

Системы нечеткого вывода

Нечеткая логика (*fuzzy logic*) – это надмножество классической булевой логики.

Нечеткая логика как новая область математики была представлена в 70-х годах профессором калифорнийского университета Лотфи Заде (Lotfi Zadeh).

Нечеткие правила вывода образуют базу правил.

В нечеткой экспертной системе, в отличие от традиционной, работают все правила одновременно, но степень их влияния на выход может быть различной.

Принцип вычисления суперпозиции многих влияний на окончательный результат лежит в основе нечетких экспертных систем.

Области применения:

- **автомобильная промышленность (системы круиз-контроля, системы управления двигателями, трансмиссиями, антиблокировочные тормозные системы);**
- **аэрокосмическая промышленность (высокопроизводительные системы управления самолетами и космическими аппаратами);**
- **приборостроение и производство бытовой техники (стиральные машины, телевизоры, видеокамеры, фотоаппараты, видеомагнитофоны и др.);**
- **анализ и прогнозирование в сфере политики и экономики;**
- **финансы (системы управления портфелем ценных бумаг, системы анализа рисков);**
- **анализ данных (системы классификации, кластеризации и распознавания образов).**

Характеристикой нечеткого множества выступает функция принадлежности. Обозначим через

$$\mu_C(x) \in [0, 1]$$

степень принадлежности к нечеткому множеству C , представляющей собой обобщение понятия характеристической функции обычного множества. Тогда нечетким множеством C называется множество упорядоченных пар вида

$$C = \{\mu_C(x) / x\}$$

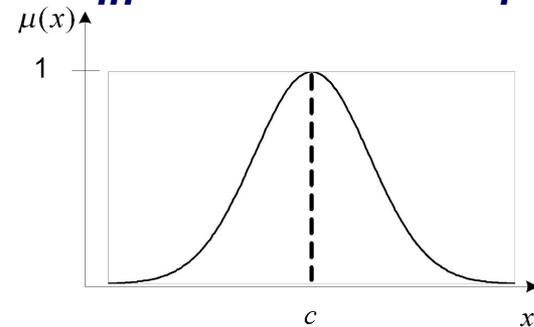
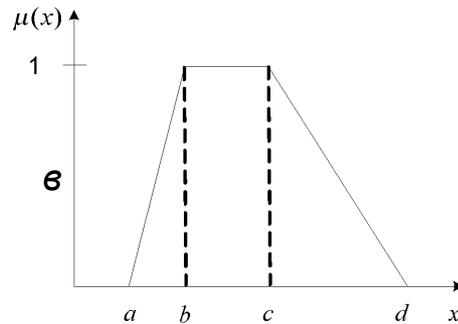
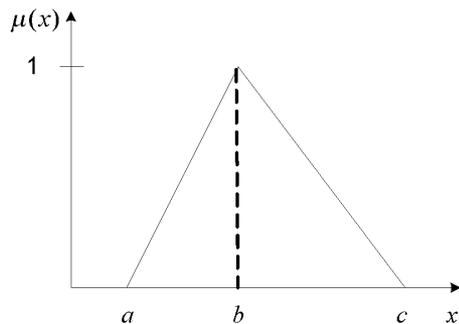
0 - означает отсутствие принадлежности к множеству,
1 – полную принадлежность.

Нечеткая логика (fuzzy logic)

Нечеткие знания формулируются в виде нечетких продукционных правил вывода, задаваемых в форме «если-то» (if-then rule): ЕСЛИ x это A , ТО y это B , где A и B – это лингвистические переменные и соответствующие им функции принадлежности $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$

Для n переменных правило R_i примет вид нечеткого рассуждения:

R_i : ЕСЛИ x_1 это A_{i1} ... И... x_n это A_{in} , ТО y это B_i



Типовые формы функции принадлежности: а – треугольная, б – трапецеидальная, в – гауссова

Системы нечеткого вывода

Под правилом понимается логическая конструкция, представленная в виде *if A then B* $(A \rightarrow B)$

Система нечеткого вывода состоит из m правил вида:

$$R_i = \left\langle \text{if} \left[\bigwedge_{j=1}^n x_j \in (\tau_i, B_i)^j \right] \text{then } y \in (\tau_i, B_i)^y \right\rangle, i = \overline{1, m}$$

$x_j, j = \overline{1, n}$ – имена входных переменных;

y – имя выходной переменной

В общем случае механизм логического вывода включает четыре этапа:

- 1) Введение нечеткости (фазификация) - определяют степени истинности, т.е. значения ФП для левых частей каждого правила.**
- 2) Нечеткий вывод - определяют уровни «отсечения» для левой части каждого из правил.**
- 3) Композиция - объединение полученных усеченных функций.**
- 4) Дефазификация - приведение к четкости.**

Операции:

Объединением нечетких множеств A и B называется нечеткое множество

$$A \cup B$$

с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Пересечением нечетких множеств A и B в X

называется нечеткое множество с функцией принадлежности:

$$A \cap B$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Нечеткие множества A и B дополняют друг друга, если

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$$

Нечеткий вывод по способу Мамдани (Mamdani).

Данный алгоритм математически описывается следующим образом.

1. Процедура фазификации: определяются степени истинности, т.е. значения ФП для левых частей каждого правила (предпосылок).

Для базы знаний с m правилами обозначим степени

истинности как $A_{kj}(x_j), k = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$

2. Нечеткий вывод. Сначала определяются уровни «отсечения» для левой части каждого из правил. (логический минимум (min)):

$$\alpha_k = \min(A_{kj}(\tilde{x}_j)), k = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

Далее находятся «усеченные» функции принадлежности

$$B'_k(y) = \min(\alpha_k, B_k(y)), k = \overline{1, m}$$

3. Композиция, или объединение полученных усеченных функций, для чего используется максимальная композиция

$$\mu(y) = \max_k(B'_k(y)), k = \overline{1, m}$$

4. На этапе дефазификации приведение к четкости.

