является любой кортеж отношения A , а вторым – любой кортеж, принадлежащий отношению B . Кардинальное число результирующего отношения равно произведению кардинальных чисел исходных отношений, а степень равняется сумме степеней.

Реляционная алгебра. Бинарные операции

39

Произведение таблиц. Декартово произведение

Пусть отношение **A** – содержит имена всех текущих поставщиков, а отношение **B** – номера всех текущих деталей. Тогда **A × B** – это все текущие пары поставщик – деталь и деталь – поставщик.

Отношение A

S1
S2
S3

Отношение B

P1
P2
P3
P4

A × B

S1	P1
S1	P2
S1	P3
S1	P4

S2	P1
S2	P2
S2	P3
S2	P4

S3	P1
S3	P2
S3	P3
S3	P4

На практике явное использование операции декартово произведение требуется только для очень сложных запросов. Эта операция включена в реляционную алгебру по концептуальным соображениям: (декартово произведение требуется как промежуточный шаг при определении операции θ - соединения, которая используется довольно часто).

Операции объединения, пересечения и произведения таблиц обладают свойствами ассоциативности и коммутативности. Если обозначить указанные операции как ОП, то можно записать следующие эквивалентные выражения:

Для свойства ассоциативности

$t_A \text{ ОП } (t_B \text{ ОП } t_F) \Leftrightarrow t_A \text{ ОП } t_B \text{ ОП } t_F$ (эквиваленты)

Для свойства коммутативности

$t_A \text{ ОП } t_B \Leftrightarrow t_B \text{ ОП } t_A$ (эквиваленты)

Если обозначить через s условия выборки, то можно записать тождества, которые верны для выборки:

$A \text{ WHERE } s1 \text{ AND } s2 = (A \text{ WHERE } s1) \text{ INTERSECT } (A \text{ WHERE } s2)$

$A \text{ WHERE } s1 \text{ OR } s2 = (A \text{ WHERE } s1) \text{ UNION } (A \text{ WHERE } s2)$

$A \text{ WHERE NOT } s = A \text{ MINUS } (A \text{ WHERE } s)$

Эти тождества подтверждают, что условие выборки может содержать произвольное число логических сочетаний простых сравнений.

Соединение отношений

Соединение отношений - создает новое отношение, каждый кортеж которого является результатом сцепления кортежей операндов (исходных отношений).

Соединение имеет две разновидности: **естественное соединение** и **соединение по условию** (θ - соединение).

Пусть $X=\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, $Y=\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$, $Z=\{Z_1, Z_2, \dots, Z_k\}$.

Естественным соединением отношений $A(X,Y)$ и $B(Y,Z)$ ($A \text{ JOIN } B$) называется отношение с заголовком $\{X, Y, Z\}$ и с телом, содержащим множество всех кортежей вида $\langle X:x, Y:y, Z:z \rangle$ таких, для которых в отношении A значение атрибута X равно x , а значение атрибута Y равно y , и в отношении B значение атрибута Y равно y , а атрибута Z равно z . При естественном соединении производится сцепление строк операндов соединения по общим атрибутам.

Реляционная алгебра. Бинарные операции

42

Соединение отношений. Естественное соединение

ID_NUM	NAME	CITY	STATUS
1809	Иванов	Москва	20
1996	Петров	Нижний Новгород	15
1777	Сидоров	Рязань	10

Отношение А (поставщики)

IP_NUM	NAIMEN	CITY	WEIGHT
P123	Болт	Москва	12
P896	Гайка	Нижний Новгород	14
P432	Шарнир	Москва	15

Отношение В (детали)

A JOIN B

ID_NUM	NAME	STATUS	CITY	IP_NUM	NAIMEN	CITY	WEIGHT
1809	Иванов	20	Москва	P123	Болт	Москва	12
1809	Иванов	20	Москва	P432	Шарнир	Москва	15
1996	Петров	15	Нижний Новгород	P896	Гайка	Нижний Новгород	14

Реляционная алгебра. Бинарные операции

43

Соединение отношений. Соединение по условию

Пусть отношения A и B не имеют общих имен атрибутов и определяется так же, как в операции выборки.

θ – соединением(Тета) отношения A по атрибуту X с отношением B по атрибуту Y называется результат выражения **$(A \times B) \text{ WHERE } X \theta Y$** .

θ - соединение – это отношение с тем же заголовком, что и при декартовом произведении отношений A и B , и с телом, содержащим множество кортежей $t \in A \times B$ таких, что вычисление условия X и Y дает значение истина для данного кортежа.

Атрибуты X и Y должны быть определены на одном и том же домене, а оператор должен иметь смысл для этого домена.

Таким образом, операция θ -соединение эквивалентна двум операциям: нахождению расширенного декартова произведения двух отношений (при необходимости с переименованием соответствующих атрибутов) и последующему выполнению указанной выборки из полученного результата.

Реляционная алгебра. Бинарные операции

44

Соединение отношений. Соединение по условию

Пример операции θ - соединения.

ID_NUM	NAME	CITY	STATUS
1809	Иванов	Москва	20
1996	Петров	Нижний Новгород	15
1777	Сидоров	Рязань	10

ID_NUM	IP_NUM	QTY
1809	P123	100
1809	P896	200
1777	P432	150
1996	P432	150
1996	P123	250

Отношение A (поставщики)

Отношение B (поставки)

(A×B (RENAME ID_NUM AS AID_NUM) WHERE QTY <200

ID_NUM	NAME	CITY	STATUS	AID_NUM	IP_NUM	QTY
1809	Иванов	Москва	20	1809	P123	100
1996	Петров	Нижний Новгород	15	1996	P432	150
1777	Сидоров	Рязань	10	1777	P432	150

Операция деления

У операции реляционного деления два операнда - бинарное и унарное отношения. Пусть $X=\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, $Y=\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$.

Делением отношений $A(X,Y)$ на $B(Y)$ (A/B) называется отношение с заголовком $\{X\}$ и телом, содержащим множество всех кортежей $\{X:x\}$, таких что существует кортеж $\{X:x, Y:y\}$, который принадлежит отношению A для всех кортежей $\{Y:y\}$, принадлежащих отношению B .

Деление отношений создает новое отношение, содержащее атрибуты первого отношения, отсутствующие во втором отношении и кортежи первого отношения, которые совпали с кортежами второго.

Для выполнения этой операции второе отношения должно содержать лишь атрибуты, совпадающие с атрибутами первого.

Замечание: **Операция деления полезна тогда, когда запрос содержит слово «все».**

Реляционная алгебра. Бинарные операции

46

Операция деления

Отношение A

S#	P#
S1	P1
S1	P2
S1	P3
S1	P4
S2	P1
S2	P3
S3	P2
S3	P3

Отношение B

P#
P1

Отношение B1

P#
P2
P3

Отношение B2

P#
P1
P2
P3

A/B	A/B1	A/B2
S1	S1	S1
S2	S3	