Можно применить метод среднего центра или центроидный метод:

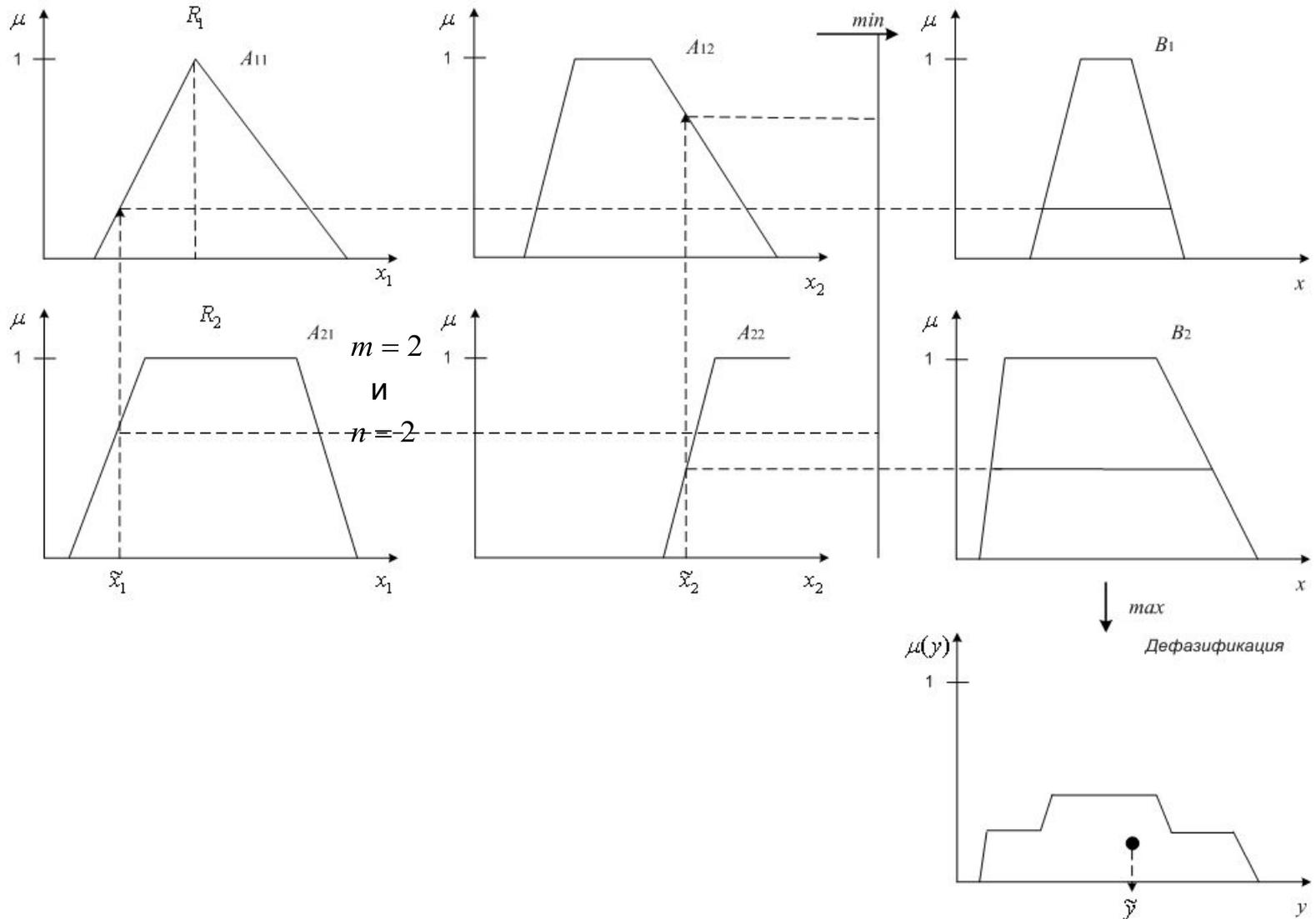
$$\tilde{y} = \frac{\int y\mu(y)dy}{\int \mu(y)dy}$$

или для дискретного варианта:

$$\tilde{y} = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i y_i}{\sum_{i=1}^m \alpha_i}$$

Процесс нечеткого вывода Мамдами

для $m = 2$ $n = 2$



Пример простейшей экспертной системы

На оценку погоды влияют 3 фактора:

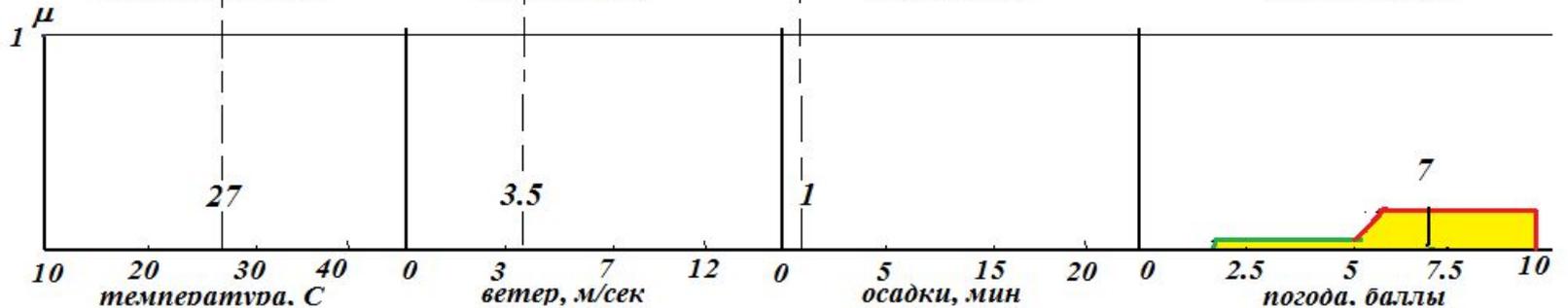
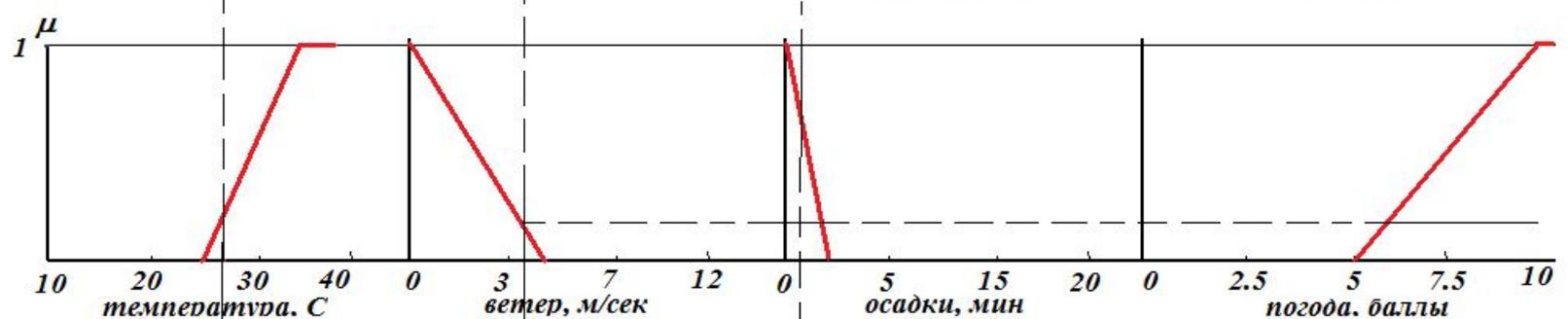
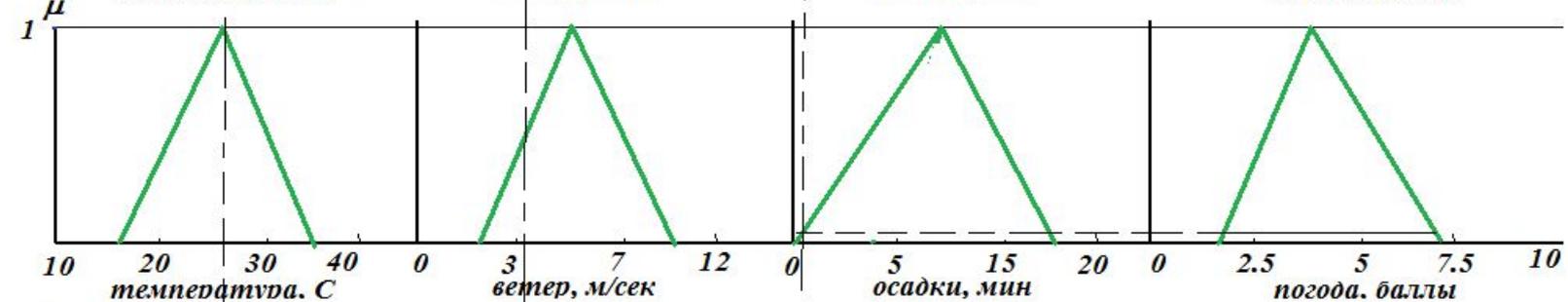
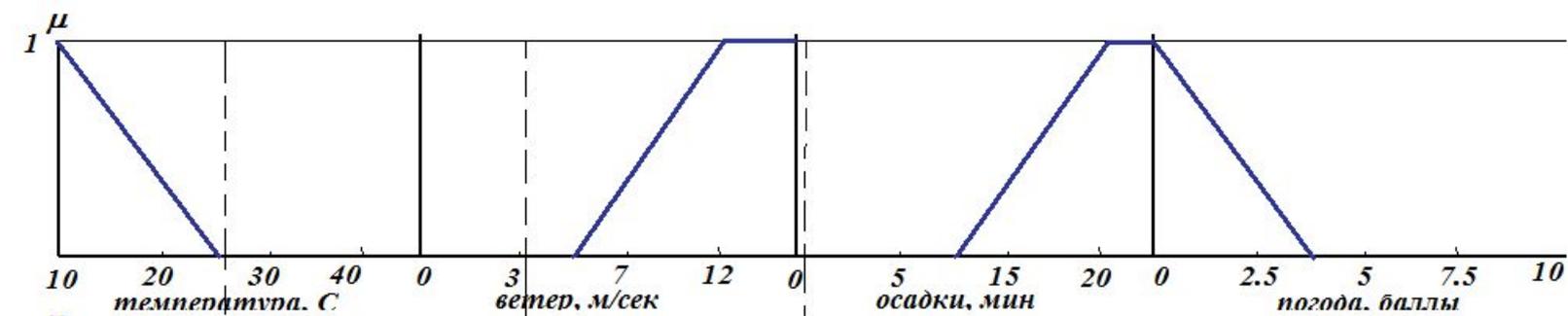
- Температура;
- Скорость ветра
- Осадки

Правила:

Если температура низкая и *ветер* сильный и *осадки* продолжительные,
то погода плохая.

Если температура умеренная и *ветер* умеренный и *осадки* непродолжительные,
то погода удовлетворительная.

Если температура высокая и *ветер* слабый и *осадки* кратковременные,
то погода хорошая.



27

3.5

1

7

Нечеткий вывод по Сугено (Sugeno).

В модели вывода Сугено на выходе дефазификатора на выходе системы не требуется. Для этого используется набор правил следующего вида:

$$if(x_1 \in A_t) AND \dots (x_j \in A_t) AND \dots (x_n \in A_t) then(y = f(X))$$

$f(\mathbf{X})$ – некоторая четкая функция (полином первого порядка) вида :

$$y = f(\mathbf{X}) = p_0 + \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

Этапы алгоритма Сугено.

1. Процедура фазификации аналогична способу Мамдани.

2. Нечеткий вывод. Определяются уровни «отсечения» α_k

предпосылок правил
и рассчитываются индивидуальные выходы правил

$$R_k, k = \overline{1, m} \quad \tilde{y} \quad y_k^* = p_{0k} + \sum_{j=1}^n p_{jk} x_j$$

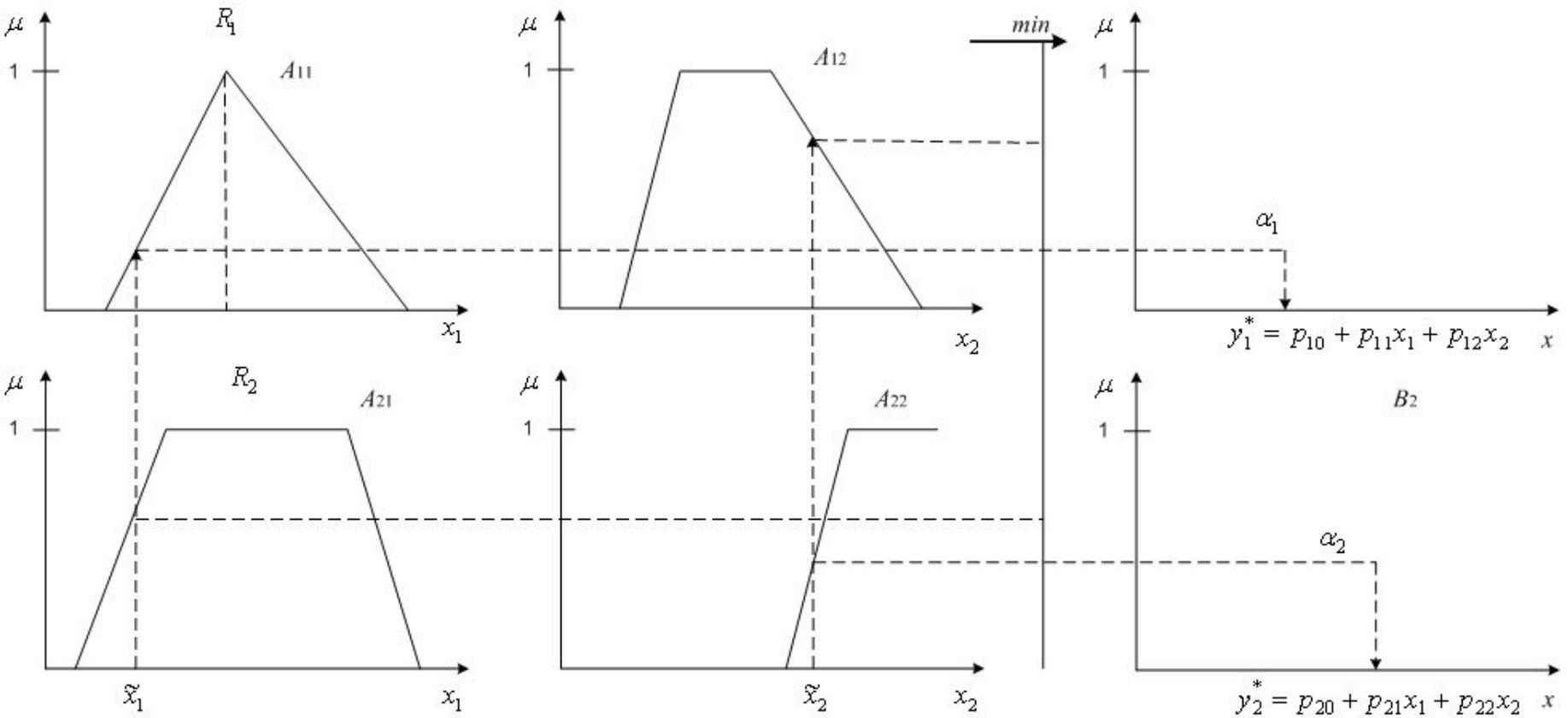
3. Итоговая четкая величина
вычисляется
средневзвешенное:

как

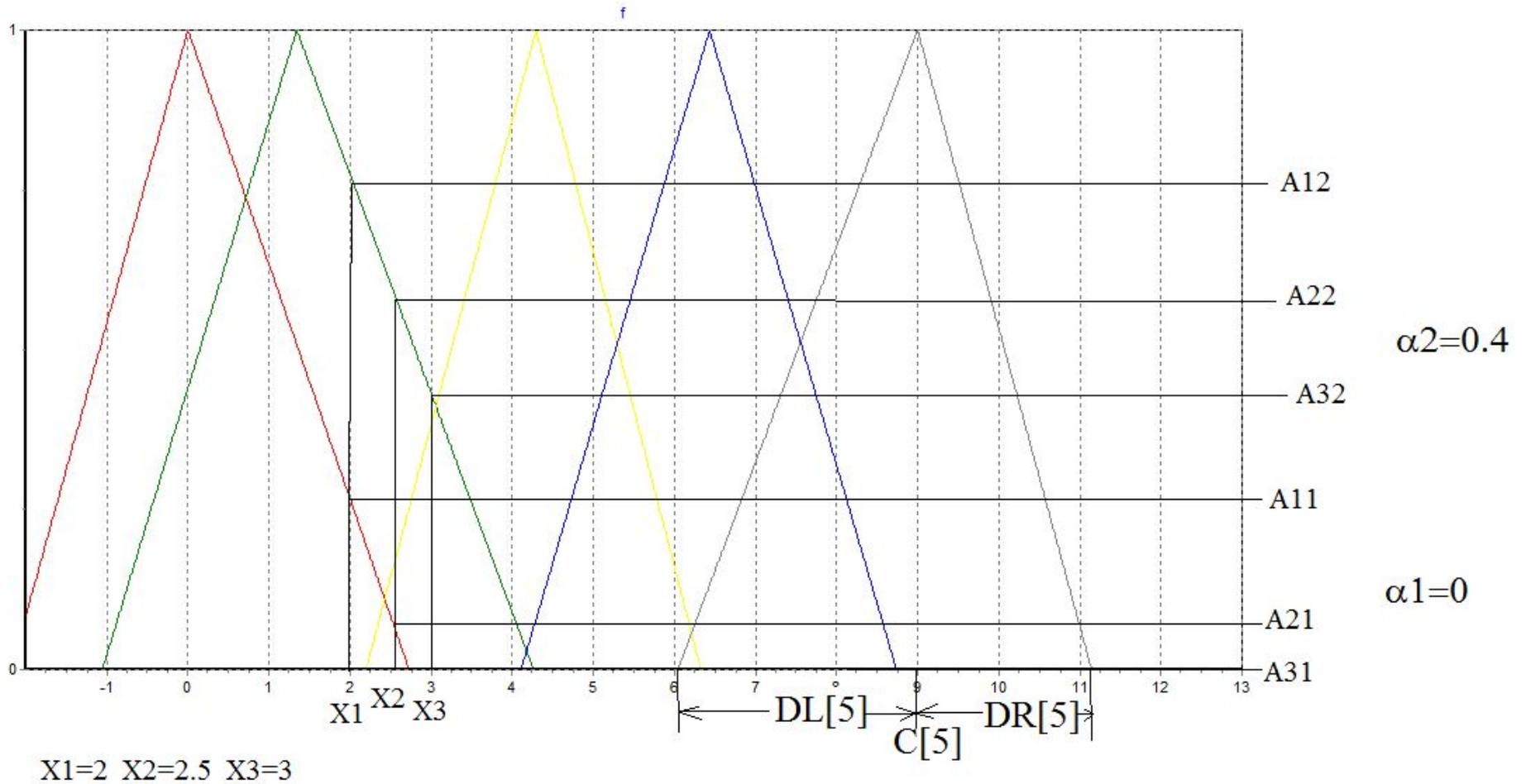
$$\tilde{y} = \frac{\sum_{k=1}^m \alpha_k y_k^*}{\sum_{k=1}^m \alpha_k}$$

где m – количество правил вывода

Нечеткий вывод по Сугено



Определение уровней «отсечения»



Состав системы нечеткого вывода

База правил

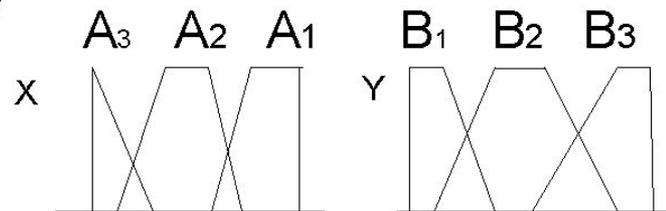
$R_1 = \text{Если } X \text{ это } A_1, \text{ то } Y \text{ это } B_1$

$R_2 = \text{Если } X \text{ это } A_2, \text{ то } Y \text{ это } B_2$

$R_3 = \text{Если } X \text{ это } A_3, \text{ то } Y \text{ это } B_3$

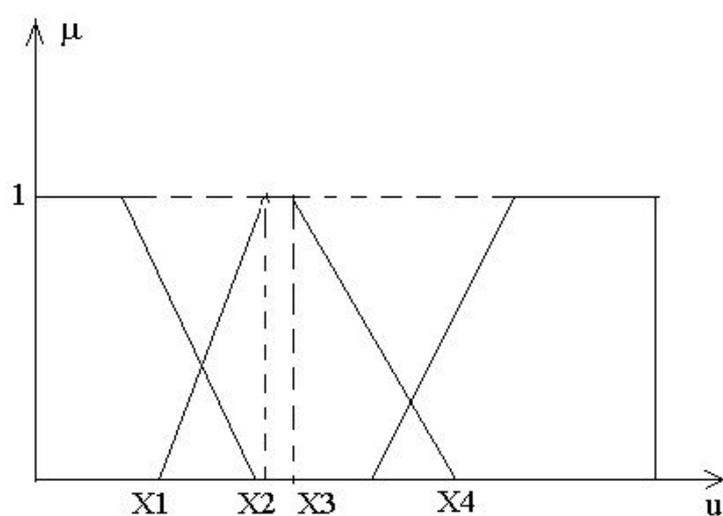
.....

База данных



.....

База знаний



Координаты термов

$$x_{pi}^t, i = \overline{1, m}; t = \overline{1, T_i}; p = \overline{1, 4}$$

Границы термов

$$BL_i^t, BR_i^t, i = \overline{1, m}; t = \overline{1, T_i}$$

Для обучения строится целевая функция

$$\Psi(\mathbf{Z}) = \left[\sum_{j=1}^n (F(\mathbf{Z}) - Y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \min$$

Минимизация целевой функции осуществляется с помощью генетического алгоритма и дает оптимальные значения параметров нечеткой системы.

Нечеткая причинно-следственная сеть (когнитивная карта)

$$S = (P, V)$$

Множество элементов

и множество связей

между

элементами системы:
причинности

между каждой парой
элементов (P_i, P_j)
формируются в виде
ориентированного графа.

Связь между типовыми
состояниями каждой пары
элементов задаются

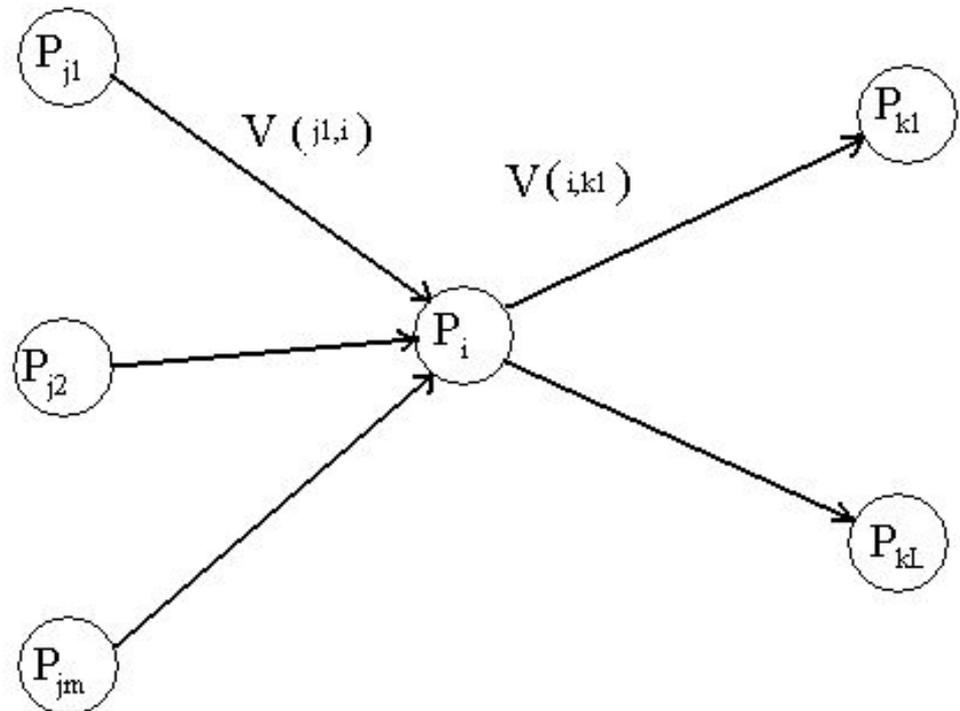
одним

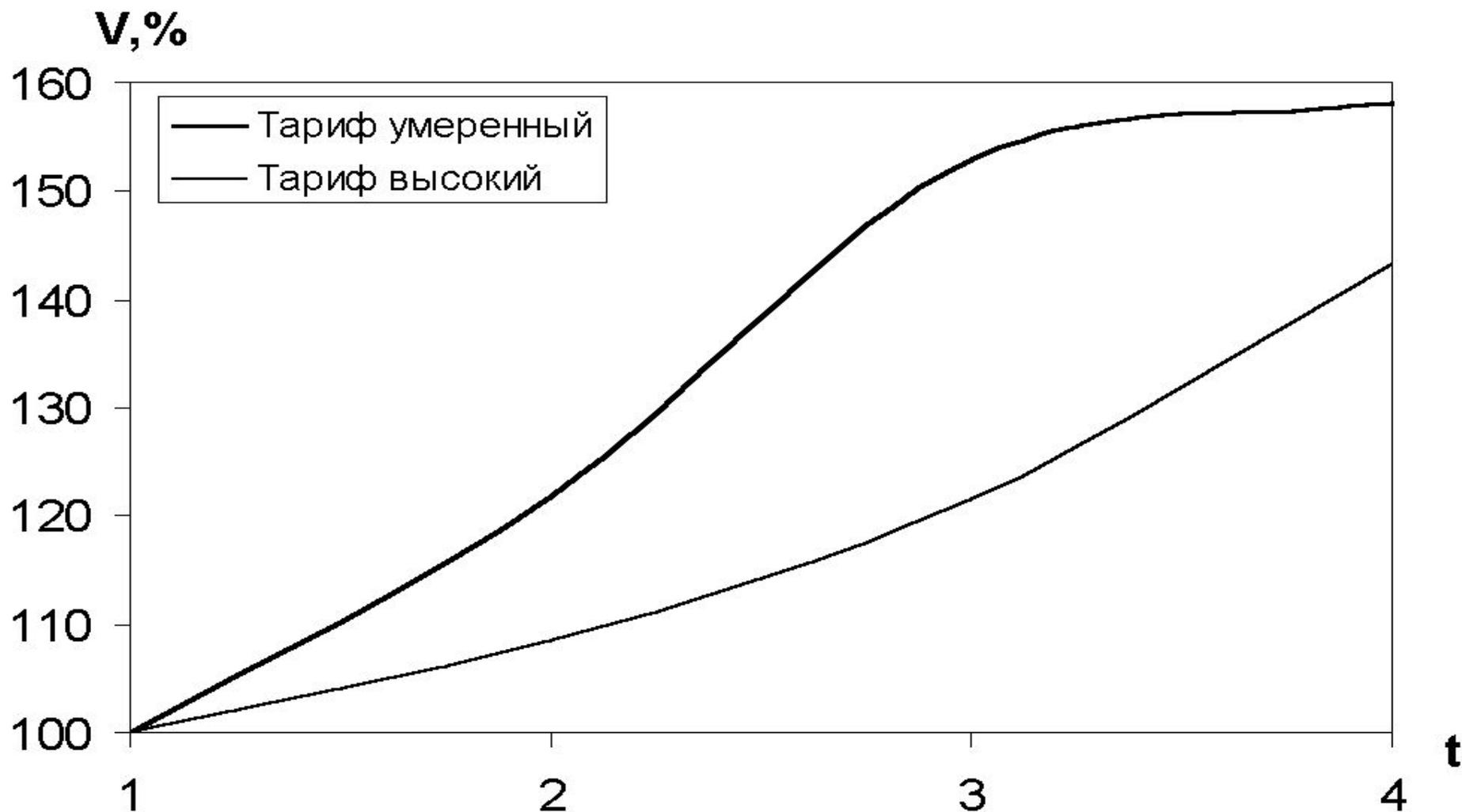
из значений терм-
множества

лингвистической

$$P = \{p_i, i = \overline{1, p}\},$$

$$V = \{v(p_i, p_j), i, j = \overline{1, p}, i \neq j\}$$





Динамика развития системы ЛПК при разных уровнях тарифов на энергоносители

Пример расчета

if ($x_1 \in A_{11}$) *and* ($x_2 \in A_{12}$) *then* ($y \in B_1$)

if ($x_1 \in A_{21}$) *and* ($x_2 \in A_{22}$) *then* ($y \in B_2$)

if ($x_1 \in A_{31}$) *and* ($x_2 \in A_{32}$) *then* ($y \in B_3$) **Правила**

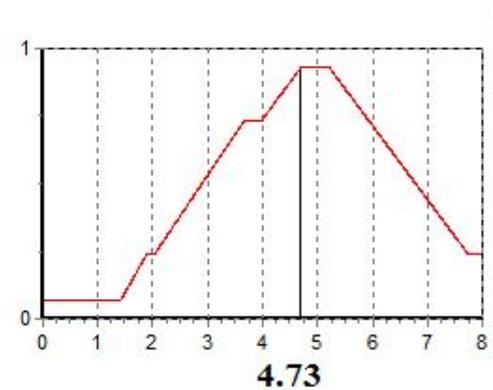
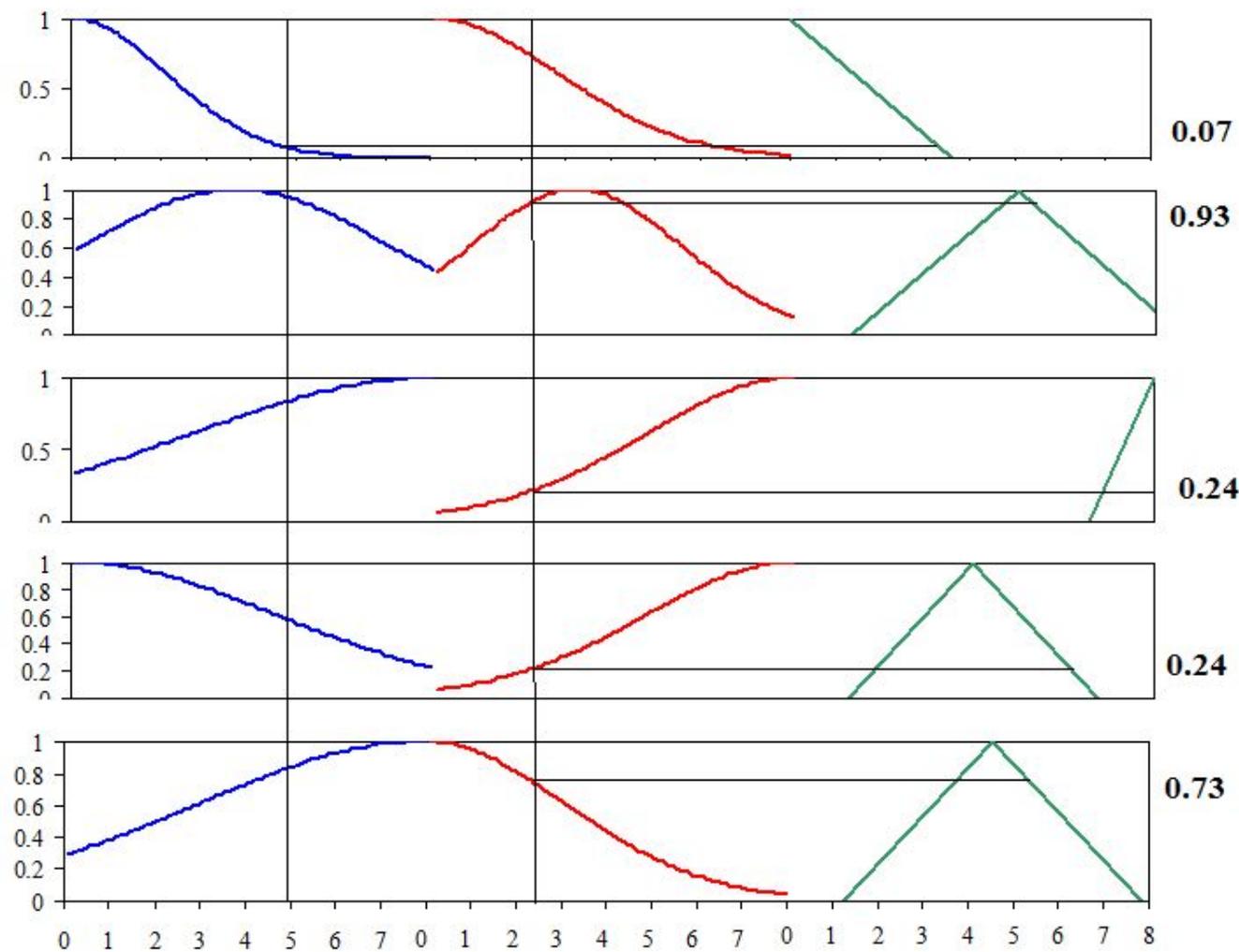
if ($x_1 \in A_{11}$) *and* ($x_2 \in A_{32}$) *then* ($y \in B_2$)

if ($x_1 \in A_{31}$) *and* ($x_2 \in A_{12}$) *then* ($y \in B_2$)

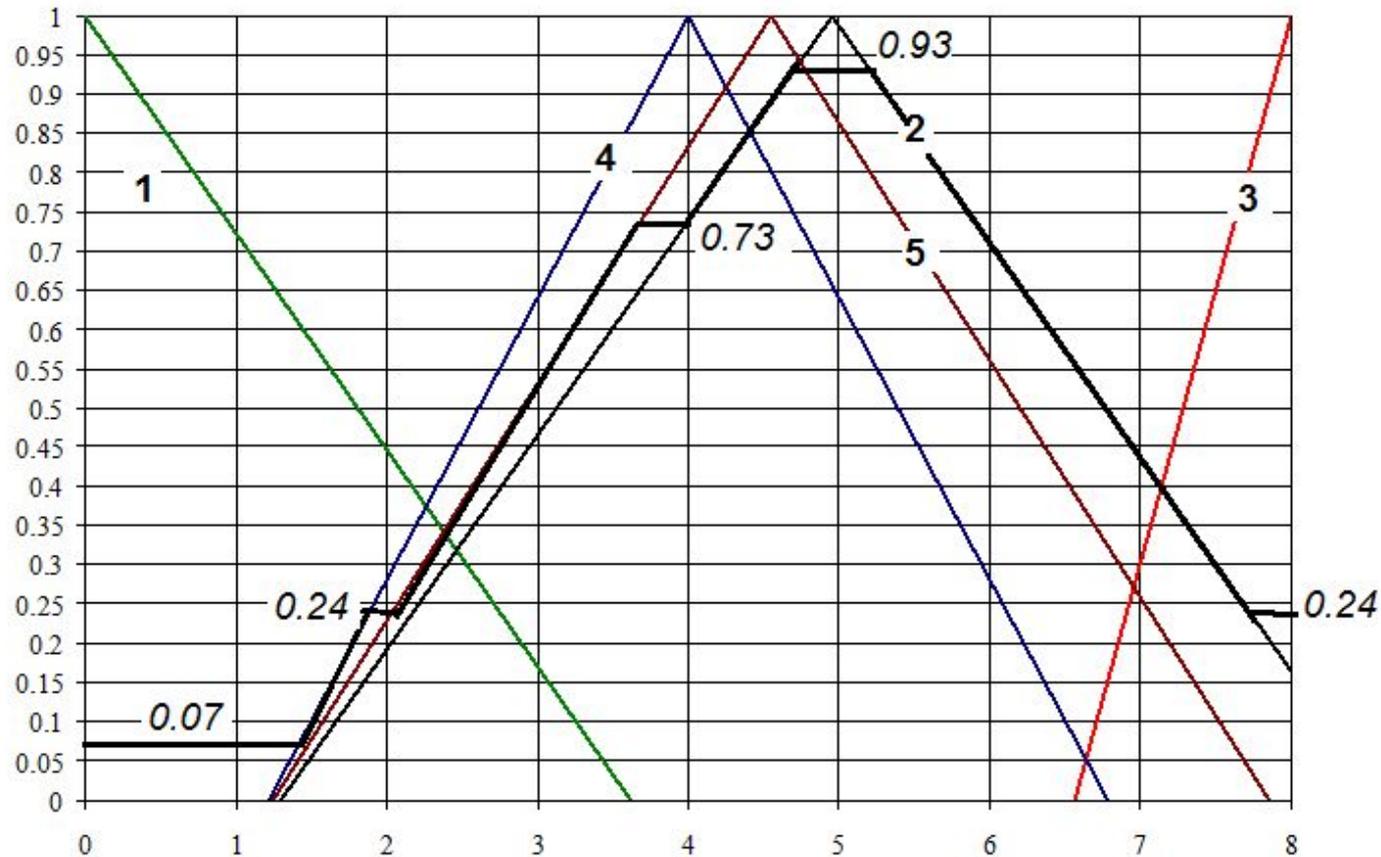
Функции принадлежности

$$\mu(x) = \exp\left(-\left(\frac{x - C_x}{S_x}\right)^2\right) \quad \mu(y) = \begin{cases} \frac{y - C_y}{B_y} + 1, & y \leq C_y \\ -\frac{y - C_y}{B_y} + 1, & y > C_y \end{cases}$$

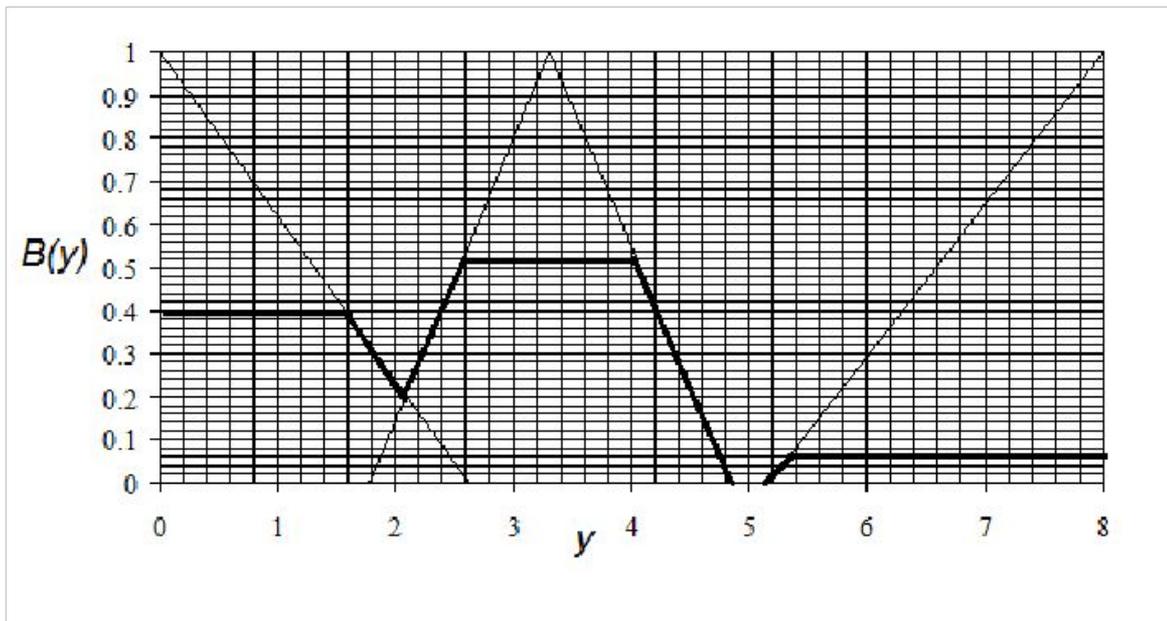
Cx1	Cx2	Sx1	Sx2	Cy	By
0.00	0.00	3.00	4.01	0.00	3.62
3.64	3.16	4.86	3.35	4.95	3.66
8.00	8.00	7.59	4.64	8.00	1.43
0.00	8.00	6.49	4.65	4.00	2.78
8.00	0.00	7.13	4.40	4.55	3.31
X1	X2				
4.90	2.44				



$$\tilde{y} = \frac{\int y \mu dy}{\int \mu dy}$$



y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
B	0.07	0.07	0.24	0.53	0.73	0.93	0.71	0.44	0.24	
yB	0	0.07	0.48	1.59	2.92	4.65	4.26	3.08	1.92	
$\frac{B_{k-1} + B_k}{2}$		0.07	0.155	0.385	0.63	0.83	0.82	0.575	0.34	3.805
$\frac{y_{k-1}B_{k-1} + y_kB_k}{2}$		0.035	0.275	1.035	2.255	3.785	4.455	3.67	2.5	18.01



Разделим область изменения y на $K=8$ отрезков длиной $h=1$.

Табличные значения функции:

y_k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
B_k	0.395	0.395	0.22	0.55	0.55	0	0.057	0.057	0.057

По формуле трапеций

$$\int_y yB(y)dy \approx h \sum_{k=1}^K \frac{y_{k-1}B_{k-1} + y_k B_k}{2} = 5.654$$

$$\int_y B(y)dy \approx h \sum_{k=1}^K \frac{B_{k-1} + B_k}{2} = 2.055 \quad \text{и} \quad \tilde{y} = 2.75.$$